UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA – UNEB

DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO – CAMPUS I

MESTRADO PROFISSIONAL GESTÃO E TECNOLOGIAS APLICADAS À EDUCAÇÃO – GESTEC

ADRIANA GOMES SANTOS FONSECA

O USO DE APPLETS PRODUZIDAS NO GEOGEBRA COMO POTENCIALIZADORAS DA APRENDIZAGEM EM GEOMETRIA PLANA

Salvador

2016

ADRIANA GOMES SANTOS FONSECA

O USO DE APPLETS PRODUZIDAS NO GEOGEBRA COMO POTENCIALIZADORAS DA APRENDIZAGEM EM GEOMETRIA PLANA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação da Universidade Estadual da Bahia como requisito parcial para obtenção do título de Mestre Gestão e Tecnologias Aplicadas a Educação.

Orientador: Prof. Dr. André Ricardo Magalhães

Salvador

2016

FICHA CATALOGRÁFICA
Sistema de Bibliotecas da UNEB
Bibliotecária: Jacira Almeida Mendes – CRB: 5/592

Fonseca, Adriana Gomes Santos
O uso de applets produzidas no geogebra como potencializadoras da aprendizagem em geometria plana / Adriana Gomes Santos Fonseca . – Salvador, 2016.
108f.

Orientador: André Ricardo Magalhães.
Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado da Bahia. Mestrado Profissional Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação . Campus I.

Contém referências e apêndices.

1. Java (Linguagem de programação de computador). 2. Geometria plana. 3. Aprendizagem. I. Magalhães, André Ricardo. II. Universidade do Estado da Bahia, Departamento de Educação.

CDD: 514.122

FOLHA DE APROVAÇÃO

"O USO DE APPLETS PRODUZIDAS NO GEOGEBRA COMO POTENCIALIZADORAS DA APRENDIZAGEM EM GEOMETRIA PLANA"

ADRIANA GOMES SANTOS FONSECA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação *(Scricto sensu)* Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação, Área de Concentração II – Processos Tecnológicos e Redes Sociais, em 09 de maio de 2016, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação pela Universidade do Estado da Bahia, composta pela Banca Examinadora:

Prof. Dr. André Ricardo Magalhães
Universidade do Estado da Bahia - UNEB
Doutorado em Educação Matemática
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC

Prof. Dr. Marcus Túlio de Freitas Pinheiro
Universidade do Estado da Bahia - UNEB
Doutorado em Educação
Universidade Federal da Bahia - UFBA

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC
Doutorado em Mathématiques Et Applications.
Université de Rennes I, RENNES 1, França.

ADRIANA GOMES SANTOS FONSECA

O USO DE APPLETS PRODUZIDAS NO GEOGEBRA COMO POTENCIALIZADORAS DA APRENDIZAGEM EM GEOMETRIA PLANA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação da Universidade Estadual da Bahia como requisito parcial para obtenção do título de Mestre Gestão e Tecnologias Aplicadas a Educação pela banca examinadora composta pelos membros:

BANCA EXAMINADORA:

____

Professor Doutor André Ricardo Magalhães.

____

Professor Doutor Saddo Ag Amouloud

____

Professor Doutor Marcos Túlio Pinheiro

Data:

AGRADECIMENTOS

À Deus, pois me deu condições de realizar mais um sonho.

À minha família: Amadeu meu pai (*in memorian*) por ter me ensinado que o que levo desta vida é o estudo, Dilma minha mãe pela dedicação e apoio em todos os momentos, Priscila minha irmã pela amizade e Amilton meu esposo pela compreensão, companheirismo e amor; e aos demais familiares e amigos, pelo incentivo constante (prefiro não nomear, pra não esquecer ninguém).

Ao Programa de Pós-Graduação Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação da Universidade Estadual da Bahia¸ representado por seus coordenadores, professores e funcionários, pela oportunidade de desenvolver esta pesquisa, pelo conhecimento adquirido e pela falta de burocracia excessiva.

Ao meu orientador Professor André Ricardo Magalhães, por ter acreditado na minha capacidade de desenvolver esta pesquisa, desde o primeiro dia que estive no GESTEC, pela sua sabedoria e compreensão, pelas críticas e sugestões que tanto contribuíram para realizar este estudo.

Aos professores Saddo Ag Almouloud e Túlio pela leitura minuciosa do meu texto, pelas colaborações dadas na qualificação e por fazerem parte desta banca.

Aos integrantes da turma de 2014 do GESTEC pelas contribuições, em especial Ivo, Letícia, João e Fernanda, por todos os encontros e risadas.

À direção do IFBA campus Jacobina por autorizar a aplicação das sequências didáticas e aos alunos, sem eles isto não seria possível.

A todos que, de algum modo contribuíram, para a concretização deste trabalho.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIAÇÕES E SIGLAS

ED	Engenharia Didática
EM	Educação Matemática
GD	Geometria Dinâmica
GESTEC	Mestrado Profissional Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação
IFBA	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia
LADIMA	Laboratório Digital de Matemaática
MMM	Movimento da Matemática Moderna
PA	Pesquisa Ação
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacional do Ensino Médio
UFBA	Universidade Federal da Bahia
UNEB	Universidade do Estado da Bahia
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
TIC	Tecnologias de Informação e Comunicação
TSD	Teoria das Situações Didáticas

RESUMO

A proposta deste trabalho é desenvolver uma metodologia com o auxílio dos applets[1] produzidos através do software Geogebra[2] de forma a potencializar a aprendizagem de Geometria Plana, pois como a característica principal dos applets é de permitir a interação direta com o usuário, há a mudança do mesmo, de observador para agente ativo do processo; tornando-se um facilitador da aprendizagem. O público alvo deste projeto foram os alunos do segundo ano do Ensino Médio na modalidade de curso integrado do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA), *Campus* Jacobina. Dessa forma, optou-se por utilizar a metodologia de pesquisa qualitativa, pois aqui, empenhamos esforços na construção de sequências didáticas em um ambiente específico, com o interesse de entender aspectos subjetivos dos sujeitos envolvidos na pesquisa em relação ao uso dos objetos digitais de aprendizagem e como estes podem potencializar a aprendizagem destes sujeitos. Para o desenvolvimento da pesquisa foi aplicado um questionário diagnóstico, questionários associados às sequências didáticas, questionário final e observações feitas pela pesquisadora. Todas as sequências didáticas foram elaboradas seguindo os pressupostos da metodologia da Engenharia Didática. Do ponto de vista teórico este trabalho está ancorado nas Teorias das Situações Didáticas, Representações Semióticas, Tecnologias da Informação e Comunicação, Engenharia Didática e Pesquisa Ação. Apresentou como resultados...

Palavras – chave: Applets, Geogebra, Geometria Plana, Aprendizagem, Ensino.

[1] Applets são aplicativos computacionais que possuem características limitadas, requerem poucos recursos de memória para serem executados e, normalmente, são portáveis entre sistemas operacionais, sendo executados no contexto de outro programa.

[2] GeoGebra é um software de geometria dinâmica que permite realizar construções tanto com pontos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas, como com funções que podem se modificar posteriormente de forma dinâmica; podendo, ainda, relacioná-los com equações e coordenadas através de uma percepção dupla dos objetos, proporcionando assim uma visão tanto sobre os aspectos geométricos como algébricos

ABSTRACT

The proposal of this work is to develop a methodology with the aid of the applets[3] produced via the Geogebra[4] software in order to potentialize the learning of Planar Geometry, because as the characteristic of the applets is to permit the direct interaction with the user, there is the change of the same from observer to active agents in the process; becoming a facilitator of learning. The target public of this project were the students of the second year of Secondary Education in the modality of course of the integrated Federal Institute of Education, Science and Technology of Bahia (IFBA), Campus Jacobina. In this way, we opted to use the methodology of qualitative research, because here, strive efforts in the construction of didactic sequences in a specific environment, with the interest to understand subjective aspects of the subjects involved in research in relation to the use of digital learning objects and how these may potentiate the learning of these subjects. For the development of the research a questionnaire was applied diagnosis, associated with didactic sequences questionnaires, the final questionnaire and comments made by the researcher. All sequences were drawn up following the didactic assumptions of the methodology of didactic Engineering. From the theoretical point of view this work is anchored in the Theories of Didactic Situations, Semiotic Representations, Information and Communication Technologies, Engineering Didactics and action research.

Keywords: : Applets, Geogebra, plane geometry, Learning, Teaching.

---

[3] Applets are computer applications that have limited features, requiring few memory resources to run and usually are portable across operating systems, running under another program.

[4] GeoGebra is a dynamic geometry software to perform constructions with both points, vectors, segments, lines, conic sections, as with functions that can later modify dynamically; and may also relate them to equations and coordinates through a dual perception of objects, providing a view on both the geometrical aspects such as algebraic.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No Brasil, desde os meados da década de 1950, podem ser percebidas pesquisas que tratam do ensino e a aprendizagem de matemática. Silveira e Miola (2008) apontam que neste período surgiram centros de pesquisas e que a criação de tais centros ocorreu junto com os anseios de acompanhar as mudanças curriculares exigidas pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM). A partir do MMM surgem no Brasil as pesquisas em Educação Matemática (EM), um campo de pesquisa da área de conhecimento das ciências sociais ou ciências humanas que estuda o ensino e a aprendizagem em matemática. Segundo Fiorentini e Lorenzato (2007), a EM caracteriza-se por uma práxis que envolve o domínio do conteúdo específico (Matemática), o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/ assimilação e/ou à apropriação/construção do saber matemático escolar. Este campo de conhecimento tem algumas tendências temáticas como: processo ensino-aprendizagem da matemática, resolução de problemas, modelagem matemática, etnomatemática, história da matemática, tecnologias da informação e comunicação no ensino e aprendizagem de matemática, jogos na Educação Matemática e investigações matemáticas em sala de aula. Observamos que não há uma fronteira bem definida entre estas tendências e que uma pesquisa pode transitar por algumas delas. No caso da nossa pesquisa percebe-se a presença marcante da tendência processo ensino-aprendizagem da matemática e também da tendência tecnologias da informação e comunicação no ensino e aprendizagem de matemática.

A pesquisa está inserida no cenário da sociedade contemporânea na qual o professor do nível médio tem que trabalhar com adolescentes nascidos nesta era da informação, onde trabalhar com novas mídias e meios de comunicação e informação é muito natural para os alunos e nem tanto para o professor. Assim, entendemos a importância de desenvolver a pesquisa com uso de software no sentido de mostrar que a escola pode trazer elementos da sociedade atual e que estes elementos podem contribuir para sua aprendizagem. A dificuldade neste processo é que ainda estamos aprendendo a conviver com computadores de última geração, telefones celulares modernos e outras; enquanto isto já faz parte do cotidiano dos adolescentes. Oliveira (2008) aponta que a educação dos adolescentes sempre esteve na responsabilidade dos adultos que tem maior conhecimento, porém às evoluções tecnológicas dos últimos 50 anos nos faz presenciar uma situação inédita: adulto, adolescentes e crianças estão se educando simultaneamente.

Nesta pesquisa optou-se pelo software Geogebra. Primeiro que por ser um software de Geometria Dinâmica, podendo oferecer ao aluno a possibilidade de interação com o objeto geométrico em tempo real. Além disso, a plasticidade que o digital permite e também a dinamicidade de manipulação do objeto que não podem ser obtidos apenas com o uso de lápis e papel. O segundo fator para a escolha do Geogebra e não de outro com características similares é que se trata de um software gratuito, podendo ser instalado em computadores ou tablets facilmente. Além disso, a pesquisadora trabalhou com este *software* no ano de 2009 quando foi tutora da disciplina de Geometria do curso de Licenciatura em Matemática à Distância da Universidade Federal da Bahia (UFBA). Dessa forma, foram desenvolvidas competências que favoreceram o uso do mesmo.

Segundo Barcelos *et al* (2009), *apud* Braviano e Rodrigues (2002), os ambientes de Geometria Dinâmica permitem a elaboração de construções eletrônicas onde os elementos básicos podem ser movimentados na tela do computador, sem modificar as posições relativas entre estes elementos e os objetos construídos a partir deles; contribuindo para a elaboração de recursos pedagógicos digitais. Estas construções por serem interativas e permitirem testar conjecturas, analisando exemplos e contra-exemplos, que são gerados facilmente; contribuem para que esses ambientes sejam importantes recursos digitais para a aprendizagem.

Buscando utilizar a tecnologia disponível de modo que o aluno se torne agente do processo, optamos por utilizar applets desenvolvidas por meio do software Geogebra. Os Applets são aplicativos computacionais que possuem características limitadas, requerem poucos recursos de memória para serem executados e, normalmente, são portáveis entre sistemas operacionais, sendo executados no contexto de outro programa. Uma das vantagens desta escolha é que os alunos podem participar de “laboratórios” de matemática e a partir de experiências interativas migramos da metodologia tradicional de ensino de Geometria Plana que ocorre basicamente nos moldes da Definição – Teorema – Demonstração para uma metodologia que propõem Exploração – Conjecturas – Tentativa de Demonstração.

Nesta última década várias pesquisas foram realizadas sobre o uso de objetos digitais do tipo applets e ambiente virtual na aprendizagem matemática (YERUSHALMY, 2005; UNDERWOOD et al., 2005; BRANDÃO et al., 2006; LEE e HOLLEBRANDS, 2006; SANTOS, 2008; FONSECA, et al., 2011; FERREIRA et al., 2011; CARVALHO, 2013; entre outros.). Como a utilização de applets propicia investigações e experimentações, há conjecturas sobre determinada ideia ou conceito e a sua construção, de forma consistente (SANTOS, 2008). Notadamente, segundo Santos (2008), nessa construção de mão dupla, o docente também vai construindo conhecimentos, o que certamente contribuirá para sua prática docente.

A escolha do tema tratado nesta pesquisa foi baseada na experiência da pesquisadora nos anos de 2013 e 2014 ao lidar com a dificuldade dos discentes do segundo ano do Ensino Médio na modalidade de curso integrado do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA), *Campus* Jacobina. Neste grupo de alunos foi observado que os procedimentos metodológicos (aula expositiva, resolução de exercícios) de ensino adotado até então não atingiram os objetivos esperados. Observou-se que os discentes transformaram os estudos de Geometria em um mero memorizar de fórmulas e técnicas de resolução de questões: sem compreender e aprender conceitos, propriedades e resultados importantes. Além disso, outros fatores observados e que contribuíram para o baixo desempenho dos alunos em Geometria Plana foram: dificuldade de visualização, de representar situações reais em modelos matemáticos, capacidade de raciocínio para conduzir provas e explicação de modelos. Possivelmente essas dificuldades são oriundas da formação dos alunos no Ensino Fundamental, no qual alguns não tiveram a oportunidade de aprender alguns conceitos básicos de geometria, ou simplesmente decorrem da própria estrutura do ensino fundamental a qual já é pensada para que não dê tempo de cumprir determinados conteúdos. Diante do exposto, se faz necessário repensar as metodologias de ensino, adotadas nas escolas. De acordo com Sadovsky (2007), "repensar a escola é, ainda, um projeto de docentes e, essencialmente, didático".

Neste contexto, tem-se, por um lado, a dificuldade do discente no aprendizado do conteúdo de Geometria e, por outro lado, o sentimento de impotência do docente ao tentar ensinar este conteúdo importante utilizando-se de metodologias tradicionais. Este problema (ensino x aprendizado) gera, muitas vezes, um aumento no índice de repetência entre os alunos e, em última instância, evasão escolar.

Diante da atual inovação tecnológica, na qual as escolas públicas vêm sendo inseridas, propomos a utilização do software Geogebra no ensino de matemática e a construção de applets por meio deste software de objetos digitais de aprendizagem de modo que venham a contribuir para a cognição dos alunos. Mas, deixamos claro que a intenção não é abandonar a metodologia existente em detrimento de uma nova abordagem, mas sim fornecer mais uma possibilidade de aprendizagem. Entendemos a relevância desta pesquisa porque acreditamos que ela possa contribuir nas reflexões sobre nossa prática docente e seus impactos na aprendizagem dos alunos, além de fornecer ferramentas para pensar sobre o nosso trabalho.

Para Kilpatrik (1996) “A pesquisa em Educação Matemática ganha sua relevância para a prática ou para as futuras pesquisas por seu poder de nos fazer parar e pensar”.

Dessa forma, pretende-se neste trabalho verificar: “Em que medida o uso de *applets* produzidas no *software* Geogebra, contribuem para o processo de aprendizagem de Geometria Plana entre os alunos do Ensino médio?”.

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver uma metodologia com o auxílio de *applets* produzidas por meio do *software* Geogebra de forma a potencializar a aprendizagem de Geometria Plana entre alunos do segundo ano do Ensino Médio na modalidade de curso integrado do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA), Campus Jacobina.

Para atingir o objetivo geral elencamos os seguintes objetivos específicos:

- Desenvolver os Objetos Digitais de Aprendizagem (*applets),* no *software* Geogebra, com alguns conteúdos da Geometria Plana (Teorema de Pitágoras e Áreas);
- Elaborar a Sequências Didática para cada as *applets* desenvolvida;
- Realizar oficinas com os estudantes;
- Analisar as atividades desenvolvidas pelos estudantes nas oficinas.

2 ANÁLISES PRELIMINARES

Este capítulo tem como objetivo fazer uma análise preliminar dos temas centrais desta dissertação. Discutiremos sobre Engenharia Didática, Teoria das Situações Didáticas, algumas questões históricas da geometria e Registros de Representações Semióticas. Estes tópicos subsidiarão a construção das sequências didáticas. Sendo estas elaboradas tendo como pressuposto teórico a Teoria das Situações Didáticas.

2.1 A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

Utilizamos a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau para elaborar as sequências didáticas pelo motivo desta teoria centrar o controle da aprendizagem no sujeito e não no professor. Para compreender melhor esta teoria precisamos saber como o criador da teoria entende o termo didática. Para Brousseau (2006, p.269) "A didática é a ciência, e a arte da difusão dos conhecimentos úteis para a sociedade e para as instituições humanas". E complementa dizendo que "A didática da matemática estuda as condições específicas da difusão de conhecimentos e atividades matemáticas. Estuda, então, os projetos sociais cujo objetivo é fazer um indivíduo ou uma instituição apropriar-se de um saber matemático constituído ou em constituição em outra instituição".

Brousseau (2008) apud Teixeira e Passos (2013) definiu alguns termos dentro de sua teoria:

- Uma situação é um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado, reunindo as circunstâncias nas quais uma pessoa se encontra e as relações que a unem ao *milieu*;
- *Milieu* seria subsistema autônomo, antagônico[5] ao sujeito;
- Situações didáticas, na década de 1970, eram aquelas que serviam para ensinar, sem que fosse levado em consideração o papel do professor. Posteriormente, "os modelos que descrevem as atividades do professor e do aluno [...] é todo o contexto que cerca o

[5] O *Milieu* deve possibilitar interações autônomas do aluno em relação ao meio que interage e ao professor. Uma interação feita de desequilíbrios, assimilações e acomodações. O *milieu* é antagonista quando oferece uma resistência dosada ao aluno, se a distância entre o conhecimento anterior e conhecimento almejado for muito grande, este *milieu* será inócuo. Porém, em alguns casos se faz necessário um *milieu* aliado, ou seja, um *milieu* em que o professor exagera no auxílio para diminuir esta distância, por que se não for desta forma o aluno não atingirá o objetivo.

aluno, nele incluídos o professor, o sistema educacional". Brousseau (2008, p.10) apud Teixeira e Passos (2013, p.160)

Esse termo *milieu* utilizado por Brousseau refere-se às ferramentas disponíveis ao aluno a serem utilizadas na busca da resolução do problema proposto e ao professor, ou seja, tudo que não é o aluno. Magalhães (2009) diz que este *milieu* quando não é estruturado com intenções didáticas não consegue promover a aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Teixeira e Passos (2013) amparados por Brousseau definem uma sequência didática como uma série de situações que se estruturam ao longo de uma quantidade prefixada de aulas. Devidamente estruturadas, essas situações têm como objetivo tornar possível a aquisição de saberes bastantes claros, sem esgotar o assunto trabalhado.

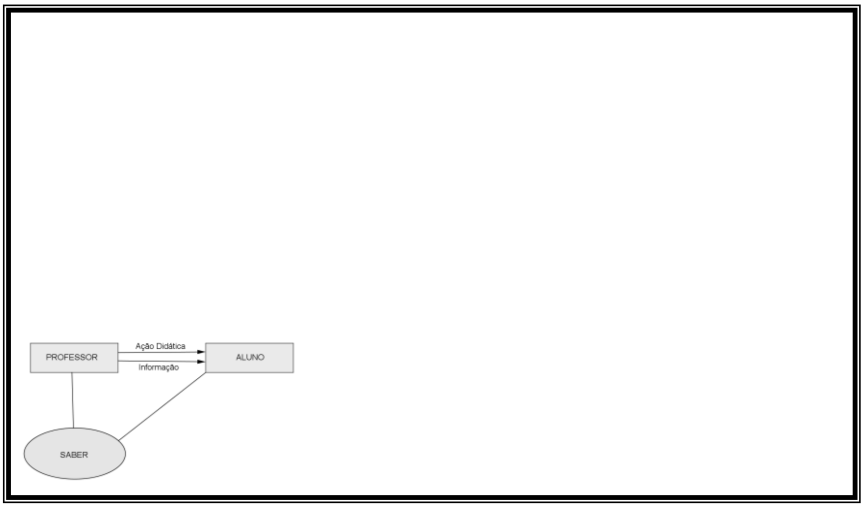
Segundo Brousseau (1986):

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição [...]. O trabalho do aluno deveria, pelo menos, em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos. (BROUSSEAU, 1986, p.8 apud TEIXEIRA e PASSOS, 2013, p. 163).

Na TSD existem situações que não são didáticas, são as situações a-didáticas, nestas situações existem variáveis que o professor não tem controle sobre a aquisição do conhecimento. Estas variáveis que compõem as situações a-didáticas, onde o aluno deve relacionar-se com um problema a partir de seus próprios conhecimentos, desafiado pelo problema e não com a resposta pronta dada pelo professor. O docente deverá ter o cuidado de fornecer situações a-didáticas que estão ao alcance dos alunos.

Muitas obras representam a situação de ensino com o "triângulo" da Figura 1. Segundo Brousseau (2008) esta figura considera somente as relações entre os sistemas "professor" e "aluno". Este esquema tem o inconveniente de reduzir o entorno didático à ação do professor e omite as relações a-didáticas.

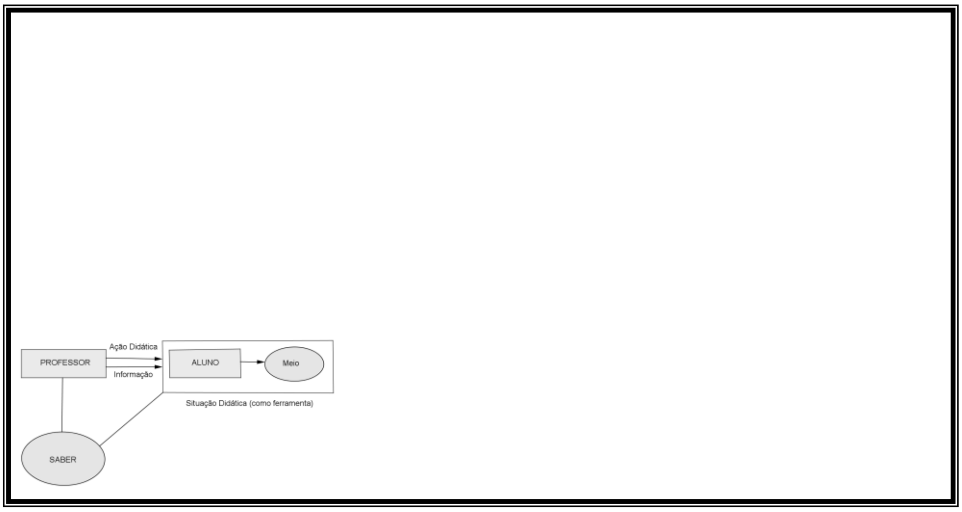
Figura 1: Triângulo Professor-Aluno-Saber.



Fonte: Brousseau (2008, pg. 54).

Brousseau (2008) propõem então outro triângulo conforme Figura 2, onde existe um "meio" em que o aluno atua de forma autônoma.

Figura 2: Triângulo Professor-Saber-Aluno-Meio A-didático.



Fonte: Brousseau (2008, pg. 54).

Essa estrutura das situações como ferramentas didáticas leva-nos a compreender que:

> A ação de um professor possui um forte componente de regulação dos processos de aquisição do aluno. O próprio aluno aprende pela regulação de suas relações com seu meio. As regulações cognitivas têm a ver com um meio a-didático, em que parte da estrutura é determinada pela organização definida pelo professor. (BROUSSEAU, 2008, p.56)

Na teoria de Brousseau uma sequência didática deve abranger situações a-didáticas e didáticas. São as dialéticas da TSD:

As Dialéticas

Brousseau (2008, p. 32) diz que cada situação pode fazer com que o sujeito progrida, e por isso também pode progredir, de tal modo que a gênese de um conhecimento pode ser o fruto de uma sucessão (espontânea, ou não) de novas perguntas e respostas, em um processo que chamei de ‘dialética.

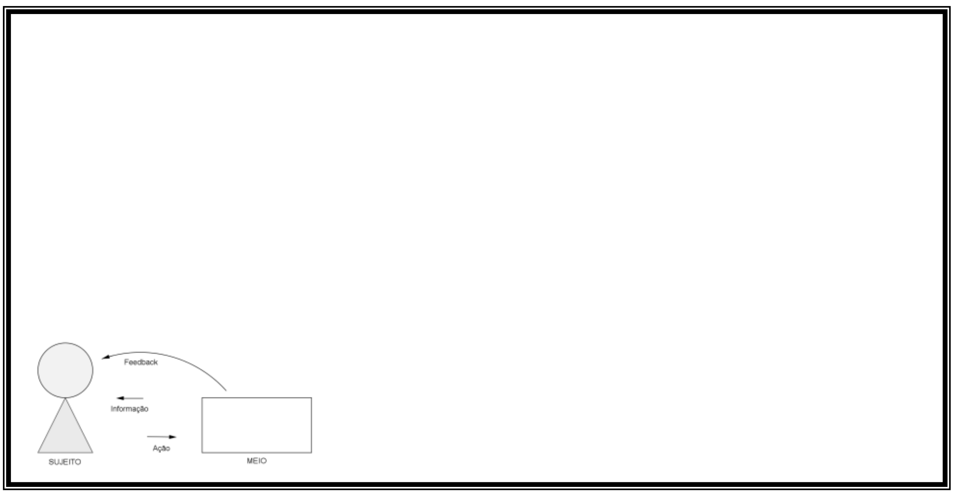
Nesses processos estão previstos situação de ação, formulação, validação e institucionalização que detalharemos a seguir.

Dialética da Ação

Esta é a fase da interação em que o aluno entra em contato com o problema apresentado e inicia o movimento de “ir e vir” dentro do seu *milieu* na busca de apresentar uma solução provisória.

Brousseau (2008), diz que para um sujeito “atuar”, este deve escolher diretamente os estados do *meio* antagonista em função de suas próprias motivações. Se o meio reage com uma certa regularidade o sujeito pode relacionar algumas informações às suas decisões (*feedback*). Nesta fase o aluno (sujeito) deve agir sobre a situação (meio) e este lhe retorna informações conforme Figura 3.

Figura 3: Esquema Geral de uma Situação de Ação.



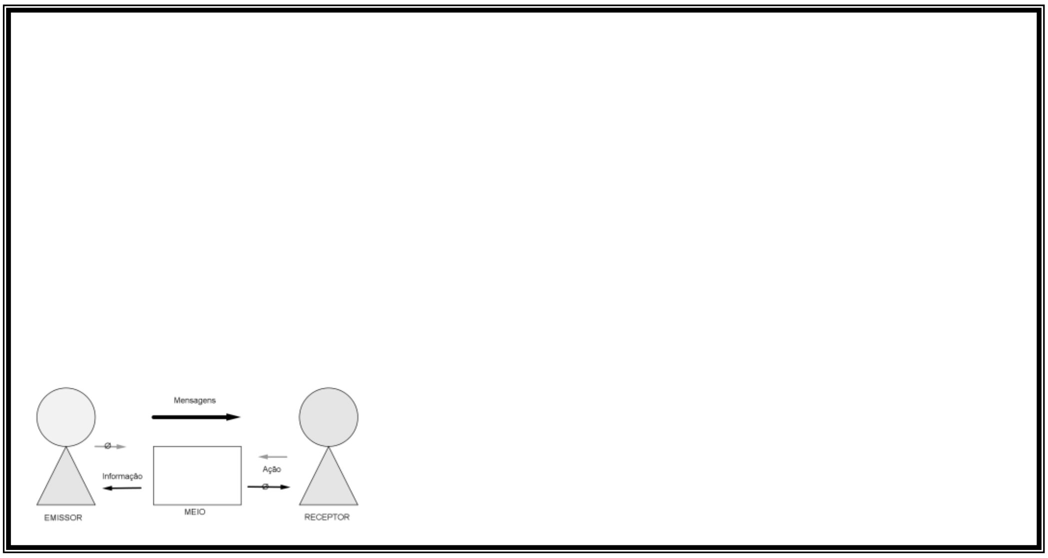
Fonte: Adaptada de Brousseau (2008).

Neste meio antagonista o sujeito pode antecipar suas respostas e considerar futuras decisões, mas pode também produzir e mudar estas “antecipações”.

Dialética da formulação

Esta é a fase em que o discente sem a intervenção do professor formular uma solução matemática para o problema apresentado. Brousseau (2008, p.29) diz que “A formulação de um conhecimento corresponderia a uma capacidade do sujeito de retomá-lo (reconhecê-lo, identificá-lo, decompô-lo e reconstruí-lo em um sistema linguístico)”. Nesta fase o aluno troca informações com outro sujeito. Para Brousseau (2008) este momento pode envolver efetivamente outro sujeito ou pode ser um sujeito fictício. Dessa forma pode descrever a situação conforme Figura 4.

Figura 4: Esquema de uma situação de formulação.



Fonte: Adaptada de Brousseau (2008).

Percebemos que a situação exige uma comunicação entre os sujeitos por meio de mensagens em que o primeiro sujeito (emissor) deve comunicar uma informação ao outro (receptor).

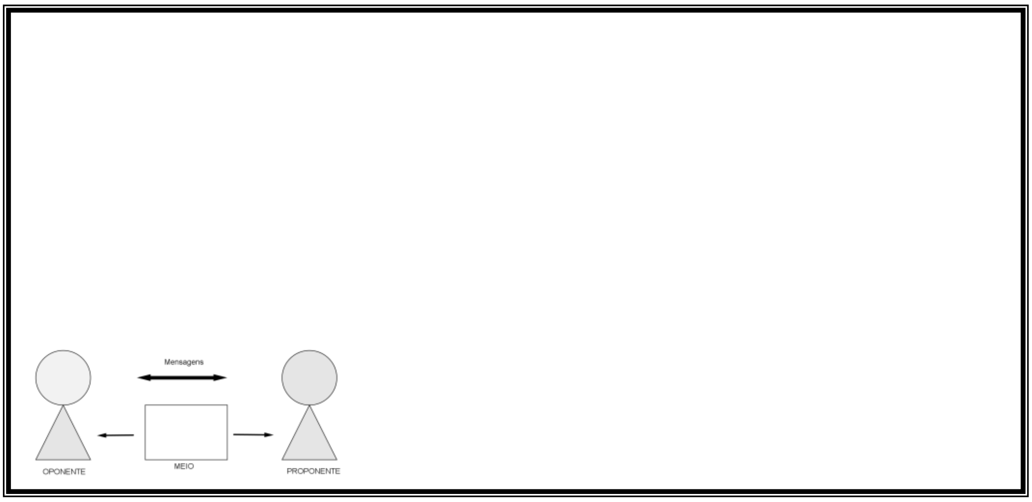
Dialética da validação

Esta é a fase em que o discente tenta validar o modelo por ele construído nas etapas anteriores. Neste momento Brousseau (2008) destaca que:

> o emissor já não é um informante, mas um proponente, e o receptor, um oponente. [...] Colaboram na busca da verdade, ou seja, no esforço de vincular de forma segura um conhecimento a um dos campos de saberes já consolidados, mas entram em confronto quando há dúvidas. (BROUSSEAU, 2008, p. 30)

O emissor (proponente) apresenta o que foi formulado por ele para o receptor (oponente) e este pode aprovar ou recusar o modelo apresentado. Brousseau (2008) ilustra isto conforme Figura 5.

Figura 5: Esquema de uma situação de validação.



Fonte: Adaptada de Brousseau (2008).

Podemos entender este momento como momentos de discussões ou debates entre os alunos para validar ou contestar as hipóteses levantadas na fase da validação.

As três descritas acima são fases a-didáticas. Dessa forma, fechamos o ciclo com uma fase didática descrita a seguir.

Dialética da Institucionalização

Nesta fase há uma intervenção direta do professor com a intenção de modificar o sistema de conhecimento do outro (vocabulário, formas de argumentação). Brousseau (2008) destaca que no passado acreditavam que as situações de ação, formulação e validação eram todos os tipos possíveis de situações de aprendizagem, porém com a experiência perceberam que depois de um tempo os professores precisavam ordenar um espaço. Mostrando assim, a necessidade de considerar as fases de institucionalização. Cabe ao professor a gestão da fase da institucionalização. Segundo Magalhães (2009), neste momento o professor deve proporcionar ao estudante uma fixação convencional e explícita sobre o estatuto cognitivo do saber.

Ainda sobre esta fase Brousseu (2008) diz que tudo pode ser reduzido a fase da institucionalização, basta olhar para o ensino clássico em que o professor diz o que quer o aluno aprenda e depois verifica se ele aprendeu, o que deslumbra na Teoria das Situações Didáticas são fases a-didáticas que não estão presentes nas situações clássicas, mas checar se o aluno aprendeu ou não determinado conteúdo, a fase da institucionalização, é imprescindível.

É necessário ter a noção do conceito contrato didático já que nesta fase o professor espera dos alunos determinado comportamentos e os alunos também esperam do professor um determinado comportamento ou postura. O contrato didático é um termo que provém da didática matemática francesa especialmente das pesquisas de Brousseau. Em síntese esse contrato é um conjuntos de regras em sua maioria implícitas que determinam o que cada elemento (aluno ou professor) da relação didática deverá fazer. Esta noção do contrato determina implicitamente as responsabilidades do professor e do aluno, e isto é importante porque é o papel explícito do professor é manifestado, o objeto é oficialmente aprendido pelo aluno e o professor reconhece tal aprendizagem.

2.2 ENGENHARIA DIDÁTICA

A noção de Engenharia Didática (ED) surgiu na Didática da Matemática na França no começo dos anos 80. Este termo Engenharia Didática (ED) foi criado por Michele Artigue. A própria Artigue (1995, p.36) caracteriza a Engenharia Didática “por um esquema experimental baseado em “realizações didáticas” em sala de aula, sobre a concepção, a realização, observação e análises de sequências de ensino.”

Artigue (1988) apud Amouloud e Coutinho (2008) distingue dois tipos de variáveis potenciais que serão manipuladas pelo pesquisador:

- As variáveis macrodidáticas ou globais relativas à organização global da engenharia.
- As variáveis microdidáticas ou locais relativas à organização local da engenharia, isto é, a organização de uma sessão ou uma fase.

Estas variáveis serão mais bem detalhadas nas momento da análise de dados.

A ED pode ser utilizada em pesquisas que estudam os processos de ensino e aprendizagem. Nesta pesquisa ED será vista como metodologia de pesquisa, de uma Pesquisa Ação, e discorreremos mais sobre isto no momento que for discutido a metodologia.

O processo experimental da ED é composto por quatro fases:

- Primeira fase: Análises Preliminares;
- Segunda Fase: concepção e análise *a priori* das situações didáticas;
- Terceira Fase: Experimentação;
- Quarta Fase: Análise *a posteriori* e validação.

Estas fases serão detalhadas no momento da metodologia, mas no momento cabe ressaltar que esta validação é feita internamente, na confrontação entre a análise *a priori* e na análise *a posteriori*. Assim, é importante destacar que a singularidade da ED não está em seus objetivos e sim em suas características metodológicas.

2.3 GEOMETRIA EUCLIDIANA PLANA: DOS GREGOS AO ATUAL CONTEXTO DO ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL

É na Grécia que a matemática, em particular a geometria, entra em uma fase fecunda. Segundo Cotardiéri (2011) “Os inícios da matemática grega são obscuros [..]. A tradição conservou, sobretudo dois homens, que terão sido os primeiros matemáticos da história: Tales de Mileto e Pitágoras de Samos”. Embora não tenham deixado obras escritas, a tradição atribuiu a Tales alguns teoremas de geometria elementar. E a Pitágoras o famoso Teorema de Pitágoras.

> Pitágoras foi, por certo, uma figura importante na Antiguidade, mas, atualmente, não é possível distinguir o seu trabalho da sua escola, [..]. São-lhe atribuídos os termos filosofia (filosofia: amor á sabedoria) e matemática (mathéma: aquilo que é aprendido). A tradição considera que Pitágoras deu novo impulso á matemática, separando-a das preocupações utilitárias. (COTARDIÉRI, p.27, 2011)

Dando continuidade as contribuições dos gregos para a matemática, sobretudo para a geometria, não podemos deixar de citar Platão com os sólidos platônicos (tetraedro, cubo, octaedro, dodecaedro e icosaedro).

> O principal contributo de Platão para a matemática é de ordem filosófica. Segundo a sua concepção, os objetos matemáticos pertencem ao mundo das ideias e não ao mundo sensível [...]. Por exemplo, o círculo (ou reta) matemático é uma coisa ideal, que se distingue de um círculo (ou de uma reta) que se traça ou se constrói necessariamente de maneira aproximativa; é a partir do círculo abstrato, o círculo enquanto "ideia", e não do círculo concreto e imperfeito, que se poderão obter verdades eternas. Esta visão platônica contribuiu muito para privilegiar o raciocínio dedutivo e para excluir, nas demonstrações qualquer referência à experiência sensível. (COTARDIÉRI, p.32, 2011)

Outro grego contemporâneo de Platão é o Eudoxo de Cnido, um contributo importante dele foi o método da exaustão que permitiu que fosse provado que a área do círculo é proporcional ao quadrado do diâmetro. Segundo Cotardiéri:

> Uma das suas principais etapas do método consiste em considerar um polígono inscrito na figura que se pretende caracterizar a área A e utilizar o fato de que se o polígono tem n lados, e se tem uma área Sn (que se sabe calcular ou caracterizar), a distância entre A e Sn pode ser diminuída à vontade aumentando n, por exemplo, duplicando n sucessivamente. (COTARDIÉRI, p.33, 2011)

O centro das atenções, ou melhor, o centro onde a matemática é desenvolvida desloca-se para a Alexandria no Egito. Lá se encontrava o prestigioso matemático Euclides, que organizou, sintetizou e apresentou o conhecimento matemático adquirido até o seu tempo na coleção de livros **Elementos**. Segundo Cotardiéri (2011) esta coleção representa um modelo de rigor para os matemáticos com o raciocínio dedutivo e axiomático. Dos treze volumes, os quatro primeiros referem-se à geometria, expõem noções elementares e propriedades relativas a retas, círculos, triângulos, retângulos, fornece numa forma geométrica resultados de natureza algébrica. Porém, os mesmos não abrangeram toda a matemática da época; não trataram das cônicas por exemplo.

Depois disso os avanços na geometria clássica são menos espetaculares. Surgiu a geometria analítica que foi um dos grandes avanços da matemática e invenções de geometrias não euclidianas, estas últimas provocaram uma revolução na qual a geometria liberta-se da realidade física, ou da intuição que se tem dela.

É necessário situar agora neste contexto a história do Ensino da Matemática no Brasil, dando ênfase ao ensino da Geometria. No Brasil enquanto colônia, os jesuítas passaram por volta de 200 anos ministrando cursos. Porém, não conseguiram generalizar a Matemática como cultura escolar. Segundo Valente (2007) uma questão importante que impedia a difusão da matemática nas escolas da Companhia de Jesus era o fato de não haver professores. Ainda no Brasil colônia surgem os primeiros livros didáticos escritos no Brasil pelo Sargento-Mor José Fernandes Pinto Alpoim. Apesar de terem finalidade militar estes livros continham tópicos de Matemática.

> Alpoim, [..] vai escrever dois livros que se tornariam os primeiros livros didáticos do Brasil: em 1744 o **Exame de Artilheiros** e **Exame de Bombeiros** em 1748 [...]. Os conteúdos da "arte militar" são precedidos da matemática necessária a sua compreensão. Exame de artilheiros compreende três capítulos: Aritmética, **Geometria** e Artilharia. Exame de bombeiros, escrito em dez tratados, tem os dois primeiros dedicados à **Geometria** e à Trigonometria. (VALENTE, p. 47-48, 2007. Grifo nosso).

Posteriormente no Brasil são adotados os livros Bélidor para Geometria e Bézout para a Aritmética. Valente (2007) aponta que "a adoção de Bélidor e Bézout inaugura no Brasil a separação entre Aritmética e Geometria. Assim é gerado o embrião de duas disciplinas autônomas dentro das escolas".

A vinda da corte portuguesa para o Brasil é um marco fundamental para o Ensino de Matemática. Neste período o livro Bézout passou também a ser utilizado também para o ensino de Geometria. Segundo Valente (2007), Bézout será o primeiro a introduzir a separação escolar dos conteúdos de Geometria.

Segundo Sena e Dorneles (2013), em 1824, com a gratuidade do nível primário, as tentativas de incluir noções geométricas além das quatro operações fundamentais, foram infrutíferas por não haver professores primários habilitados, ficando a geometria reservada para o ensino secundário. Percebemos que assim inicia-se nossa negligência com o ensino de geometria, principalmente nas séries inicias. Segundo Kopke (2006) *apud* Sena e Dorneles, (2013), em 1889 torna-se obrigatório o ensino de desenho técnico e geométrico em todo o país.

No Brasil, até a década de 30, segundo Fiorentini (1995, apud Sena e Dorneles, 2013), a Matemática foi pautada no modelo Euclidiano, ou seja, na sistematização lógica do conhecimento matemático com base em elementos primitivos, tais como axiomas, definições e postulados. Caracterizada por uma visão estática, a-histórica e dogmática das ideias. Percebemos que talvez hoje não tenhamos mudado muito de concepção, embora Bézout em 1765 tivesse uma preocupação mais didática, o que achamos mais adequado.

> Bézout escreve uma geometria intencionalmente fácil, clara. [...] A preocupação do autor, fica expressa desde o início, quando, a certa altura no prefácio, pergunta se deve justificar porque não usa termos como: Axioma, Teorema, Lema, Corolário, Escólio, etc. Conclui que isto não é mesmo necessário, pois tais palavras não acrescentariam clareza às demonstrações, além disso, não é apropriado aos iniciantes ao estudo da geometria. (VALENTE, p. 95, 2007)

Não propomos aqui uma abolição da formalidade e do rigor, mas sim, que pensemos formas mais didáticas de aproximar o aluno desta matemática axiomática e dedutiva.

Já na década de 30, com a criação de Instituições de Ensino de formação dos professores do nível secundário surge uma preocupação com o currículo. Sena e Dorneles apontam que neste período:

> passaram a conceber o aluno como ativo e a valorizar métodos desenvolvidos em pequenos grupos. [..] formular diretrizes metodológicas e unificar o ensino da Matemática que ficou composta no currículo por aritmética, álgebra, geometria e trigonometria. O estudo geométrico passou a ser ensinado em todo o curso secundário, composto de desenho (natural e técnico - com ramificações na indústria), e o estudo dedutivo da geometria. (SENA E DORNELLES, p. 140, 2013)

Ainda no que se refere ao Ensino de Matemática, Pavanello (1993) destaca que na década de 30 existe uma tentativa de estabelecer a unidade entre vários campos da Matemática e em relação ao ensino da Geometria, propõem-se que ele se inicie pelas explorações intuitivas de forma a estabelecer conhecimentos indispensáveis à sistematização que levará a exposição formal. Porém, Pavanello (1993) aponta que o estudo de livros didáticos da época mostra que os temas (Álgebra, Aritmética e Geometria) são programados em cada série sem que haja a intenção em trabalhá-los integradamente. Estrutura esta que não difere muito da nossa prática atual nas séries do nível médio.

A partir da década de 40 postergando-se até a década de 60 o ensino de Matemática sofreu influência de ideias defendidas pelo Movimento Internacional para a Modernização da Matemática, segundo Pavanello (1993),

> A coerência do movimento exige um ensino de geometria sob o enfoque nas transformações, ora o ensino da geometria na abordagem tradicional já enfrentava

> bastante problemas em relação ao conhecimento do professor aos métodos utilizados [...] problemas maiores surgem com a proposição de programas no qual a geometria é desenvolvida sob o enfoque das transformações. A maioria dos professores de matemática não domina esse assunto, o que acaba por fazer com muitos deles deixem de ensinar geometria sob qualquer enfoque. (PAVANELO, p. 13, 1993)

É na década de 70 que o ensino de geometria sofre um maior abandono de forma mais evidente nas escolas públicas. Isto ocorre após a promulgação da lei 5692/71. Segundo Pavanello (1993), após esta lei podemos reformular a tradicional dualidade da nossa escola em “escola onde se ensina geometria (escola da elite) *versus* escola onde não se ensina geometria (escola do povo)”. Neste sentido Nardi (2008) sinaliza que “o abandono da Geometria na Matemática Escolar é outro fator que tem impedido a presença do raciocínio matemático e da prova, visto que, quando a Geometria é retirada, o número de provas acessíveis e exequíveis restantes é reduzido”.

Além disso, Sena e Dorneles (2015) em sua pesquisa chegam à conclusão que as duas últimas décadas de pesquisa em geometria revelam que o estudo dessa área não é uma das prioridades no ensino da Matemática, apontando para um descaso que parte do processo histórico e se faz presente no cotidiano atual. Entre os desafios, persiste à falta de preparo dos professores para trabalhar com a Matemática de forma geral, especialmente a geometria, analisada um pouco mais através do recorte obtido. Com relação à produção, observamos que é muito mais expressivo na região Sudeste, e vem avançando no sul e nordeste. Entre as linhas de pesquisa examinadas, destacam-se os trabalhos de Informática e Tecnologias no Ensino, e também aqueles voltados para a formação de professores; ênfases que não eram evidentes nas décadas anteriores. Os estudos de novos métodos de ensino, assim como estudos de Filosofia, História e Epistemologia estão presentes. Entre os métodos de pesquisa, observamos o crescimento nos modelos voltados para intervenção.

O parágrafo anterior já nos dá argumentos para justificar porque escolhemos Geometria Euclidiana Plana como conteúdo para a sequência didática. É uma formar de fornecer subsídio aos professores, uma forma de contribuir para as pesquisas na área, uma forma de incentiva o ensino de um conteúdo que foi deixado de lado de lado algumas décadas atrás. Além disso, alguns alunos mostram dificuldades na aquisição dos conceitos geométricos, segundo Gouveia (1998) apud Mello (1999) , um dos problemas que favorecem o fraco desempenho de nossos alunos no que diz respeito aos conceitos e habilidades geométricas é devido à prática e às escolhas didáticas dos professores quando ensinam esses conceitos. Outro fator para a escolha não só do conteúdo Geometria, mas para que o recorte feito no tópico Áreas é que a concepção da área põem em jogo conceitos como: os conceitos de área, de grandeza, de medida, de número, de encobrimento, de equivalência.

2.4 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E APRENDIZAGEM DE GEOMETRIA

Este tópico trata dos registros de representação semiótica do ponto de vista de Raymond Duval e a relação destes registros com a aprendizagem de Geometria Plana. A aprendizagem em matemática constitui um campo de estudo para a análise de atividades cognitivas fundamentais como a conceitualização, o raciocínio, a resolução de problemas e a compreensão de textos. Teixeira e Passos (2013) entendem que a aprendizagem deve ser um processo envolvente para o aluno, que constrói, modifica, enriquece e diversifica esquemas de conhecimento já internalizados a respeito de diferentes conteúdos, a partir do significado e do sentido que pode atribuir a esses conteúdos e ao próprio fato de estar aprendendo. A aprendizagem em matemática requer a utilização de registros de representações semióticas que vão além da linguagem natural. Não podemos pensar em potencializar a aprendizagem dos alunos sem colocar em jogo o problema da aprendizagem em matemática e sua relação com os registros semióticos. Nossas sequências didáticas devem levar em consideração estas questões de forma a tornar mais acessível à compreensão em matemática.

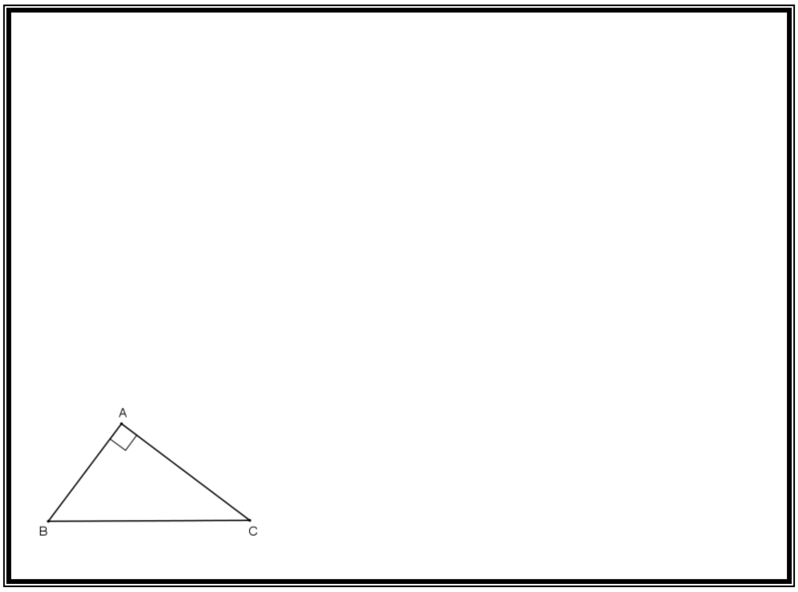
Na fase da aplicação das atividades, para que os estudantes compreendam os elementos geométricos, deverão articular: figura geométrica, enunciados relacionados a propriedades dos objetos e fórmulas ou relações algébricas associadas a estas propriedades. Este fato indica que as atividades requerem a utilização de formas diferenciadas de registros (figuras geométricas, gráficos, tabelas, símbolos, números, linguagem natural, linguagem algébrica, etc.). Fica claro a importância das representações semióticas para o desenvolvimento de atividades em matemática. Duval (2009) reforça esta nossa visão quando diz que os tratamentos matemáticos não podem ser efetuados independentes de um sistema semiótico de representação. Sadovsky (2007) também destaca a importância da representação semiótica para a produção de conhecimento quando diz: “A exigência de interpretar determinada representação semiótica requer desvendar as relações nela implícitas, o que dá lugar a produção de conhecimento”.

Duval (1999) *apud* Almouloud (2013) define um registro de representação como um sistema semiótico que tem as funções fundamentais em nível do funcionamento do consciente. Os registros de representação semiótica constituem, segundo Duval (2009), os graus de liberdade de que um sujeito pode dispor para objetivar a si próprio uma ideia ainda confusa, um sentimento latente, para explorar informações ou simplesmente para poder comunicá-las a um interlocutor. Então quando pensamos os problemas de aprendizagem em matemática neste contexto e na busca de caminhos que contribuam para a melhoria, temos que falar de registros, conversão e coordenação desses registros. Duval (2009) define a conversão como uma transformação que faz passar de um registro a outro. Requer então a coordenação dos registros no sujeito que a efetua. As atividades propostas nas nossas sequências didáticas em alguns momentos requerem a conversão de registros.

Nos problemas de geometria especificam-se as representações semióticas que são relativas a um sistema particular de figuras geométricas, linguagem natural, símbolo geométrico. E a resolução destes problemas requer muitas vezes uma conversão entre:

- **Simbólico Geométrico – linguagem natural**: quando se trata de uma linguagem simbólica sobre uma propriedade, por exemplo, r // s, que é equivalente dizer que as retas r e s são paralelas.
- **Linguagem Natural – figura**: quando se trata de informações dadas na forma discursiva para a forma geométrica, por exemplo, “seja ABC um triângulo retângulo em A...” que é equivalente a Figura 6:

Figura 6: Triângulo ABC retângulo em A.



Fonte: Elaborada pela autora.

O desenvolvimento do pensamento em geometria depende basicamente da apreensão conceitual, raciocínio e compreensão conceitual; elementos que segundo Duval (2009) são próprios da natureza do funcionamento cognitivo. Além disso, requer uma habilidade em transitar entre as representações na língua natural, algébricas e imagéticas. Duval (2009) traz que em matemática as representações semióticas além de atender aos fins da comunicação são necessárias ao desenvolvimento da atividade matemática.

Segundo Duval (1995) *apud* Almouloud (2013), a geometria envolve três formas de processo cognitivo: visualização, construção e raciocínio. Estes três processos são independentes, a visualização é um processo intuitivo, a construção depende da conexão entre propriedades matemáticas e técnicas de construção, o raciocínio depende das definições, axiomas, teoremas. Ainda, segundo o autor, estas três espécies de processos cognitivos são entrelaçadas e cognitivamente necessárias para a proficiência em geometria.

Almouloud (2013) aponta que um dos maiores problemas de ensino e aprendizagem da geometria é de origem didática e linguística: E fundamentado em Duval (1995), Almouloud (2013, p. 130) lista estes problemas:

- A coordenação dos diferentes registros de representação (escrita algébrica, as figuras geométricas, o discurso na língua natural) ligados ao tratamento dos conhecimentos não se opera espontaneamente, mesmo no curso de um ensino que mobilize essa diversidade de registros;
- As figuras formam um suporte intuitivo importante nos passos da demonstração em geometria, fornecendo uma visão maior do que o enunciado e permitem explorar, antecipar, mas nem sempre facilitam "ver" sobre a figura as relações ou as propriedades em relação às hipóteses dadas, as quais correspondem à solução procurada, porque as estratégias de ensino nem sempre levam em consideração os diferentes registros de representação semiótica em jogo;
- A não constituição de uma rede semântica dos objetos matemáticos e dos teoremas solicitados por uma demonstração associada ao registro de representação em uma rede de propriedades lógicas pode constituir um obstáculo ao aprendizado da demonstração;
- A dificuldade dos alunos para interpretar corretamente um problema e sua incapacidade em produzir a explicação de sua solução com um mínimo de

vocabulário apropriado mostra sua limitação para entender os textos mais simples. As informações contidas no enunciado obedecem a regras matemáticas precisas. Ao compreender seu senso global, o aluno estará capaz de selecionar as informações principais e de revelar as relações entre elas. Uma má leitura pode conduzir a não respeitar as relações das instruções e consequentemente a cometer erros;

- Os tipos de problemas propostos nos livros didáticos, em geral, não envolvem questões de interpretação de textos matemáticos (definições, teoremas, enunciados de problemas...). Uma proposta para ensino e a aprendizagem – A conversão de registros de representação semiótica.

Almouloud (2013) indica que estes problemas podem ser minimizados construindo situações de ensino e aprendizagem levando em conta as diferentes apreensões das figuras geométricas: perceptiva, discursiva, operatória e sequencial; tendo a demonstração como parte integrante do processo de ensino e aprendizagem dos conceitos/habilidades e do raciocínio lógico; e levando em consideração a importância dos registros de representação (desenho/figura geométrica, linguagem natural, linguagem matemática). Considerando isto, desenvolvemos aqui a nossa pesquisa de forma que as atividades desenvolvidas levassem em conta os aspectos teóricos e processos que favorecessem a construção de conceitos geométricos. Assim, fazendo um apelo a três registros de representação semiótica: figuras geométricas, registro discursivo e registro matemático.

3 TECNOLOGIAS DE INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TIC) E O ENSINO DA MATEMÁTICA

Neste capítulo, discorreremos sobre as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) de forma a direcionar a discussão para as tecnologias computacionais aplicadas ao Ensino de Matemática e neste contexto tendo como foco o ensino e a aprendizagem de Geometria Plana. Discutiremos sobre os softwares de geometria dinâmica, em particular o Geogebra, de forma a justificar a escolha da ferramenta.

3.1 NOVAS TECNOLOGIAS (COMPUTADOR)

Ao longo da história o ser humano tem criado aparatos tecnológicos resultantes de seu conhecimento. Lévy (1998) aponta quatro marcos históricos que correspondem a diferentes momentos de utilização da tecnologia. Estes momentos são: nas sociedades anteriores à escrita em que o ancião detém o saber, no advento da escrita em que o intérprete domina o conhecimento, após a criação da prensa onde o conhecimento se vê na figura do cientista, e hoje onde retomamos a uma oralidade, servida ou não por intérpretes e cientistas onde o carregador direto do saber é o ciberespaço; sendo entendido, a partir da leitura de Lévy (1998), como a região dos mundos virtuais pelo intermédio dos quais as comunidades descobrem e constroem seus objetos e se conhecem como coletivos inteligentes.

No século passado houve um desenvolvimento acelerado da tecnologia eletrônica, no qual podemos destacar os computadores. Esta tecnologia avançada foi baseada em matemática pura. Hoje no século XXI a presença desta tecnologia computacional já é uma realidade no cotidiano de nossos alunos e de certo modo em nossas salas de aula. Diante disto, entendemos que o ensino de matemática hoje não pode mais ser aquele em que o professor é visto como única fonte de conhecimento que é transmitido de forma unidirecional do professor para o aluno. Não podemos negar a influência das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) no ambiente da sala de aula.

Com relação ao entendimento de tecnologia, Lima (2005) não entende apenas como um aparato maquínico, mas como um processo produtivo, criativo e transformativo de forma que a tecnologia é inerente ao ser humano. Lima (2005) ainda destaca que não basta pensar a tecnologia. É necessário pensar tecnologicamente. Transportando este pensamento para a nossa realidade de sala de aula, será que estamos pensando tecnologicamente ou levando nossos alunos a pensar tecnologicamente? Será que já extrapolamos a tecnologia do lápis-papel e inserimos novos recursos (computador, tablet, smartphone, etc)? Será que queremos fazer isto?

No que diz respeito à adequação e à utilização destes recursos Magalhães (2009) aponta que embora exista um custo para as organizações, é mais simples implementar estes recursos do que as mudanças em termos dos comportamentos dos educadores. Ainda, tratando desta resistência de mudança de comportamento Borba & Villarreal (2004) alerta que a tecnologia ainda é percebida em alguns setores da educação, em diferentes partes do mundo, como uma ameaça para a humanidade. Neste ponto de vista, os computadores podem desumanizar o humano, e não deixam os educandos aprenderem o que deveriam. Com relação a estes medos Giraldo e Carvalho (2008) em sua breve revisão bibliográfica sobre o uso de tecnologia no ensino de matemática concluem que em relação à temida "atrofia" de habilidades e conhecimentos, mostraram que não há relação de causa e efeito simples e que neste ponto tanto limitações quanto potencialidades técnicas podem se converter em importantes potencialidades pedagógicas, desde que convenientemente exploradas.

Para refutar estas ideias de "atrofia" que ainda podem persistir na mente de alguns educadores, Lévy (1998) diz que:

> Para incrementar e transformar certas capacidades cognitivas humanas (a memória, a imaginação, o cálculo, o raciocínio expert), a informática exterioriza parcialmente essas faculdades em suportes numéricos. Ora, ao serem exteriorizados e reificados, esses processos cognitivos tornam-se partilháveis, reforçando, portanto, os processos de inteligência coletiva… desde que as técnicas sejam utilizadas com discernimento. (LÉVY, 1998)

Entretanto, Santos (2008) registra que "o número de boas experiências do uso do computador no processo ensino-aprendizagem é menor do que a sociedade poderia esperar, tendo em vista o volume de recursos disponibilizados para este fim."

O uso de máquinas com a finalidade de ensinar vem permeando este cotidiano dos professores e pesquisadores, mesmo antes do advento da tecnologia computacional, como aponta Valente (1993):

> O ensino através da informática tem suas raízes no ensino através das máquinas. Esta ideia foi usada por Dr. Sidney Pressey em 1924 que inventou uma máquina para corrigir testes de múltipla escolha. Isso foi posteriormente elaborado por B.F. Skinner que no início de 1950, como professor de Harvard, propôs uma máquina para ensinar usando o conceito de instrução programada. (VALENTE, 1993)

E como pensar o uso destas tecnologias hoje? Devemos compreender o computador não como máquina de ensinar e sim como um instrumento pelo qual o aluno desenvolve algo e ocorre o aprendizado. Neste contexto, o professor de hoje não pode ser apenas um transmissor de conhecimentos, isso o próprio computador já faz. Ele deve ter a capacidade de pensar melhores formas e estratégias que potencializem a aprendizagem do aluno. Segundo Ramal (2003) existe duas formas de usar a máquina na sala de aula:

> Uma é como se ela fosse simplesmente um caderno mais prático, ou um quadro-negro mais moderno: por exemplo, colocar os alunos para copiar textos no Word, ou dar aula com apresentações no Powerpoint. Isso não é novidade, é apenas incrementar a aula tradicional com elementos atraentes. A segunda maneira é tornar o computador um novo ambiente cognitivo, ou seja, compreender que no contexto digital mudam as nossas formas de pensar e, portanto, de aprender. (RAMAL, 2003).

Ao falar da inserção dos computadores na educação Valente (1993) sinaliza que “para a implantação do computador na educação são necessários basicamente quatro ingredientes: o computador, o software educativo, o professor capacitado para usar o computador como meio educacional e o aluno”. Porém, para Sousa (2011) o preparo dos docentes brasileiros para a utilização de mídias e objetos digitais como materiais didático-pedagógicos ainda é insipiente e que a rapidez das inovações tecnológicas nem sempre correspondem à capacitação dos professores para a sua utilização e aplicação, o que muitas vezes, resulta no uso inadequado ou na falta de criação diante dos recursos tecnológicos disponíveis.

Também não podemos entender que o computador sozinho ensina, assim como os livros sozinhos também não ensinam a maioria das pessoas. Para que possa haver aprendizagem é necessário propor atividades que promovam reflexão, proporcionem momentos de experimentação de forma que permita aos alunos perceber propriedades, conjecturar e justificar. Neste sentido compreendemos que os softwares de geometria dinâmica trazem grandes contribuições para o processo de ensino e aprendizagem das geometrias (plana, espacial e analítica). Neste sentido Sadovsky já apontava estas necessidades ao tratar da complexidade da sala de aula.

> Pensar a sala de aula como um contexto no qual se desenvolve atividade matemática requer também pensar em condições para que os alunos sejam levados a formar conjecturas, procurar formas de validá-las, produzir argumentos dedutivos, arriscar respostas para as questões que se formulam, criar formas de representação que contribuam para chegar às soluções que se buscam, reformular e reorganizar os velhos conhecimentos à luz dos novos conhecimentos produzidos, generalizar as ferramentas que vão surgindo e também definir os seus limites.(SADOVISKY, 2007, p. 55).

Fainguelernt (1999) *apud* Follador (2011) ao falar da inserção dos computadores nas aulas de matemática, diz que:

> O ambiente interativo torna diferente e excitante o ensino realizado através do computador; gera um novo envolvimento com a aprendizagem e faz com que surjam novos desafios, novas ideias, novos caminhos de construção do conhecimento e desenvolvimento do pensamento e uma revitalização nos debates educacionais. (FAINGUELERNT, 1999, p. 15 apud FOLLADOR, 2011, p. 38)

Giraldo e Carvalho (2008) complementam a ideia de Fainguelernt quando dizem que os efeitos de tecnologia no ensino de matemática não parecem ser determinados por qualquer atributo intrínseco aos recursos computacionais empregados, mas sim pela forma como estes são usados. Assim, temos a sensação de que o ensino de matemática pode melhorar se soubermos explorar estes recursos computacionais. Esperamos que as *applets* como um objeto digital de aprendizagem mude a forma de pensar e aprender geometria dos alunos. Dentro desta perspectiva e com a intenção de promover este ambiente interativo é que lançamos mão do uso do software Geogebra, um software de geometria dinâmica.

3.2 GEOGEBRA E *APLLETS*

Os recursos tecnológicos estão cada vez mais presentes na vida dos nossos alunos, e nas nossas salas de aula. Sobre a utilização destes recursos tecnológicos no ensino da matemática os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) destacam que:

> Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (BRASIL, p.41, 2000)

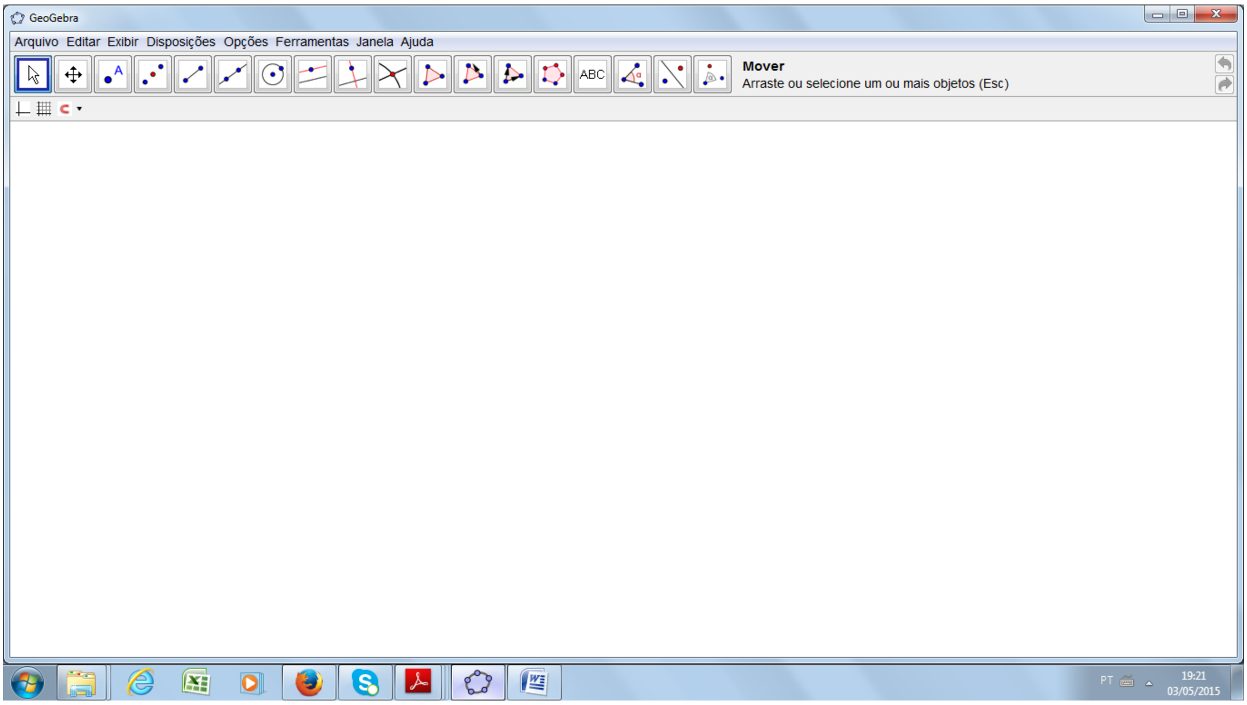
Entendemos que o uso do computador como recurso pedagógico feito de forma bem planejada pode auxiliar no ensino e potencializar a aprendizagem. No que diz respeito à Geometria Plana, escolhemos para desenvolver o trabalho um software de Geometria Dinâmica (GD). Segundo Brandão (2008) a GD pode ser entendida como a implementação computacional da “régua e compasso”. Silva (2012) diz que um ambiente de geometria dinâmica pode ser definido como um software cuja característica principal é a possibilidade de “arrastar” as construções geométricas com o mouse, ao mesmo tempo em que suas medidas são atualizadas. As vantagens de utilizar um software de Geometria Dinâmica é que o mesmo provê a interação entre os usuários, no caso os alunos, e os objetos estudados. Brandão (2008) diz ainda que, “A grande novidade trazida pela Geometria Dinâmica (GD) é agilizar o exame de uma construção em diferentes instâncias permitindo que isto seja feito de modo interativo e com boa resposta gráfica”.

O software de Geometria Dinâmica escolhido para o presente estudo foi o Geogebra. Segundo o International Geogebra Institute, o Geogebra é um software de Geometria Dinâmica que combina conceitos de Geometria e Álgebra. Foi criado por Markus Hohenwater, da Universidade de Salzburg, Áustria. É um software gratuito, escrito na linguagem Java, o que permite seu uso em várias plataformas. Além disso, está disponível online. Este programa foi criado para ser usado em sala de aula, principalmente para o ensino e aprendizagem de matemática, que pode ser usado do ensino fundamental à universidade; tratando de conteúdos como Geometria Plana, Geometria Analítica, Funções, Trigonometria, Álgebra, Cálculo Diferencial e Integral.

O Geogebra nos permitirá criar *applets*. Segundo Figueira (2005), *applets* são pequenos programas executados em uma página HTML, que simulam determinados fenômenos. Já no Dicionário da Língua Portuguesa (2003-2015) applet é um software que executa uma atividade específica no contexto de outro programa. As atividades desenvolvidas com applets procurarão valorizar o pensamento matemático por meio de abordagens que promovam exploração, interação e dedução de propriedades dos objetos geométricos e, quem sabe, esboçar suas primeiras demonstrações matemáticas. O recurso *applet* nos permite tratar de propriedades geométricas de forma dinâmica, podendo facilitar a explicação e potencializar a aprendizagem.

No que diz respeito a construção da *applets*, elas foram desenvolvidas no Geogebra 4.3. Na Figura 7 tem-se a tela inicial do Geogebra com a disposição da Geometria Básica.

Figura 7: Janela inicial do Geogebra.



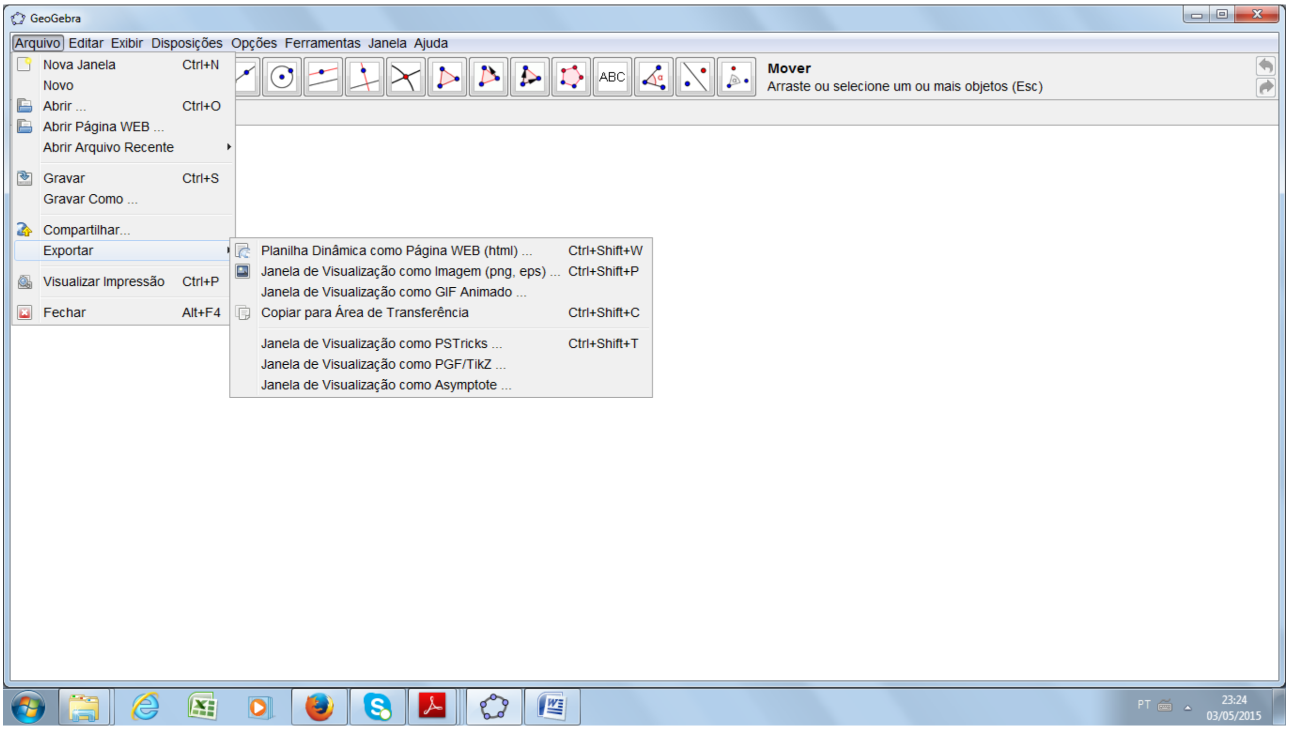
Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

Para gerar a *applet* no software Geogebra na versão 4.3, é necessário seguir alguns passos:

1. Construir um arquivo dinâmico;

2. Exportar este arquivo com extensão html. Para fazer isto deve-se clicar no **Menu Arquivo** e escolher o comando **Exportar** em seguida escolher o comando **Planilha Dinâmica com página WEB(html)**, conforme Figura 8.

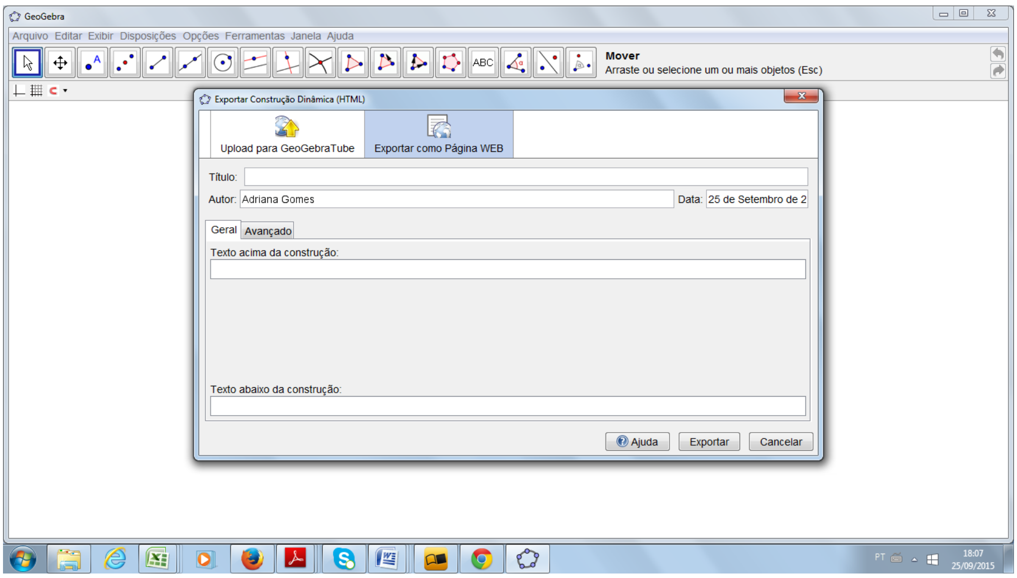
Figura 8: Janela do Geogebra com passos para criar uma planilha dinâmica.



Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

Feito isto, abrirá uma janela de exportação intitulada: **Exportar Construção Dinâmica** (HTML), ver Figura 9. Nesta janela você deve escolher a aba **Exportar com página Web.** Deverá digitar o título, o texto que aparece acima da construção e abaixo da construção. Depois é só clicar em exportar.

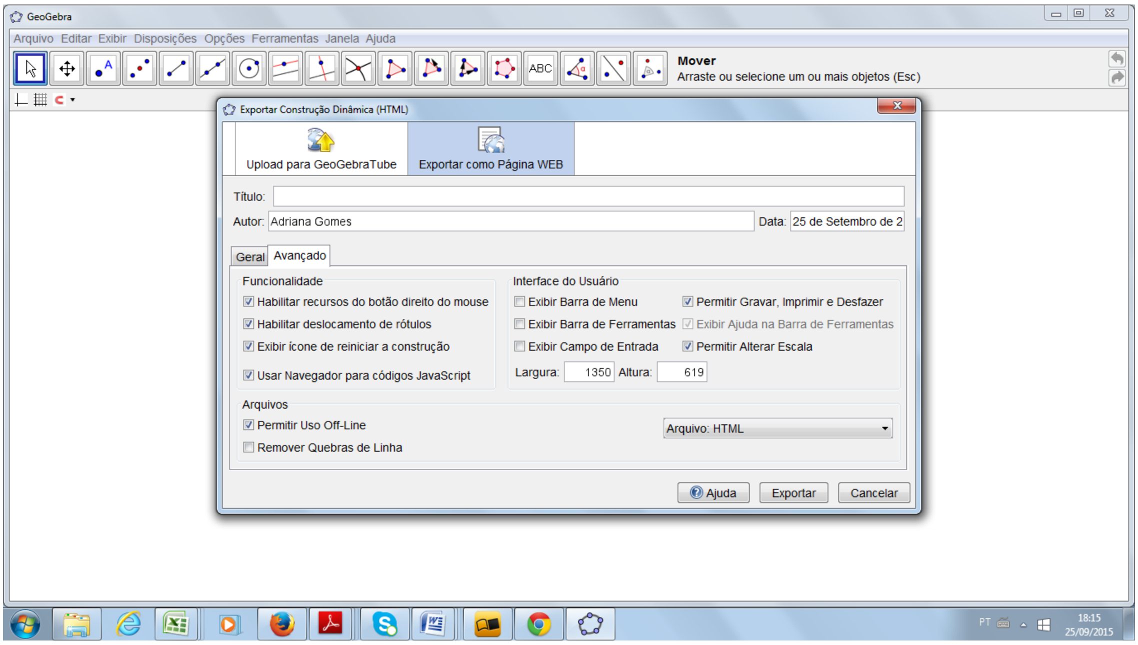
Figura 9: Janela Exportar Construção Dinâmica HTML).



Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7

Uma das vantagens desta versão é podermos optar por trabalhar com a *applet off-line.* Para fazer isto basta clicar na aba avançado da janela **Exportar Construção Dinâmica** (HTML) e habilitar a opção **Permitir uso off-line; conforme Figura 10.**

Figura 10: Habilitando uso off-line.



Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7

No que diz respeito à utilização das *applets* ela traz algumas vantagens em relação ao uso da construção no próprio Geogebra. Na *applet* o aluno não consegue desconfigurar a atividade o que acontece no Geogebra. A desvantagem é para “rodar” a aplicação no computador. Para tanto deve-se instalar o Java e as configurações de segurança devem ser alteradas para a mais baixa possível.

No desenvolvimento do trabalho com as *applets* os alunos serão orientados a interagir com o objeto digital de aprendizagem e fazer conjecturas sobre formas de calcular a área e algumas propriedades dos objetos geométricos.

Os professores de matemática sabem das dificuldades enfrentadas pelos alunos para compreender um conceito apenas por sua definição e neste sentido acreditamos que o uso do Geogebra potencialize tal aprendizagem, segundo Chaves, Giraldo e Belfort:

> “A não compreensão de uma definição formal é um fator que pode impedir seriamente a aprendizagem de Matemática. Porém, uma definição de conceito que faça sentido e possa de fato ser usada pelo sujeito demanda o desenvolvimento de uma imagem de conceito”. (CHAVES, GIRALDO E BELFORT, pg. 49, 2006)

O Geogebra vem auxiliar os professores neste processo de ensino-aprendizagem, tratando de conteúdos como: Geometria Analítica, Funções, Trigonometria, Álgebra, Cálculo Diferencial e Integral e no nosso caso em particular, Geometria Plana. Por se tratar de software de geometria dinâmica, o mesmo nos permite através de animações perceber algumas propriedades geométricas. Assim, acreditamos que o Geogebra possa contribuir para a construção de uma imagem do conceito, criando possibilidades de produzir e/ou construir conhecimentos. Como docentes, se conseguirmos alcançarmos isto, estaremos cumprindo o nosso papel de formadores. Para Freire (2013), ensinar não é transferir conhecimentos, mas criar possibilidades para a sua produção ou a sua construção.

As sequências didáticas propostas nesta pesquisa poderiam ser adaptadas para serem realizadas com material concreto, por exemplo. Mas, isto requer uma habilidade manual para confeccionar o material, o que nem todo professor de matemática tem. Além disso, perderíamos a dinamicidade e a plasticidade que o digital tem. Acreditamos que o contato com as *applets* e com o Geogebra pode levar ao aluno a novas conjecturas porque o programa limita menos as possibilidades de experimentações que o material concreto.

4 CAMINHOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo discutiremos os caminhos trilhados nesta pesquisa, seu contexto, e a metodologia adotada.

4.1 O CONTEXTO DA PESQUISA

O campo de execução, ou seja, o *locus* da presente pesquisa delimita-se entre os estudantes do segundo ano dos cursos integrados do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia-IFBA, *Campus* Jacobina. Este público alvo foi escolhido porque a pesquisadora tem acesso livre para desenvolver a presente proposta de trabalho e, a justificativa da delimitação do mesmo, se dá por se tratar de uma cidade, cuja região é carente de docentes na área de matemática e afins; além dos discentes apresentarem deficiências na disciplina de Matemática. A grande maioria dos alunos é oriunda de escola pública, além de nunca terem visto durante a sua vida escolar os conteúdos de Geometria Plana.

Os sujeitos beneficiários desta pesquisa em curto prazo se constituem no grupo de alunos formados enquanto sujeitos da presente proposta de trabalho de pesquisa. A partir dos resultados desta pesquisa, identificando-se a eficiência e efetividade do uso de *applets* no ensino da Geometria Euclidiana Plana, pretendem-se estender como sujeitos beneficiários do presente trabalho, os alunos dos outros anos do Ensino Médio, quer sejam estudantes do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia – IFBA, *Campus* Jacobina, como também de outros *Campi* do Instituto; além de demais alunos da rede pública de ensino.

Assim, em última escala, os sujeitos beneficiários desta pesquisa se constituem nos alunos do Ensino Médio, além dos seus professores e educadores em geral que terão a oportunidade de acessar as *applets* construídas e disponibilizadas através do LADIMA (Laboratório Digital para o ensino da Matemática). O objetivo do LADIMA é criar uma extensa base de objetos de aprendizagem nas diversas áreas da Matemática, sendo desenvolvido pelo prof. Dr. André Ricardo Magalhães, líder do grupo de pesquisa Tech-Mat.

4.2 PESQUISA AÇÃO E ENGENHARIA DIDÁTICA

A nossa pesquisa é uma Pesquisa Ação (PA). Segundo Thiollent (2007), "a pesquisa pode ser qualificada como Pesquisa Ação quando houver realmente uma ação por parte das pessoas ou grupos implicados no problema sob observação". A proposta da pesquisa consiste em um conjunto de ações planejadas que tem a intenção de mudar a metodologia das aulas de geometria plana com o intuito de contribuir para um melhor aprendizado dos alunos. Este tipo de ação é uma característica da PA. Thiollent (1999) afirma que a ação esperada da PA, em geral, trata-se de uma ação planejada, de uma intervenção com mudanças dentro da situação investigada. Ainda sobre a ação Thiollent (2007) diz que a ação é obrigatoriamente orientada em função da norma, no caso a "melhoria" que supõe um "ideal" em comparação ao qual a situação real deveria ser transformada. Para Tripp (2005) a pesquisa-ação educacional é principalmente uma estratégia para o desenvolvimento de professores e pesquisadores de modo que eles possam utilizar suas pesquisas para aprimorar seu ensino e, em decorrência, o aprendizado de seus alunos.

Neste contexto da Pesquisa Ação, realizamos um trabalho inspirado nos princípios da Engenharia Didática (ED). Segundo Almouloud e Silva (2012), "a engenharia didática agrega algumas das características da pesquisa-ação, já que se desenvolvem nela situações de sala de aula onde o pesquisador é levado a descrever e analisar os resultados de sua aplicação, tomando os devidos cuidados em relação ao grau de generalidade dos resultados". Neste sentido, Araújo e Igliori (2012) complementam o pensamento de Almouloud e Silva dizendo que:

> A Engenharia Didática caracteriza-se por ser uma metodologia qualitativa de pesquisa-ação que rejeita o método da Estatística Clássica Paramétrica, caso controle ou grupos experimentais e grupos testemunha. A abordagem das análises dos dados é comparativa. Elas são realizadas confrontando-se expectativas, experimentação e resultados, e a validação dessas análises é interna. (ARAÚJO e IGLIORI, 2012, p.7)

Como a elaboração da nossa sequência didática também está amparada nos pressupostos teóricos da Teoria das Situações Didáticas (TSD) criada por Brousseau, justificamos o uso da ED como metodologia.

A ED inclui quatro fases sobre as quais discorreremos a seguir:

4.2.1 Fases da Engenharia Didática

4.2.1.1 Análises preliminares

Nesta fase se observam a análise epistemológica dos conteúdos, a análise do ensino atual, a análise das dificuldades e obstáculos e a do campo onde vai situar-se a realização didática. Artigue (1995) diz que é a fase da concepção do quadro teórico didático geral e dos conhecimentos didáticos já adquiridos sobre o campo de estudo. Neste momento são realizadas análise epistemológica dos conteúdos contemplado pelo ensino; análise do ensino tradicional e seus efeitos; análise da concepção dos estudantes, de suas dificuldades e dos obstáculos que determinam sua evolução; análise do campo e restrições onde vai ocorrer a situação didática.

Estas análises devem ser feitas levando em consideração os objetivos da pesquisa. Destacamos que as análises preliminares não ocorrem apenas no início da pesquisa elas podem e devem ser retomadas nas fases seguintes.

Nesta pesquisa, do ponto de vista epistemológico fizemos uma breve revisão no tópico 2.2. Neste mesmo tópico ainda destacamos o abandono do ensino de geometria plana na década de 70 e seus impactos no ensino atual. Sobre as dificuldades e obstáculos, quando analisarmos o questionário diagnóstico teremos uma melhor percepção das dificuldades do grupo.

4.2.1.2 Concepção e análise *a priori*

Nesta fase o pesquisador delimita certo número de variáveis sobre os quais o ensino pode atuar. Artigue (1995) aponta que nesta fase o pesquisador toma decisão sobre um determinado número de variáveis do sistema, identifica as variáveis pertinentes com relação ao problema estudado. Estas variáveis são denominadas variáveis de controle. Visando facilitar a análise da engenharia Artigue (1995) classifica as seguintes variáveis de controle;

- Variáveis Macro-Didáticas ou Globais: concernentes à organização global da engenharia;
- Variáveis Micro-Didáticas ou Locais: concernentes à organização local da engenharia, isto é, a organização de uma sequência, de uma fase.

Como uma variável local da sequência didática escolhemos usa o controle deslizante[6], ele permite que o aluno gere figuras semelhantes anterior sem ter que criar novas figuras, e neste processo o aluno pode observar o que acontece com objeto, procurar o que é invariante e formular suas conjecturas. Outra variável local foi a utilização do recurso duplicar[7], através deste recurso o aluno pode duplicar as figuras e comparar o que acontece em relação a anterior, qual é a nova figura formada e elaborar suas hipóteses com relação ao cálculo da medida de área destas figuras.

4.2.1.3 Experimentação

É a fase da realização da engenharia, a qual se inicia no momento em que se dá o contato pesquisador/professor/observador e supõe a explicitação dos objetivos e condições de realização da pesquisa, seguindo com a aplicação dos instrumentos de pesquisa e o registro das observações feitas. No que diz respeito a esta fase Artigue (1995) declara que é uma fase bem conhecida, onde nela são recolhidos um conjunto de dados obtidos por meio de observações realizadas, das sequências de ensino, das produções dos alunos. Estes dados se completam com outros obtidos pela utilização de metodologias externas como questionários, entrevistas. É nesta fase que se dá o estabelecimento do contrato didático, ou seja, das "regras do jogo".

4.2.1.4 Análise *a posteriori* e a validação

Esta fase se apoia sobre todos os dados colhidos durante a experimentação. É essa fase que se dá o tratamento dos dados pertinentes a *análise a posteriori.* Almouloud (2007) destaca que o objetivo desta fase é relacionar as observações com os objetivos definidos a *priori* e estimar a reprodutibilidade e a regularidade dos fenômenos didáticos identificados. Como já indicamos e reforçamos agora citando Artigue (1995, p.48) "a confrontação da

[6] Controle deslizante é uma ferramenta do Geogebra ele permite inserir uma variável na área de trabalho, que pode, posteriormente, ser alterado usando o mouse para arrastar o pequeno ponto preto. O controle deslizante permite trabalhar com variáveis associadas a coordenadas de pontos, medidas de seguimentos, tudo depende da criatividade e habilidade de quem está construindo o objeto. Os valores de início e término do controle são escolhidos de forma aleatória, tendo em vista a melhor apresentação do objeto e objetivo da atividade.

[7] O recurso duplicar foi criado utilizando uma caixa de diálogo no Geogebra, ao habilitar a caixa a figura é duplicada.

análise *a priori* com a análise *a posteriori é* que se fundamenta a essência da validação das hipóteses formuladas na investigação".

A fase 1 da ED foi feita no capítulo 2. Com relação à fase 2, cada sequência terá sua análise a priori. A experimentação ocorreu em um conjunto com 6 (seis) oficinas, elaboradas sob os pressupostos da Teoria das Situações Didáticas (TSD); no qual consiste basicamente em quatro momentos:

i. **Ação**: Neste momento os alunos foram colocados em contato com as *applets* e orientados a manipulá-las;
ii. **Formulação**: Ao interagir com as *applets* e seguindo a sequência didática os alunos eram levados a fazer conjecturas sobre a situação-problema;
iii. **Validação**: As *applets* tinham mecanismos que permitiam que os alunos realizassem testes de forma a validar ou não as hipóteses formuladas no momento da formulação;
iv. **Institucionalização**: Este é momento em que o professor faz de forma tradicional a institucionalização do conhecimento abordado no objeto digital de aprendizagem.

Na fase 4 da ED será feita uma análise *a posteriori* que consiste nas análises das respostas dos alunos. Ao confrontar a análise a priori e a análise *a posteriori* realizaremos a validação que na ED é de forma inerente a uma validação interna.

Os instrumentos de coleta de dados foram basicamente observações sistemáticas e questionários. Do ponto de vista do procedimento técnico buscou-se desenvolver uma pesquisa ação desenvolvida a partir da interação entre pesquisador e membros da situação investigada.

5 ANÁLISE DE DADOS E DISCUSSÕES

A análise de dados consiste no processo em que se buscam e organizam, de forma sistemática, a transcrição da sequência didática, dos registros automáticos de observações feitas nos momentos das oficinas e das entrevistas realizadas individualmente ou em grupo; de modo a aumentar a compreensão desses materiais e obter respostas para o problema da investigação. Dessa forma, procuramos na prática pedagógica recorrer à análise de conteúdo com o intuito de desvendar o que está por trás das palavras contidas nas mensagens dos questionários aplicados.

Neste capítulo será feita uma descrição dos sujeitos, dos objetos de coleta de dados, das sequências didáticas e das observações feitas no momento das oficinas. Após a descrição e contextualização serão apresentados os resultados e realizadas as discussões dos mesmos.

5.1 OS SUJEITOS DA PESQUISA

Os sujeitos da pesquisa são estudantes do segundo ano dos cursos integrados do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia, *Campus* Jacobina. A pesquisadora é docente da disciplina de Matemática nas três turmas do segundo ano existentes na escola. As turmas são dos cursos integrados de Informática, Mineração e Eletromecânica. O trabalho foi realizado com 16 (dezesseis) destes alunos que se escreveram para participar das oficinas de forma voluntária. Os pais destes alunos assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (ver Apêndice A).

5.2 DO QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

Foi aplicado um questionário diagnóstico (ver Apêndice B) cujo objetivo era coletar dados a respeito dos conhecimentos prévios dos alunos sobre Geometria Plana no início da pesquisa. Faremos aqui apenas as análises do questionário diagnóstico dos 12 (doze) alunos que participaram da pesquisa. Para manter em sigilo a identidade de cada aluno atendendo ao TCLE, identificaremos aqui os 12 (doze) alunos da seguinte forma: ALUNO I, ALUNO II, ALUNO III, ALUNO IV, ALUNO V, ALUNO VI, ALUNO VII, ALUNO VIII, ALUNO IX, ALUNO X, ALUNO XI e ALUNO XII. Assim, agruparemos as respostas dadas da seguinte maneira:

A primeira questão traz o seguinte questionamento: Para você o que é Geometria Plana?

No Quadro 1 tem-se a Síntese das respostas da primeira questão do questionário diagnóstico.

Quadro 1: Sínteses das respostas da primeira questão do questionário diagnóstico.

NÃO RESPONDERAM	**RESPONDERAM QUE NÃO SABEM**	**RESPONDERAM**
		ALUNO II
ALUNO I	ALUNO VI	ALUNO III
ALUNO VIII	ALUNO IX	ALUNO IV
	ALUNO X	ALUNO V
		ALUNO VII
		ALUNO XI
		ALUNO XII

Fonte: Elaborado pela autora.

As respostas em linhas gerais definiam Geometria Plana como: estudo de figuras, das formas geométricas, estudo de áreas, perímetros, ângulos, estudo de polígonos.

A segunda questão questionava ao aluno se estudou Geometria Plana antes e em quais séries.

- 1 aluno respondeu que não (ALUNO X);

- 2 alunos responderam que não lembram (ALUNO I e ALUNO VI);

- 1 aluno não respondeu (ALUNO XI);

- 3 alunos viram na 6ª série/ 7º ano (ALUNO II, ALUNO III, ALUNO IV);

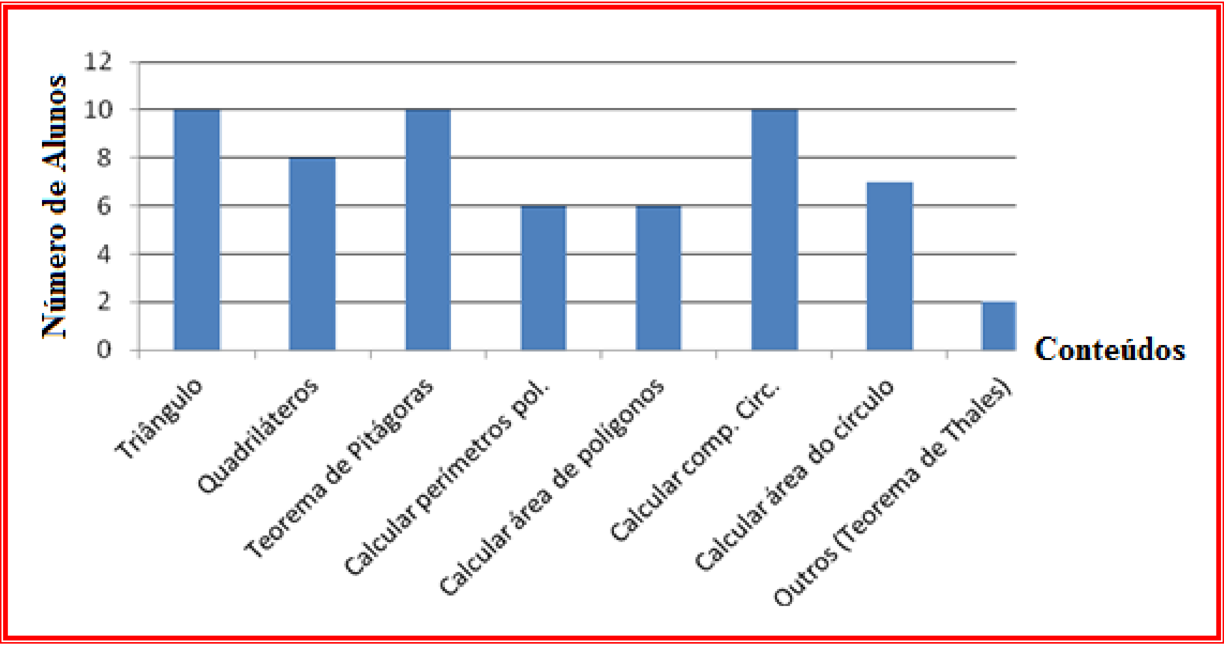
- 3 alunos viram apenas na 8ª série/ 9º ano (ALUNO V, ALUNO VIII, ALUNO IX);

- 2 alunos viram na 7ª série/ 8º ano e 8ª série/ 9º ano (ALUNO VII, ALUNO XII).

O aluno ALUNO VII chamou atenção para o fato de ter visto uma breve introdução ao Teorema de Pitágoras.

Na terceira questão os alunos deveriam marcar os conteúdos que já aprenderam. Resumimos suas respostas no gráfico da Figura 11.

Figura 11: Gráfico com sínteses das respostas da terceira questão do questionário diagnóstico.

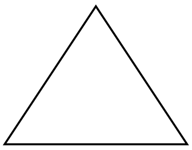
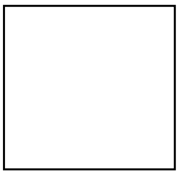
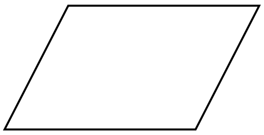
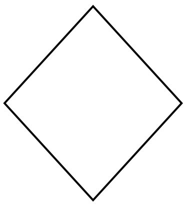
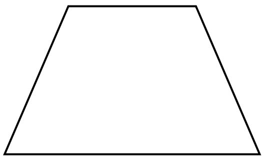


Fonte: Elaborada pela autora.

Na quarta questão eles foram questionados sobre quais dos conteúdos indicados na questão 3 eram de Geometria Plana. Em linhas gerais 06 (seis) alunos responderam todos os que conteúdos marcados, 02 (dois) indicaram parte dos itens que marcaram (quadriláteros, calcular área, perímetros, teorema de Pitágoras, comprimento de circunferência) e 01 (um) não respondeu. Os demais estudantes, num total de 03 (três) apresentaram as seguintes respostas em destaque: O ALUNO X "acha que triângulo e quadriláteros". O ALUNO XII disse: "que eu me lembre nenhum". O ALUNO VI respondeu que: "como não sei o que é Geometria Plana, não sei dizer se triângulo faz parte".

A quinta questão solicitava do aluno um esboço e a forma de calcular área e perímetro das figuras listadas. No Quadro 2 tem-se a síntese das respostas dadas com os respectivos comentários.

Quadro 2: Sínteses das respostas da quinta questão do questionário diagnóstico.

FIGURAS	SÍNTESE DAS RESPOSTAS
	A primeira figura era o **triângulo** e todos os alunos fizeram o esboço. Apenas o ALUNO VI não apresentou a forma correta para calcular a área. Já com relação ao perímetro apenas os alunos II, III, IV e XII souberam indicar a forma de calculá-lo.
	A segunda figura era o **quadrado** e todos os alunos fizeram o esboço. Apenas o ALUNO I não soube responder e os alunos VII, VIII, IX, X e XI responderam apenas como calcular a área.
	A terceira figura era o **retângulo** e todos os alunos fizeram o esboço. Apenas o ALUNO VII não soube responder e os alunos I, V, VI, VIII, IX, X e XI responderam apenas como calcular a área.
	A quinta figura era o **paralelogramo.** Os alunos I, VI, VII, VIII, IX, X e XI nem conseguiram fazer o esboço. Os demais alunos fizeram o esboço, porém, apenas o ALUNO III conseguiu indicar a forma de calcular o perímetro.
	A sexta figura era o **losango.** Os alunos I, II, IV, VI, VII e XI nem conseguiram fazer o esboço. Os demais alunos fizeram o esboço. Contudo, apenas os alunos III e XII conseguiram indicar a forma de calcular o perímetro.
	A sétima figura era o **trapézio.** Apenas os alunos III e IV não conseguiram fazer o esboço. Os demais fizeram o esboço e indicaram a forma de calcular a área; com exceção do ALUNO VII que só fez o esboço e os alunos II e XII que também indicaram a forma de calcular o perímetro.

Fonte: Elaborado pela autora.

A sexta questão pede para que o aluno estabelecesse algumas relações que serão listadas abaixo com as respostas que chamaram nossa atenção.

a) Quadrado e Retângulo

Apenas o ALUNO XI não respondeu a este item. Duas respostas tiveram destaque de forma positiva. ALUNO IX: “Todo quadrado é um retângulo, mas nem todo retângulo é uma quadrado”. ALUNO III: “Ambos possuem quatro lados, sua forma de calcular a área e o perímetro são iguais, possuem ângulos retos, formados por linhas paralelas”. Estas respostas mostram certa maturidade à primeira em entender que o quadrado tem as mesmas propriedades que o retângulo, mas a recíproca não é verdadeira. E a segunda por ser uma resposta que lista estas propriedades da forma mais completa em relação ao demais.

Também apareceram duas respostas que se destacaram por seus equívocos. ALUNO VIII: “Um retângulo pode ser dividido em dois quadrados”. ALUNO VI: “Todo retângulo é um quadrado, mas todo quadrado não é um retângulo”. O primeiro aluno acredita que podemos dividir um retângulo em dois quadrados, o que nem sempre é possível. O segundo aluno trocou a ordem da condicional. Isto pode indicar que este aluno tenha apenas memorizado esta condicional dita por algum professor em algum momento de sua vida sem entender o que de fato ela quer dizer. A primeira resposta nos deu subsídio para discutir em sala de que nem sempre podemos dividir um retângulo em dois quadrados e que a representação destes objetos é importante para a visualização; porém não podemos chegar a propriedades apenas com elas. É necessário conhecer as definições destes objetos.

b) Losango e Paralegramo

Apenas os alunos III e XII responderam a este item. ALUNO III: “Possuem quatro lados, formados por linhas paralelas”. ALUNO XII: “A mesma quantidade de lados”.

c) Quadrado e Losango

Apenas os alunos III, X e XII responderam a este item. ALUNO III: “Possuem quatro lados, possuem quatro ângulos retos, formados por linhas paralelas”. ALUNO X: “Mesma quantidade de lados”. ALUNO XII: “A mesma quantidade de lados”. A resposta dada pelo aluno III quando afirma que ambos têm ângulo reto reforça o entendimento de outros alunos de que o Losango é um Quadrado virado. Isto nem sempre é verdade porque nem sempre o Losango possui ângulos retos. Tal ponto também foi subsídio para as aulas no sentido de percebermos a importância de conhecermos definições e propriedades dos objetos e não ficarmos apenas com o que interpretamos das representações por meio de figuras.

d) Losango e Retângulo

Apenas os alunos III, X e XII responderam a este item. ALUNO III: "Possuem quatro lados, possuem quatro ângulos retos, formados por linhas paralelas". ALUNO X: "Mesma quantidade de lados". ALUNO XII: "A mesma quantidade de lados".

e) Explicite outras relações que não foram citadas

Apenas os alunos VIII, IX e XII responderam a este item. ALUNO VIII: "Losango e Triângulo: um losango pode ser dividido em dois triângulos ou mais". ALUNO IX: "Triângulo e Losango: O losango, quando dividido ao meio, forma dois triângulos". ALUNO XII: "Passando-se um traço na diagonal no quadrado formam-se dois triângulos, isso também acontece no retângulo. O trapézio é formado por um quadrado e dois triângulos". Esta última resposta também foi subsídio para a aula para mostrar que nem sempre isto acontece.

A sétima questão pediu que os alunos escrevessem o que entendem sobre os tópicos Teorema de Pitágoras, Área e Perímetro das Figuras Planas. Na sequência temos as respostas que chamaram nossa atenção.

a) Teorema de Pitágoras

Apenas três alunos não responderam. Três responderam de forma correta e os demais de forma insatisfatória.

b) Área das figuras plana

Apenas quatro alunos não responderam. Três responderam que não sabem. O ALUNO VI respondeu que "a área é o tamanho da expansão da figura".Os demais referiram-se aos cálculos e fórmulas. Percebemos claramente uma preocupação com fórmulas e uma falta de compreensão do que está calculando.

c) Perímetro das figuras planas.

Apenas dois alunos não responderam esse questionamento. Quatro responderam que não sabem. Os demais responderam que o cálculo é feito somando-se todos os lados.

A análise inicial deste questionário nos trouxe alguns dados que depois podem ser confrontados com os dados que surgirão durante e ao final do experimento.

5.3 DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Faremos aqui conforme procedimento da Engenharia Didática uma análise *a priori* e uma análise *a posteriori* de cada etapa da Sequência Didática, a sequência foi desenvolvida em seis momentos. Estas atividades foram desenvolvidas no laboratório de informática da escola durante o mês de março do ano de 2015.

Momento I

Momento I: Área do quadrado, área do retângulo e área do paralelogramo.

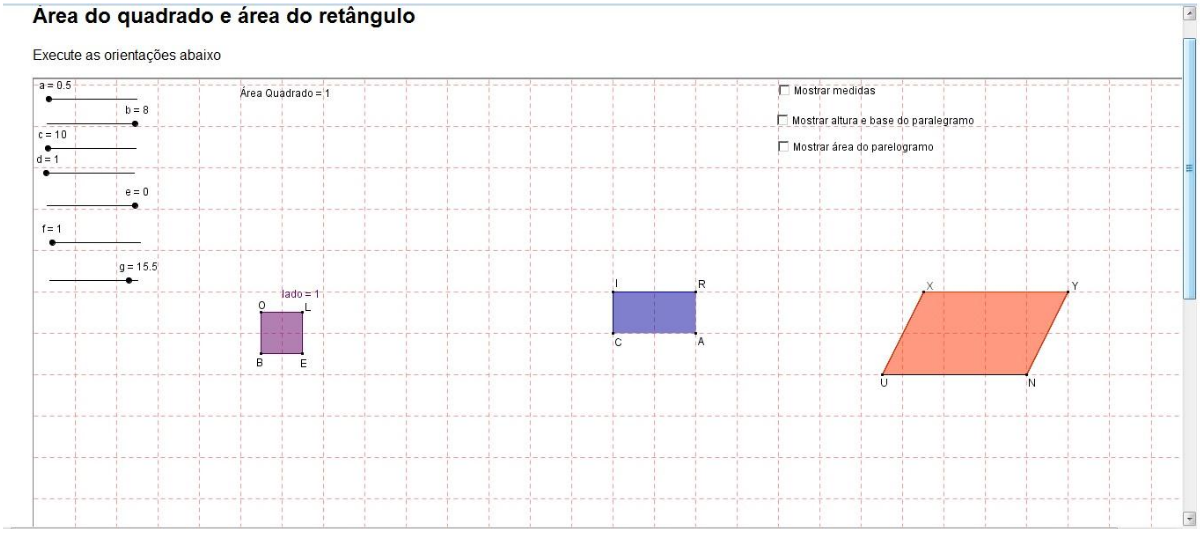
Execute as orientações abaixo:

1. Observe o quadrilátero BELO. Consegue identificá-lo? Cite algumas propriedades dele.
2. Movimente o controle deslizante **a** e observe o que acontece com as medidas do lado e a medida da área do quadrilátero BELO. Existe alguma relação entre essas medidas?
3. Tente escrever uma fórmula para calcular a área do quadrado BELO a partir da medida do seu lado.
4. Movimente o controle deslizante A de forma a retornar ao quadrado de lado 1.
5. Movimente agora os controles deslizantes **b, c, d, e**. A cada movimento conte quantos quadradinhos de lado 1 formam o retângulo CARI e anote. Existe alguma relação entre a quantidade destes quadradinhos e a área do retângulo CARI? E com as medidas dos lados há alguma relação?
6. Tente escrever uma fórmula para calcular a área do retângulo CARI a partir de sua base e sua altura.
7. Marque a opção **mostrar medidas**. Movimente novamente os controles **b**, **c**, d, **e**. Observe. As conclusões do itens 5 e 6 fazem sentido?
8. Conte quantos quadradinhos tem o paralelogramos UNYX. Qual a área deste paralelogramo?
9. Marque **mostrar área e altura do paralelogramo**. Existe alguma relação entre a área, a altura e a base do paralelogramo?

10. A partir das respostas dadas aos itens 8 e 9, tente montar uma fórmula para calcular a área do paralelogramo.

11. Marque **mostrar área** e movimente os controles deslizantes **f** e **g**. A fórmula construída no item 10 faz sentido?

Figura 12: Applet Área do quadrado, área do retângulo e do paralelogramo.



Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

Análise *a priori*

Esta atividade foi proposta para que os estudantes construíssem estratégias para calcular a área do quadrado, retângulo, paralelogramo e por fim explicitassem as fórmulas para efetuar estes cálculos.

No primeiro momento, item 1, esperávamos que os alunos identificassem o quadrilátero BELO e depois listassem suas propriedades. No item 2, a questão: Movimente o controle deslizante **a** e observe o que acontece com as medidas dos lados e a medida da área quadrilátero BELO. Existe alguma relação entre essas medidas? Quais? Esperávamos que o aluno pudesse identificar alguma relação e que isto lhe permitisse chegar à resposta do item seguinte que é escrever uma fórmula para calcular a área do quadrado BELO a partir das medidas dos seus lados. Neste ponto, espera-se que o aluno consiga apresentar a fórmula $A = l^2$, em que *A* indica a medida da área e *l* a medida do lado do quadrado.

Depois os alunos foram orientados a movimentar o controle deslizante (item 4). No item 5 temos a questão: Movimente agora os controles deslizantes **b**, **c**, **d**, **e**. A cada movimento conte quantos quadradinhos de lado medindo 1 formam o retângulo CARI e anote. Existe alguma relação entre a quantidade destes quadradinhos e a área do retângulo CARI? E com as medidas dos lados há alguma relação?

Esperávamos que o aluno pudesse identificar alguma relação e que isto lhe permitisse chegar a resposta do item seguinte que é escrever uma fórmula para calcular a área do retângulo CARI a partir de sua base e sua altura. Neste ponto, espera-se que o aluno consiga apresentar a fórmula $A = b.h$; em que A indica a medida da área, b a medida da base do retângulo e h a altura do retângulo.

No item 7, a questão: Marque a opção **mostrar medidas**, movimente novamente os controles **b**, **c**, **d**, **e**. Observe. As conclusões dos itens 5 e 6 fazem sentido? Neste momento os alunos são levados a interagir com as *applets*, tendo conhecimento dos valores das áreas de cada quadrilátero da situação anterior. A intenção aqui foi criar meios para que o aluno pudesse validar ou não a fórmula pensada por ele para calcular as áreas do quadrado e do retângulo.

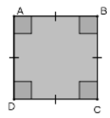
Das questões dos itens 8, 9 e 10: Conte quantos quadradinhos tem o paralelogramo UNYX. Qual a área deste paralelogramo? Marque **mostrar área e altura do paralelogramo**. Existe alguma relação entre a área, a altura e a base do paralelogramo? A partir das respostas dadas aos itens 8 e 9 tente montar uma fórmula para calcular a área do paralelogramo. Neste momento os alunos foram levados a interagir mais uma vez com a *applet*, levando-os a deduzir uma fórmula para calcular a área de um paralelogramo. E por fim, o item 11 tenta criar meios para que o aluno possa validar ou não a fórmula pensada por ele para calcular a área do paralelogramo.

Entendemos que todas as fases adidáticas (ação, formulação, validação) da Teoria das Situações Didáticas foram contempladas nesta sequência didática, pois com o auxilio do software o estudante pôde fazer diversas manipulações, criar suas hipóteses e validá-las ou não na própria *applet* criada.

A institucionalização do conteúdo

Esta é a fase didática da Teoria das Situações Didáticas. Começamos definindo o quadrado como um quadrilátero equiângulo (com quatro ângulos congruentes) e equilátero (com quatro lados congruentes). Além disso, representamos o quadrado utilizando uma linguagem algébrica ou simbólica e uma linguagem da figura, conforme Quadro 3. Pois, a luz de Duval (2009), entendemos que a aprendizagem em matemática requer atividades cognitivas de sistemas de expressão e representação além da linguagem natural ou das imagens. Entendemos que o aluno deve lidar com escrituras variadas para números, notações simbólicas para os objetos, escrituras algébricas e lógicas que contenham o estatuto de línguas paralelas à linguagem natural.

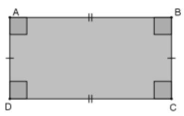
Quadro 3: Quadrado na linguagem simbólica e na linguagem da figura.

LINGUAGEM SIMBÓLICA	$ABCD$ é um quadrilátero tal que $AB \equiv BC \equiv CD \equiv AD$ e $\hat{A} \equiv \hat{B} \equiv \hat{C} \equiv \hat{D}$
LINGUAGEM DA FIGURA	

Fonte: Elaborado pela autora.

Definimos uma unidade de área como a superfície de um quadrado cujo lado mede uma unidade de comprimento. E também definimos o retângulo como um quadrilátero equiângulo e, assim como foi feito com o quadrado, o apresentamos na linguagem simbólica e na linguagem da figura; conforme Quadro 4.

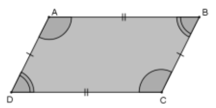
Quadro 4: Retângulo na linguagem simbólica e na linguagem da figura.

LINGUAGEM SIMBÓLICA	$ABCD$ é um quadrilátero tal que, $\begin{matrix} AD \equiv BC \\ CD \equiv AB \end{matrix}$ e $\hat{A} \equiv \hat{B} \equiv \hat{C} \equiv \hat{D}$
LINGUAGEM DA FIGURA	

Fonte: Elaborado pela autora.

Definimos o paralelogramo como um quadrilátero com lados opostos paralelos e congruentes. No Quadro 5 o apresentamos na linguagem simbólica e na linguagem da figura, conforme realizado com o quadrado e o retângulo.

Quadro 5: Paralelogramo na linguagem simbólica e na linguagem da figura.

LINGUAGEM SIMBÓLICA	$ABCD$ é um quadrilátero tal que, $AD \equiv BC$ e $CD \equiv AB$ $AD \,//\, BC$ $CD \,//\, AB$
LINGUAGEM DA FIGURA	

Fonte: Elaborado pela autora.

Durante a institucionalização foi explicado que a área do quadrado é calculada pela fórmula $A = l^2$ e que as áreas do retângulo e do paralelogramo são calculadas pela fórmula $A = b.h$. Para reforçar esta explicação relembramos o que eles fizeram ao interagir com a *applet*.

Análise *a posteriori*

Em resposta ao Item 1, só os ALUNO VI, VIII E XII, responderam que o quadrilátero é um quadrado. Os demais tentaram enunciar as propriedades. No Quadro 6 temos as propriedades citadas pelos alunos.

Quadro 6: Propriedades citadas pelos alunos.

ALUNOS	LADOS OPOSTOS PARALELOS	QUATRO LADOS COM MESMA MEDIDA	QUATRO ÂNGULOS COM MESMA MEDIDA
ALUNO I			X
ALUNO II		X	X
ALUNO III		X	
ALUNO IV		X	X
ALUNO V		X	X
ALUNO VI		X	X
ALUNO VII		X	X
ALUNO VIII	X	X	
ALUNO IX		X	X
ALUNO X			
ALUNO XI		X	X
ALUNO XII	X	X	X

Fonte: Elaborado pela autora.

Ainda neste item destacamos algumas respostas porque nos surpreenderam positivamente ou negativamente.

ALUNO VI: “É...um retângulo tem quatro ângulos iguais”. Percebemos a maturidade do estudante em compreender que um quadrado é também um retângulo.

ALUNO X: “Ângulos opostos congruentes, é um paralelogramo, sua área total é 360^0”. Este estudante confundiu área com soma dos ângulos internos, talvez por não ter bem definido o que é medida de área e medida de ângulo.

ALUNO XII: “Ele abrange as propriedades do paralelogramo, do retângulo e do losango”. Este estudante mostra ter uma compreensão ainda mais ampla dos quadriláteros.

No item 2, todos identificaram uma relação entre as medidas do lado e a medida da área do quadrilátero. Quando questionados qual(is)? Os estudantes identificados aqui por ALUNO I, ALUNO II, ALUNO III, ALUNO IV, ALUNO V, ALUNO VI, E ALUNO XI responderam simplesmente que são medidas proporcionais e que quando um aumenta o outro aumenta. O estudante ALUNO IX comete um equívoco ao responder que “no momento em que aumenta o lado, a área aumenta o dobro. Por exemplo: LADO = 2cm ÁREA DO QUADRADO = 4cm”. Somente os estudantes ALUNO VII, ALUNO VIII, ALUNO X e ALUNO XII percebem que o valor da área é sempre o quadrado do lado, ou seja, um terço dos alunos até este momento conseguem ter uma percepção correta da relação entre a medida do lado e a medida da área. Já, curiosamente, quando pedimos para escrever a fórmula (item 3) todos respondem $A = l^2$. Neste ponto acreditamos que os alunos responderam a pergunta pelo que tinham de conhecimento anterior ou memorização e não pela conclusão do item anterior.

No item 5, todos perceberam que existe alguma relação entre a quantidade de quadradinhos e a área do retângulo, e que esta medida varia com o lado. Contudo, apenas ALUNO II, ALUNO III E ALUNO VII concluíram neste momento que a relação que existe entre os lados e área é que esta é igual ao produto das medidas dos lados. Contudo, no item 6, quando solicitada uma fórmula para calcular a área do retângulo todos apresentaram a fórmula $A = b.h$.

No item 7, os alunos deveriam validar ou não o que conjecturaram nos itens 5 e 6. Todos conseguiram validar. Destacamos aqui a resposta de dois alunos: ALUNO IX: “Sim. Agora são 24 quadradinhos. A base = 6 cm e a altura = 4; 6x4 = 24 cm = área; ALUNO I: “Sim, fazem sentido. A base x altura fornece o valor da área e a quantidade de quadradinhos de lado 1 é a mesma medida da área”. Com estas respostas percebemos a importância da interação com o objeto geométrico que o Geogebra pode proporcionar e que o aluno passa a ter uma compreensão maior do que é a área de um figura plana e, para o caso do retângulo, o objeto digital de aprendizagem permitiu que os alunos tivessem condições de investigar porque calculamos a área do retângulo pela fórmula $A = b \times h$; onde A é a área, b é a base do retângulo e h é a altura do retângulo.

No item 8, os alunos deveriam apresentar a área do paralelogramo UNYX. O ALUNO V e o ALUNO VII não responderam. O ALUNO III e o ALUNO XI responderam 6, que estava incorreto. O demais responderam 7, que estava correto. No item 9, os alunos devem habilitar as opções mostrar área, altura e base do paralelogramo, e foram questionados se havia alguma relação entre estas medidas. O ALUNO V (que não respondeu o item anterior) e o ALUNO VII (que respondeu errado o item anterior) responderam sim, mas não conseguiram apresentar a relação. O ALUNO VI embora tenha respondido corretamente ao item anterior respondeu que não tem relação. Os demais responderam que sim e que multiplicando a base pela a altura teríamos a área.

No item 10, os alunos deveriam apresentar uma fórmula para calcular a área do paralelogramo. Todos os alunos, com exceção do ALUNO I e ALUNO VI, apresentaram a fórmula correta. O ALUNO I apresentou $\frac{(B+b).h}{2}$. Não entendemos o que aconteceu com este aluno, pois no item anterior ele respondeu b.h. Já o ALUNO VI respondeu $\frac{(B+b).h}{2^2}$. No item seguinte quando o aluno tenta validar sua fórmula, afirma que conseguiu e o ALUNO I responde de forma coerente que não. Neste ponto não podemos afirmar se o ALUNO VI fez a atividade preocupando-se em dar respostas fidedignas, ou se a sequência não consegue dar conta da validação. Os demais alunos que responderam corretamente o item 10 conseguiram validar sua resposta. E para responder nossa dúvida se a sequência consegue dar conta da validação apresentamos as respostas de dois alunos. ALUNO IX: “ Sim. Agora a base = 4 e a altura = 2,5; 4x2,5 = 10 cm = área”. ALUNO X: “Sim, quando movimento até o fim os dados obtidos são: h = 6 e b = 8, substituindo na fórmula h.b = 6.8 = 48 e quando marcamos (mostrar área do paralelogramo) obtemos que Área UNYX = 48”. Diante desta resposta podemos afirmar que a sequência pode dar conta da validação.

Momento II

Momento II: Área do triângulo

Execute os passos que forem solicitados:

1. O objeto de aprendizagem apresenta três tipos de triângulo. Cite as propriedades que você lembra de cada um.
2. Marque **duplicar.** Observe que foram formados quadriláteros, classifique-os.
3. Como calculamos a área de um paralelogramo? E de um retângulo?
4. Qual a relação você observa entre a área do paralelogramo e a área do triângulo?
5. Marque **mostrar alturas**. Qual relação você identifica entre as alturas dos triângulos e as

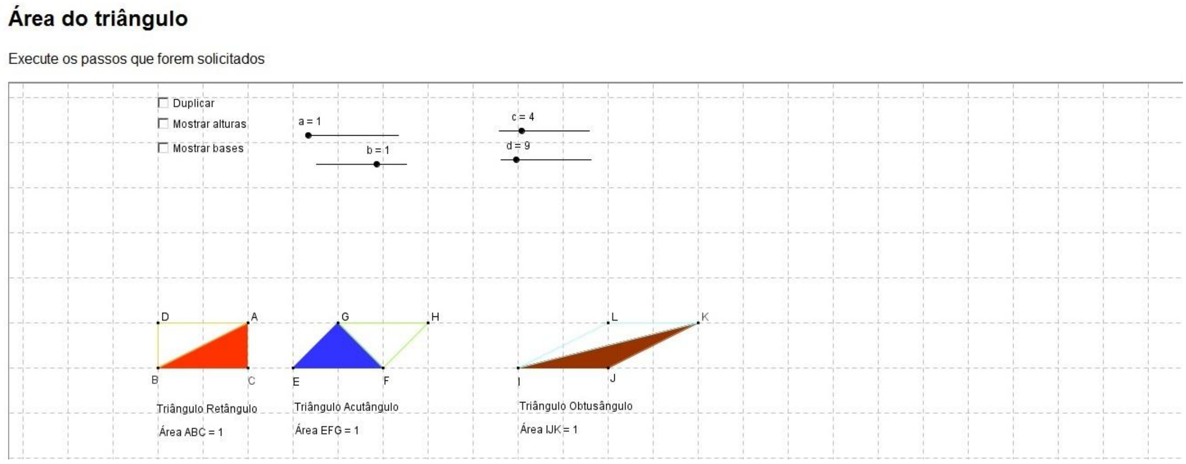
alturas dos paralelogramos?

6. Marque **mostrar bases**. Qual relação você identifica entre as bases dos triângulos e as bases dos paralelogramos?

7. A partir das respostas dos itens 2, 3, 4, 5 e 6 tente construir uma fórmula para calcular a área do triângulo.

8. Marque **mostrar áreas** e depois **movimente os controles deslizantes** para alterar as bases e as alturas dos triângulos. Teste os valores da base e da altura na sua equação e veja se o valor encontrado para a área confere.

Figura 13: Applet Área do triângulo.



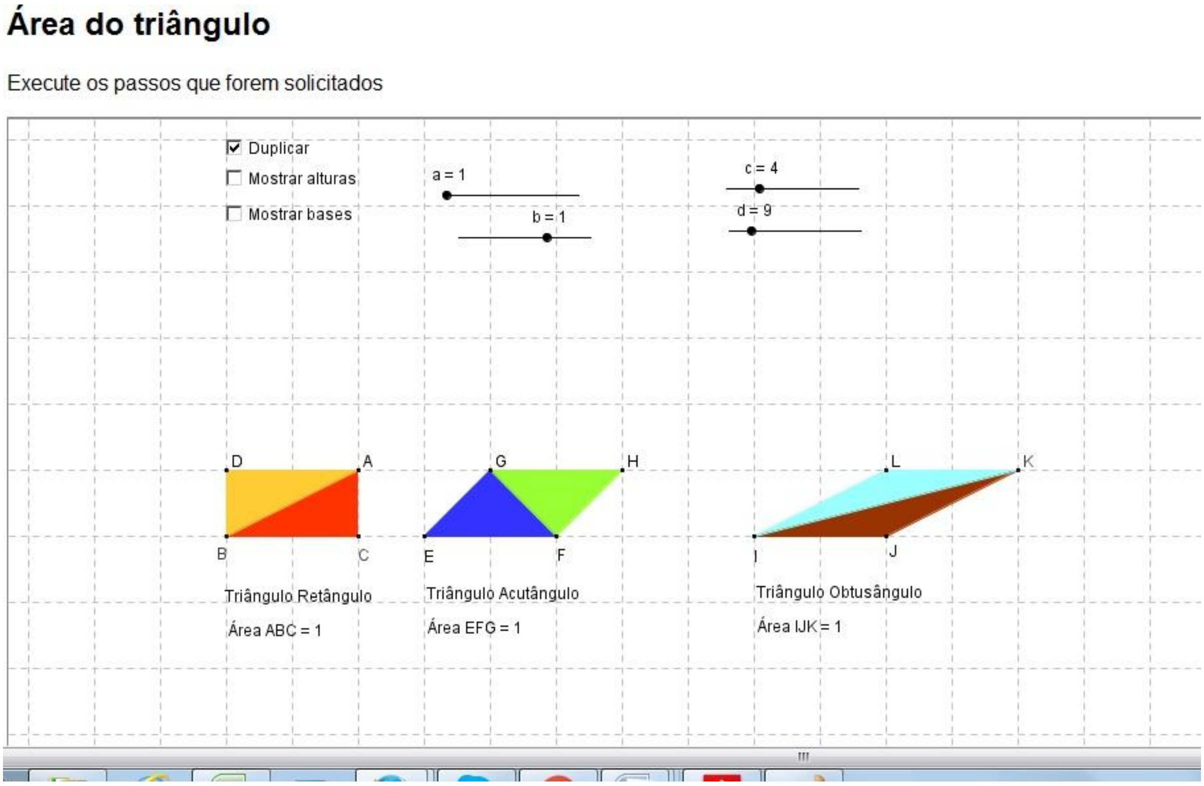
Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

Análise *a priori*

Nesta *applet* são apresentados três tipos de triângulos para o estudante: Triângulo Retângulo, Triângulo Acutângulo e Triângulo Obtusângulo. O objetivo aqui é que o aluno perceba que, independente do tipo de triângulo, a fórmula para calcular a área é a mesma. A sequência tenta fazer com que o aluno trilhe caminhos até chegar à forma de calcular a área do triângulo.

No item 1 esperamos que os alunos consigam citar algumas propriedades dos triângulos. Depois, no item 2, devem marcar na *applet* a opção duplicar. Esta opção duplica os triângulos de forma que eles formem paralelogramos, conforme Figura 14. Neste momento os alunos deveriam classificar os quadriláteros formados.

Figura 14: *Applet* Área do triângulo (momento 2).



Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

Espera-se que o discente classifique os quadriláteros em retângulo, paralelogramo, losango ou todos paralelogramos.

No item 3, esperávamos que os alunos recordassem o encontro anterior e nos dissessem como calcular a área de um paralelogramo, de um retângulo.

Depois disso, no item 4, o aluno deveria observar qual a relação entre a área dos triângulos e dos paralelogramos da *applet*. Neste momento esperávamos que o aluno percebesse que a área do triângulo corresponde a metade da área do quadrilátero. Também deveriam identificar qual a relação entre as alturas dos triângulos e paralelogramos e entre as bases dos mesmos (itens 5 e 6). Nestes itens, esperávamos que os alunos notassem que as alturas são iguais e que as bases são iguais.

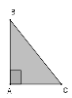
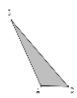
No item 7 esperávamos que a partir dos itens anteriores os alunos apresentassem a seguinte fórmula: $A = \frac{b.h}{2}$, para o cálculo de área do triângulo.

E, por fim, no item 8 a intenção aqui era criar meios para que o aluno pudesse validar ou não a fórmula pensada por ele para calcular a área do triângulo.

A institucionalização do conteúdo

Durante a institucionalização começamos por abordar as classificações dos triângulos e as representamos utilizando uma linguagem algébrica ou simbólica e uma linguagem da figura, conforme Quadro 7.

Quadro 7: Classificações dos triângulos.

Triângulo Acutângulo		**Triângulo Retângulo**		**Triângulo Obtusângulo**	
LINGUAGEM NATURAL	Triângulo com todos os ângulos agudos.	LINGUAGEM NATURAL	Triângulo com um ângulo reto.	LINGUAGEM NATURAL	Triângulo com um ângulo obtuso.
LINGUAGEM SIMBÓLICA	ΔABC, $\hat{A} < 90^{O}$, $\hat{B} < 90^{0}$, $\hat{C} < 90^{0}$.	LINGUAGEM SIMBÓLICA	ΔABC, $\hat{A} = 90^{O}$,	LINGUAGEM SIMBÓLICA	ΔABC, $\hat{A} > 90^{O}$,
LINGUAGEM DA FIGURA		LINGUAGEM DA FIGURA		LINGUAGEM DA FIGURA	

Fonte: Elaborado pela autora.

Durante a institucionalização foi explicado que a área do triângulo corresponde a metade da área de um paralelogramo. Para reforçar esta explicação relembramos o que eles fizeram ao interagir com a *applet*. Desta forma a fórmula para calcular a área do triângulo é $A = \frac{b.h}{2}$.

Análise *a posteriori*

No primeiro item os alunos deveriam classificar os três triângulos que aparecem na *applet* e apresentar suas propriedades. Os ALUNOS VI, X E XI não lembraram ou não souberam dizer. O ALUNO IV só lembrou-se do retângulo e do obtusângulo. Os demais lembraram e, em linhas gerais, responderam: O triângulo retângulo possui um ângulo reto, medindo 90^0. O triângulo acutângulo possui todos os ângulos agudos (menores que 90^0) e o triângulo obtusângulo possui um ângulo obtuso (maior que 90^0).

No segundo item os ALUNOS IV, VI, V, VII, IX e XI responderam conforme o esperado na análise a priori. Os demais responderam para o segundo triângulo ou para o terceiro triângulo que é um losango, assumindo que foi formado por dois triângulos isósceles. Isto não é incorreto, mas não garantimos que sempre irá ocorrer.

No terceiro item procuramos resgatar o que eles aprenderam na atividade 1. Perguntamos como calculamos a área de um paralelogramo e a área de um retângulo. Todos responderam $A = b.h$, com exceção dos ALUNOS VII e X; que responderam: “Retângulo $A = b.h$”, ou seja, só lembraram para o retângulo”; e o ALUNO I respondeu: “ $a + b + c + d = 360^0$ para os dois”. Neste momento percebemos que embora o uso da *applet* na atividade 1 tenha apresentado resultados interessantes com relação a compreensão do que é área e como calcular área de um quadrado, retângulo ou paralelogramo, isto não quer dizer que esta metodologia atinge a todos os alunos de forma a garantir a aprendizagem.

No quarto item todos responderam que a área do triângulo correspondia a metade da área do paralelogramo ou que a área do paralelogramo seria o dobro da área do triângulo. Apesar disto, os alunos II e XI acreditavam que a fórmula era a mesma; o ALUNO VI acreditava que não havia relação direta entre os dois e o ALUNO I confundiu área com soma dos ângulos internos.

Quando pedimos no item 5 para que os alunos comparassem as alturas dos triângulos com as alturas dos paralelogramos, apenas os ALUNOS VII e XI não perceberam que as alturas comparadas tinham a mesma medida. Já no item 6 todos, sem exceção, perceberam que as bases tem a mesma medida. Todos chegaram à conclusão de que calcular a área de um triângulo pode ser feito pela fórmula: $A = \frac{b.h}{2}$. E verificaram isto no item seguinte. Chegamos então em ponto curioso no qual alguns alunos não sabem a diferença entre calcular área e calcular a soma dos ângulos internos. Não perceberam a relação entre a área do paralelogramo e a área do triângulo, mas mesmo assim chegaram à fórmula correta. Acreditamos que isto se deu muito mais porque em algum momento tenha memorizado a fórmula.

Momento III

Momento III: Área do losango

Execute os passos que forem solicitados:

1. Você reconhece o polígono SELO? Se sim, classifique-o.

2. Marque **duplicar**. Apareceu um novo polígono DICA. Classifique-o.

3. Caso tenha conseguido identificar este dois polígonos, identifique suas propriedades marcando com X a opção correta.

I. São quadriláteros:

a) SELO b) DICA c) Os dois

II. As diagonais se encontram no ponto médio:

a) SELO b) DICA c) Os dois

III. As diagonais se encontram formando um ângulo reto:

a) SELO b) DICA c) Os dois

IV. As diagonais são bissetrizes (divide o ângulo ao meio) dos ângulos internos dos polígonos:

a) SELO b) DICA c) Os dois

4. Agora mostrar diagonais do losango e do retângulo. Suas respostas fazem sentido?

5. Qual a relação entre a base (DI), a altura (DA) do retângulo DICA e as diagonais (OE e SL) do losango SELO?

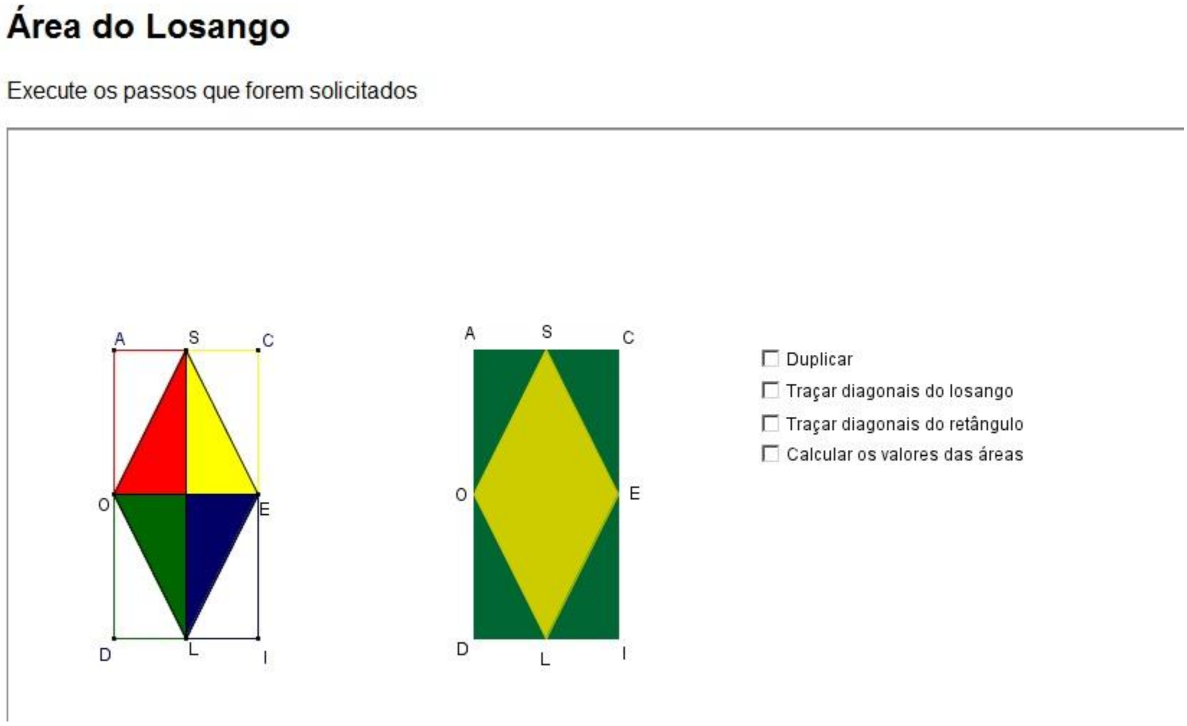
6. Como calculamos a área do retângulo DICA? Qual a fórmula?

7. Qual a relação entre a área do retângulo DICA e do losango SELO?

8. A partir das respostas dos itens 4, 5 e 6 tente construir uma fórmula para calcular a área do polígono SELO.

9. Marque calcular os valores das áreas para ver se suas conclusões fazem sentido.

Figura 15: Applet Área do losango.



Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

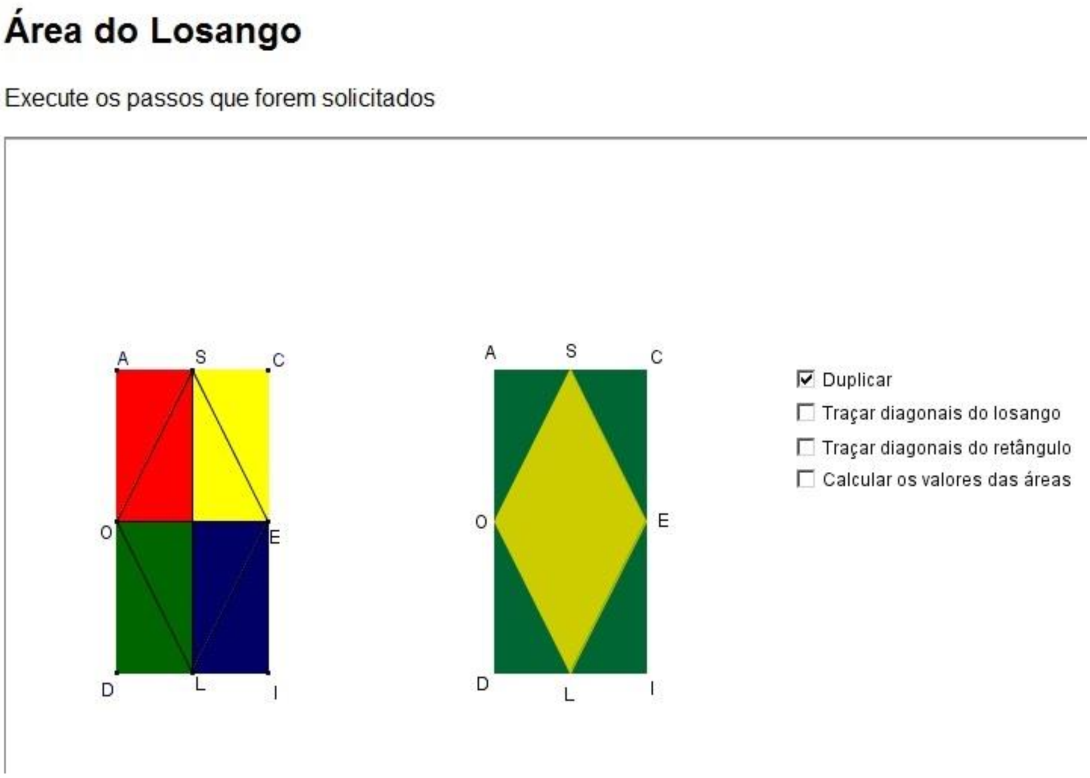
Análise *a priori*

O objetivo desta atividade foi fazer com que o aluno percebesse como calcular a área do losango. Para isto a *applet* tenta levar o aluno a relacionar a área do losango com a área do retângulo e fazer com que utilize este conhecimento prévio (cálculo de área do retângulo) para constituir um novo conhecimento: cálculo de área do losango.

No item 1, esperamos que o aluno reconheça a figura do losango.

No item 2 o aluno deve marcar a opção duplicar. A *applet* será modificada conforme Figura 16.

Figura 16: *Applet* Área do losango (momento 2).

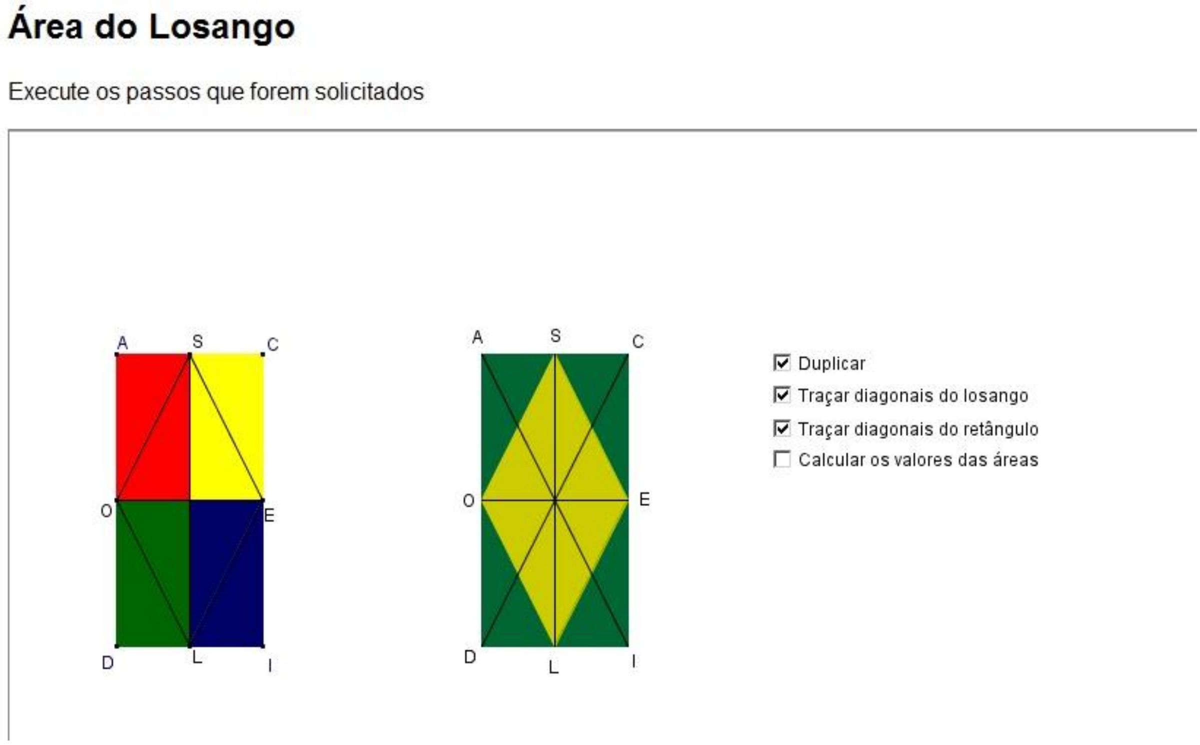


Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

Neste momento esperamos que o aluno identificasse que o quadrilátero DICA formado é um retângulo. Após isto, no item 3, esperamos que os alunos consigam indicar algumas propriedades do retângulo e do losango. No item 4 os alunos devem marcar as opções Traçar Diagonais do Retângulo e do retângulo. Esperamos neste momento que os alunos validem ou não as respostas dadas no item 3.

Da questão: Qual a relação entre a base (DI), a altura (DA) do retângulo DICA e as diagonais (OE e SL) do losango SELO? Esperamos que os alunos percebam que a base do retângulo tem a mesma medida que a diagonal menor do losango e que a altura do retângulo tem a mesma medida que a diagonal maior do losango. Depois disso no item 6 e 7 esperamos que: primeiro, que lembrem a fórmula para calcular a área do retângulo, e depois percebam que a área do losango SELO é metade da área do retângulo DICA. Na Figura 17 temos a *Applet* Área do Losango (momento 3).

Figura 17: *Applet* Área do losango (momento 3).



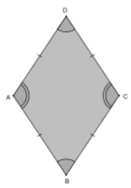
Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

No item 8, esperamos que a partir dos itens anteriores os alunos concluam que a fórmula para calcular a área do losango é $A = \frac{D.d}{2}$, em que D indica a diagonal maior e d indica a diagonal menor. Por fim, no item 9, a intenção é criar meios para que o aluno possa validar ou não a fórmula pensada por ele para calcular a área do losango.

A institucionalização do conteúdo

Definimos o losango como um paralelogramo eqüilátero. Assim como foi feito com os quadriláteros anteriores o apresentamos na linguagem simbólica e na linguagem da figura, conforme Quadro 8.

Quadro 8: Losango na linguagem simbólica e na linguagem da figura.

LINGUAGEM SIMBÓLICA	$ABCD$ é um quadrilátero tal que, $AD \equiv BC \equiv CD \equiv AB$ e $\begin{matrix} AD // BC \\ CD // AB \end{matrix}$
LINGUAGEM DA FIGURA	

Fonte: Elaborado pela autora.

Como nesta *applet* abordamos propriedades das diagonais do retângulo e do losango, aproveitamos este momento para listar estas propriedades, conforme Quadro 9.

Quadro 9: Propriedades das diagonais do retângulo e do losango.

LOSANGO	**RETÂNGULO**
São bissetrizes	São congruentes
Encontram-se no ponto médio e formam um ângulo de 90^0	Encontram-se no ponto médio

Fonte: Elaborado pela autora.

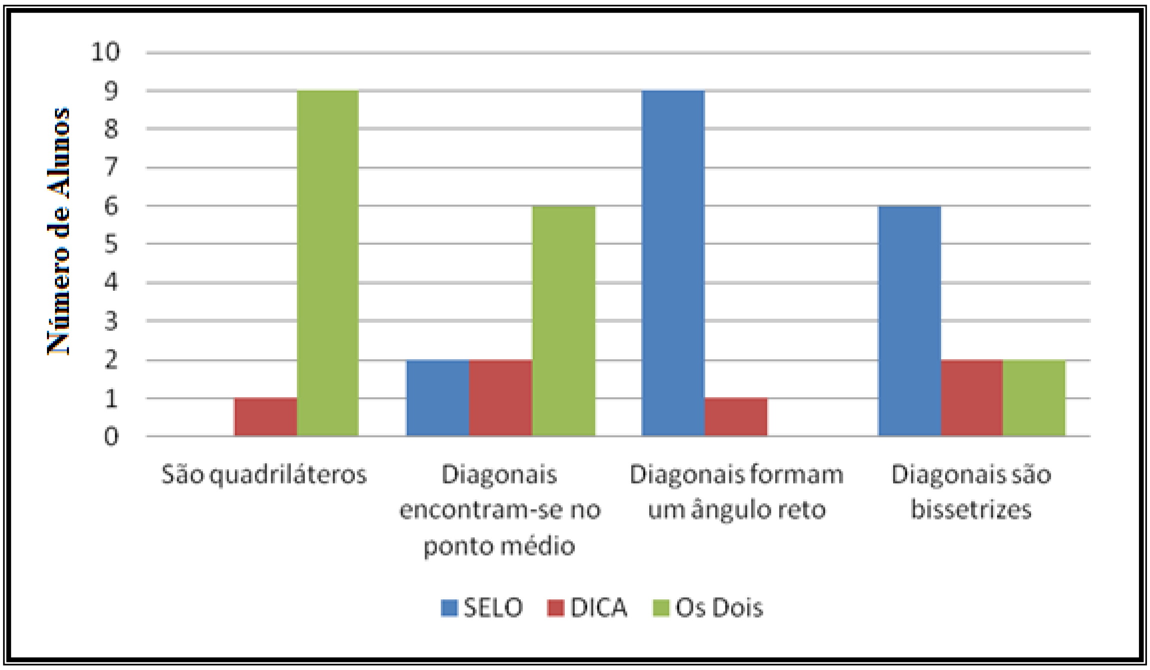
Durante a institucionalização foi explicado que a área do losango é metade da área de um retângulo cuja base coincide com uma diagonal do losango e a altura coincide com a outra diagonal. Para reforçar esta explicação relembramos o que eles fizeram ao interagir com a *applet*. Desta forma a fórmula para calcular a área do losango é $A = \frac{D.d}{2}$.

Análise *a posteriori*

Na primeira questão da atividade, com exceção do ALUNO I, os alunos classificaram o quadrilátero SELO como um losango. Este mesmo aluno que não identificou o losango no item 1, também não classificou o quadrilátero DICA como retângulo no item 2. Percebeu que os ângulos internos mediam 90^0, mas classificou-o como losango.

Na terceira questão os alunos deveriam analisar se os polígonos SELO e DICA eram quadriláteros, se suas diagonais se encontravam no ponto médio, se as diagonais se encontram formando um ângulo de 90^0 e se as diagonais eram bissetrizes. Os polígonos em questão são respectivamente: losango e retângulo. Na Figura 18 temos a apresentação das respostas dos alunos.

Figura 18: Gráfico com sínteses das respostas da terceira questão da sequência didática 3.



Fonte: Elaborado pela autora.

As respostas corretas da Sequência III, pergunta 3.I, 3.II, 3.III e 3.IV são, respectivamente: os dois, os dois, SELO e SELO. Percebemos que a grande maioria dos alunos respondeu corretamente. O ALUNO VI errou o primeiro e quarto questionamento. O aluno X errou apenas o quarto questionamento. O aluno I só acertou o primeiro questionamento. O aluno XI errou o segundo e quarto questionamento. Os ALUNOS II E IV erraram apenas o segundo questionamento. Mesmo com os erros, todos os alunos responderam que suas respostas faziam sentido no item 4. Mais uma vez nos deparamos com uma falha com relação a validação: alguns alunos responderam errado e continuaram acreditando, mesmo após a validação, que estavam corretos.

No item 5, pelas respostas dos alunos I, III, IV, X E XI; percebemos que os mesmos não entenderam a pergunta. Os demais alunos conseguiram entender a pergunta e, em linhas gerais, responderam que a base DI do retângulo DICA é paralela e tem a mesma medida da diagonal OE do losango SELO e que a altura DA do retângulo DICA é paralela e tem a mesma medida da diagonal SL do losango SELO.

No item 6, buscamos resgatar a fórmula para calcular a área de um retângulo, no caso em questão, o retângulo DICA. Todos recordaram a fórmula.

No item 7, todos, a exceção do ALUNO XI, perceberam que a área do retângulo é o dobro da área do losango. Mas, só os alunos III, VII e XII responderam no item 8 que a fórmula para calcular a área do losango é $A = \frac{D.d}{2}$, em que D indica a diagonal maior e d indica a diagonal menor. Mais uma vez o momento em que os alunos deveriam validar suas conjecturas não foi eficaz, porque a maioria dos alunos chegou a uma fórmula errada para o cálculo da área de um losango. Contudo, todos responderam que suas conclusões faziam sentidos.

Momento IV

Momento IV: Teorema de Pitágoras

Observe a figura abaixo. Os valores escritos nos quadrados indicam as áreas dos mesmos. Responda as perguntas abaixo e execute as ações que foram solicitadas.

1. Qual a medida de cada lado (a, b, c) do triângulo retângulo verde?
2. Qual a relação entre os lados do triângulo retângulo e as áreas dos quadrados?
3. Existe alguma relação entre os lados a, b, c do triângulo retângulo? Tente escrever uma equação que relacione estes lados.

4. Será que a equação pensada por você no item anterior vale para qualquer triângulo retângulo? Clique no botão play e observe. Caso necessário pause. Depois continue o questionário.

5. Você observa alguma relação que se mantém constante? Qual?

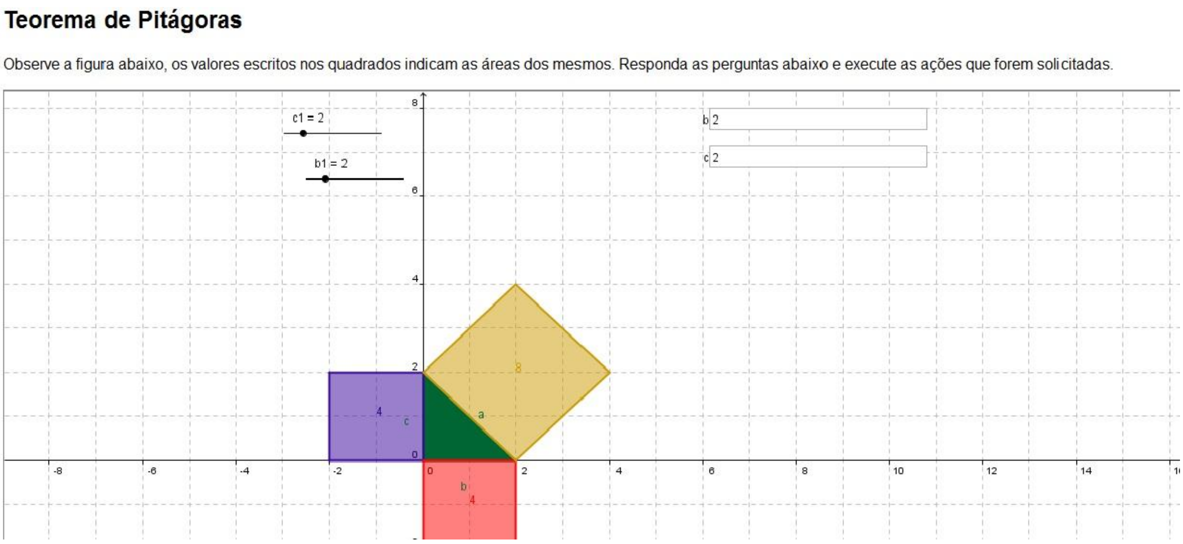
6. O que você observa comparando os quadrados gerados pelos catetos (lados b e c) e o quadrado gerado pela hipotenusa (lado a) do triângulo retângulo?

7. Como você poderia representar esta relação com uma equação (linguagem algébrica)? Esta equação é a mesma que você pensou na questão 3?

8. Escolha valores para b e c, teste na sua equação e teste na aplicação (substitua nas caixas indicadas por b e c no canto superior direito). Os valores testados funcionaram nos dois? Sua equação é válida?

9. Você acabou de ver uma representação geométrica para o Teorema de Pitágoras e escrever uma equação para o mesmo. Como você poderia enunciar (escrever um texto para traduzir a equação) do teorema ilustrado pela animação?

Figura 19: *Applet* Teorema de Pitágoras.



Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

Análise *a priori*

O objetivo desta *applet* é que, através da interação com este objeto de aprendizagem digital, o aluno possa chegar ao Teorema de Pitágoras, seu enunciado e sua forma algébrica.

No item 1 espera-se que os alunos identifiquem as medidas de cada lado do triângulo retângulo. Depois, no item 2, espera-se que eles possam relacionar as medidas destes lados com as áreas dos quadrados. Para isto esperamos que eles recordem como calcula-se a área de um quadrado.

No item 3, esperamos que a partir dos itens 1, 2 e a interação com a *applet* os alunos consigam identificar alguma relação entre os lados do triângulo retângulo. Para tentar validar ou não, o aluno estabeleceu uma relação entre os lados. No item 4 pedimos para clicar no botão *play* e observar-se. Ao fazer isto, o aluno está animando a *applet* de forma que as medidas dos catetos foram alteradas, gerando novos triângulos retângulos e consequentemente novos quadrados.

No item 5, após realizada a animação do item 4, perguntamos ao aluno se alguma relação se mantém constante. Esperávamos neste momento que o aluno percebesse que independente do triângulo, a área do quadrado gerado pela hipotenusa é igual à soma das áreas do quadrado gerado pelos catetos. Insistimos ainda nisto perguntando no item 6: O que você observa comparando os quadrados gerado pelos catetos (lados b e c) e o quadrado gerado pela hipotenusa (lado a) do triângulo retângulo? Caso o aluno não tenha ainda percebido isto no item anterior esperamos que percebesse nesta etapa.

No item 7, perguntamos: Como você poderia representar esta relação com uma equação (linguagem algébrica)? Esta equação é a mesma que você pensou na questão 3?
Esperamos neste momento que o aluno seja capaz de escrever a seguinte equação: $a^2 = b^2 + c^2$, em que a é a medida da hipotenusa e b e c são as medidas dos catetos. No item 8, o aluno é levado a testar sua equação escolhendo valores para b e c nas caixas indicadas na *applet*, a finalidade desta fase é permitir que o aluno valide ou não a equação deduzida por ele.

Enfim, no item 9, esperávamos que o aluno pudesse enunciar o Teorema de Pitágoras.

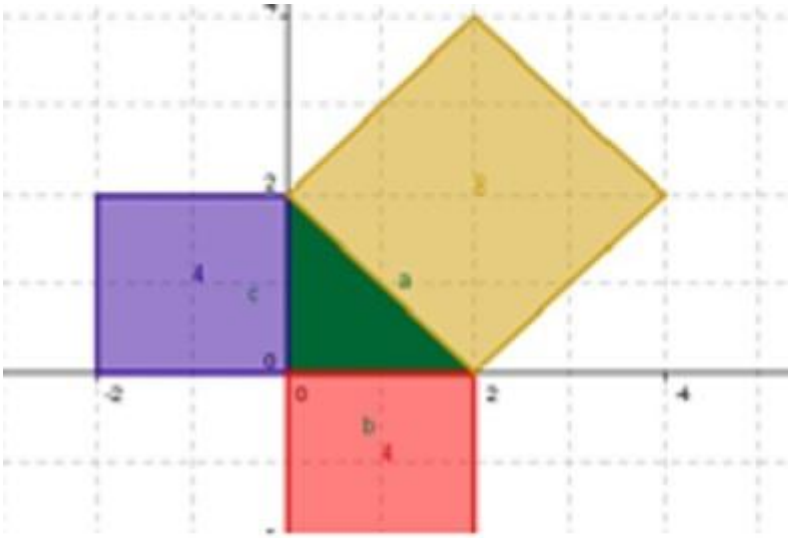
A institucionalização do conteúdo

Apresentamos aos alunos o Teorema de Pitágoras através do seu enunciado e da sua equação. A complementação destas duas foi feita com uma representação geométrica, conforme Figura 20.

Teorema de Pitágoras

A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa ($a^2 = b^2 + c^2$).

Figura 20: Representação Geométrica do Teorema de Pitágoras.



Fonte: : *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

Aproveitamos a oportunidade para comentar com os alunos que eles normalmente se preocupam em decorar a fórmula sem se preocupar com o significado de cada termo da mesma.

Análise a posteriori

No item 1, apenas o ALUNO I não conseguiu identificar corretamente as medidas do lado do triângulo. Com exceção dos alunos I e X, os demais responderam no item 2 que as áreas dos quadrados são os quadrados dos lados do triângulo, ou que o lado é a raiz quadrada da área do quadrado. O ALUNO I ainda continua confundindo área com medida do ângulo interno. O ALUNO X sabe que a área do quadrado é lado vezes lado, mas não consegue relacionar isto com as medidas dos lados do triângulo. No item 3, os alunos I, VII e X não conseguiram enunciar ou escrever alguma fórmula que descrevesse alguma relação entre os lados a, b e c do triângulo. Os dois últimos enunciaram a fórmula para área de um paralelogramo b.h e o primeiro escreveu que "o quadrado da hipotenusa é igual a soma dos lados $h^2 = a + b$". Os demais escreveram $a^2 = b^2 + c^2$.

No item 4, após observarem a animação, os ALUNOS III, IV, VIII, IX e XII que escreveram: "a relação entre os lados a, b e c do triângulo retângulo é $a^2 = b^2 + c^2$", acreditam que esta vale para todos triângulos retângulos. Já os alunos II e V que não responderam e o aluno XI, afirmaram que não se aplica a todo triângulo retângulo. Os alunos I, VII e X embora tenham enunciado uma relação que não atende a situação, mesmo após a observação, continuam acreditando que as respostas dadas são válidas. Neste item, o mais grave é a resposta dada pelo ALUNO I: “Sim, porque a área da hipotenusa é a soma da área dos dois quadrados”. Isto indica que percebeu a relação entre os quadrados, mas a palavra área ficou mal aplicada, denotando que até o momento ainda não tem claramente o conceito de área.

No item 5, os alunos observaram algumas relações constantes:

ALUNO XII: “A área dos quadrados continua sendo os respectivos lados dos triângulos ao quadrado”.

ALUNO VIII: “A soma das áreas dos quadrados roxo e vermelho resulta no valor da área do quadrado amarelo”.

Os alunos II, III e VII deram respostas nessa linha. Já os demais alunos não conseguiram expressar ideias próximas disto, por exemplo:

ALUNO IX: “O valor de b+c é sempre igual ao quadrado de a”.

Este mesmo aluno respondeu corretamente ao item 3 e agora apresenta uma resposta que ou está incompleta por falta de atenção, ou ele respondeu ao item dois de forma automática sem parar para analisar realmente o problema.

No item 6, os alunos II, III, IV, VIII, IX, XII responderam em linhas gerais que a área do quadrado formado pela hipotenusa é a soma das áreas dos quadrados formados pelos catetos do triângulo”. Os alunos I, X e XI ainda continuam com dificuldade em perceber estas relações. O ALUNO V, tanto no item 5 quanto no item 6, só percebe que a medida dos lados dos triângulos estão associadas com as áreas dos quadrados, mas não relaciona estas áreas. E o ALUNO VII escreveu que “ a soma do valor atribuído aos catetos, resulta na hipotenusa, ou seja, o valor do quadrado $c+b=a$”. Parece que ele tem ideia do que acontece, mas não consegue se expressar de forma coerente.

No item 7, os alunos I, VII e X continuam com as respostas dadas ao item 3. Os dois últimos enunciaram a fórmula para área de um paralelogramo como sendo b.h e o primeiro escreveu que “$h^2=a+b$”. Com exceção do aluno IV que resolveu apagar os quadrados da fórmula, os demais escreveram que $a^2=b^2+c^2$.

No item 8, os discentes devem tentar validar as suas equações. Os alunos que enunciaram corretamente a equação conseguiram validá-la. Já o ALUNO X não conseguiu validar. O ALUNO VII “validou” calculando apenas as áreas dos quadrados. O ALUNO I que escreveu para fórmula $h^2=a+b$, embora ele diga que a e b são medidas dos catetos, conseguiu “validar” utilizando os valores das áreas para a e b, demonstrando que existe uma confusão entre o que é a medida dos lados e as medidas das áreas. E o ALUNO IV mesmo esquecendo os quadrados disse que conseguiu validar.

No item 9 a maioria dos alunos conseguiram enunciar o Teorema de Pitágoras, com exceção dos alunos VII e X. Em linhas gerais os alunos escreveram que em um triângulo retângulo, a soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa. O ALUNO VII insistiu em base do quadrado vezes altura e o ALUNO X respondeu que não sabe como é o Teorema de Pitágoras.

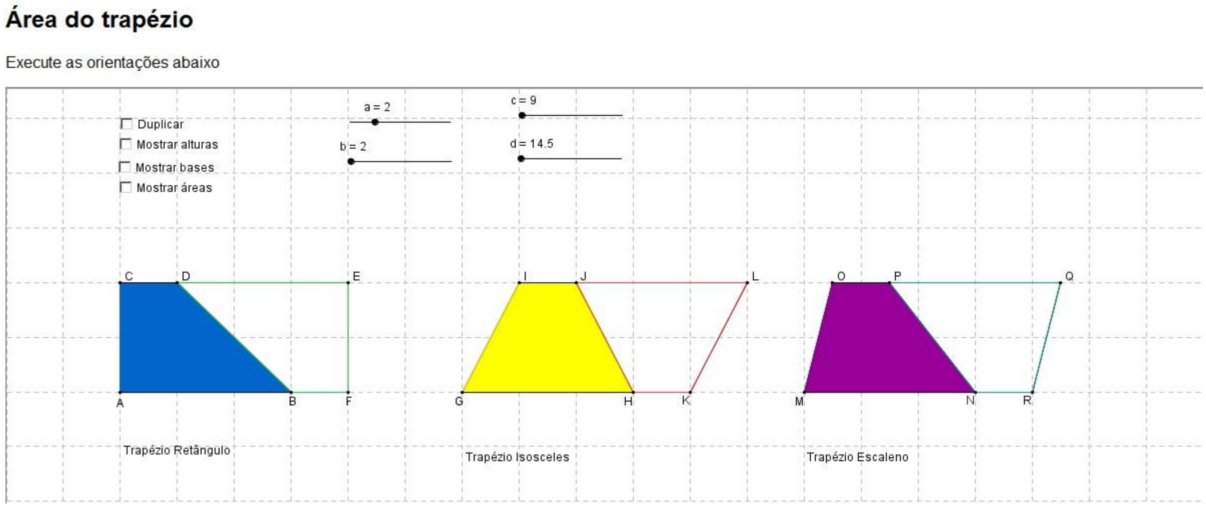
Momento V

Momento V: Área do trapézio

Execute os passos que forem solicitados:

1. O objeto de aprendizagem apresenta três tipos de trapézio. Cite as propriedades que você lembra cada um.
2. Marque **duplicar**. Observe que foram formados quadriláteros. Classifique-os.
3. Como calculamos a área de um paralelogramo? E de um retângulo?
4. Qual a relação você observa entre a área do paralelogramo e a área do trapézio?
5. Marque **mostrar alturas**. Qual relação você identifica entre as alturas dos trapézios e as alturas dos paralelogramos?
6. Marque **mostrar bases**. Qual relação você identifica entre as bases dos trapézios e as bases dos paralelogramos?
7. A partir das respostas dos itens 3, 4, 5 e 6 tente construir uma fórmula para calcular a área do trapézio.
8. Desmarque a opção **duplicar**. Marque **mostrar áreas** e depois movimente os controles deslizantes para **alterar as bases** e as **alturas dos trapézios**. Teste os valores das bases e da altura na sua equação e veja se o valor encontrado para a área confere.

Figura 21: *Applet* Área do Trapézio.



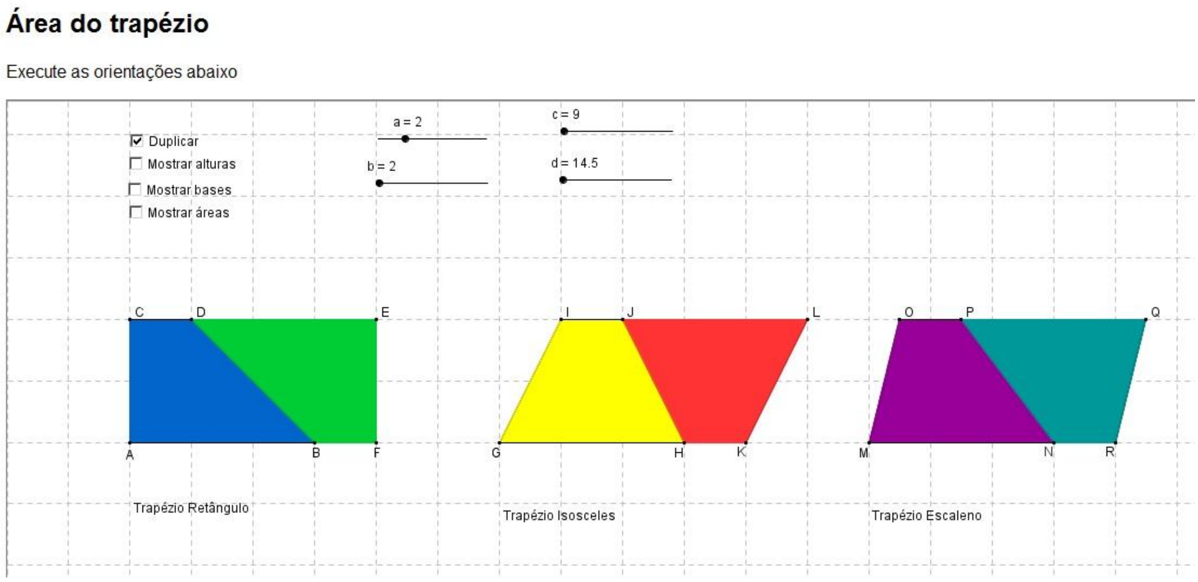
Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

Análise *a priori*

Nesta *applet* são apresentados três tipos de trapézios para o estudante: Trapézio Retângulo, Trapézio Isósceles e Trapézio Escaleno. O objetivo aqui é que o aluno perceba que, independente do tipo de trapézio, a fórmula para calcular a área é a mesma. A sequência tenta fazer com que o aluno trilhe caminhos até chegar à forma de calcular área do trapézio.

No item 1 esperamos que os alunos consigam lembrar e citar algumas propriedades dos trapézios. Depois, no item 2, eles devem marcar na *applet* a opção duplicar. Esta opção duplica os triângulos de forma que eles formem paralelogramos; conforme Figura 22. Neste momento os alunos deveriam classificar os quadriláteros formados.

Figura 22: *Applet* Área do Trapézio (momento 2).



Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

No item 3 esperávamos que os alunos recordassem a fórmula para calcular a área de um paralelogramo e de um retângulo.

Depois disso, no item 4, o aluno deveria observar qual a relação entre a área dos triângulos e dos paralelogramos da *applet*. Neste momento esperamos que eles percebessem que a área do trapézio corresponde à metade da área do quadrilátero. Também deveriam identificar qual a relação entre as alturas e entre as bases dos trapézios e paralelogramos (itens 5 e 6). Nestes itens, esperávamos que percebessem que as alturas são as mesmas e que a base do paralelogramo corresponde a base maior mais a base menor do trapézio ($B+b$).

No item 7, esperávamos que a partir dos itens anteriores os alunos apresentassem a seguinte fórmula $A=\dfrac{(B+b).h}{2}$ para o cálculo da área do triângulo, onde B indica a base maior do trapézio e b indica a base menor do trapézio.

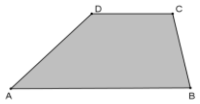
E por fim, no item 8, a intenção aqui é criar meios para que o aluno possa validar ou não a fórmula pensada por ele para calcular a área do triângulo.

A institucionalização do conteúdo

Durante a institucionalização começamos por definir um trapézio e suas classificações. Em seguida, as representamos utilizando uma linguagem algébrica ou simbólica e uma linguagem da figura, conforme Quadros 10 e 11.

Um quadrilátero é um trapézio, se e somente se, possui apenas dois lados paralelos.

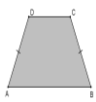
Quadro 10: Trapézio na linguagem simbólica e na linguagem da figura.

LINGUAGEM SIMBÓLICA	$ABCD$ é um trapézio $\Leftrightarrow$ $\begin{matrix} AD \mathbin{//} BC \\ ou \\ CD \mathbin{//} AB \end{matrix}$
LINGUAGEM DA FIGURA	AB//CD 

Fonte: Elaborado pela autora.

Além disso, destacamos que os lados paralelos (AB e CD) do trapézio são denominados de base, e que os outros lados (AD e BC) são não-bases. Podemos classificá-los em trapézio isósceles, escaleno ou retângulo.

Quadro 11: Classificações dos trapézios.

Trapézio Isósceles		**Trapézio Escaleno**		**Trapézio Retângulo**	
LINGUAGEM NATURAL	Os lados não-bases são congruentes	LINGUAGEM NATURAL	Os lados não- bases não são congruentes e nenhum deles forma um ângulo reto com uma das bases.	LINGUAGEM NATURAL	Um dos lados não-base forma ângulo reto com cada base.
LINGUAGEM DA FIGURA		LINGUAGEM DA FIGURA		LINGUAGEM DA FIGURA	

Fonte: Elaborado pela autora

Durante a institucionalização, foi explicado que a área do trapézio é a metade do produto da altura pela soma das bases. Para reforçar esta explicação relembramos o que eles fizeram ao interagir com a applet. Desta forma a fórmula para calcular a área do triângulo é $A = \frac{(B+b).h}{2}$.

Análise a posteriori

No primeiro item os alunos deveriam classificar os três trapézios que aparecem na *applet* e apresentar suas propriedades. Todos conseguiram classificar os trapézios em: Trapézio Retângulo, Trapézio Isóscele ou Trapézio Escaleno. Já com relação às propriedades o ALUNO X escreve que "a base maior é o dobro da base menor", o que nem sempre acontece. A exceção deste aluno, os demais conseguiram listar algumas propriedades que são apresentadas no Quadro 12.

Quadro 12: Classificações e propriedades dos trapézios segundo os alunos.

Trapézio Retângulo		**Trapézio Isósceles**		**Trapézio Escaleno**	
Propriedades	Alunos que responderam	Propriedades	Alunos que responderam	Propriedades	Alunos que responderam
Dois lados opostos (bases) paralelos.	I, XII	Dois lados opostos (bases) paralelos.	XI, I, IX, XII	Dois lados opostos (bases) paralelos.	XII
Ângulo de 90^0.	XI, I, V, III, VII, VIII, IX, XII, IV	Dois lados congruentes.	I, III, VII, VIII, IX, IV	Lados que não são bases não congruentes.	I
Um lado sendo a própria altura.	VIII	Ângulos na base com a mesma medida.	V, III	Todos os lados com medidas diferentes.	III, VII, IV
-	-	Diagonais congruentes	III	Não citou.	V, XI, VIII

Fonte: Elaborado pela autora.

Percebemos que as propriedades que os alunos mais lembram é o trapézio retângulo que apresenta um ângulo medindo 90^0, e que o trapézio isóscele tem dois lados congruentes.

No segundo item, a maioria dos alunos respondeu: retângulo e paralelogramos; com exceção dos ALUNOS VII e X que responderam retângulo, losango e paralelogramo. Notadamente, isto não é de todo incorreto, mas não garantimos que sempre irá ocorrer.

No terceiro item procuramos resgatar o que foi aprendido na atividade 1. Perguntamos como calculamos a área de um paralelogramo e a área de um retângulo. Este mesmo exercício foi feito na atividade 3, onde os alunos I, VII e X erraram. Agora, sem exceção, todos responderam que A = b.h.

No quarto item a maioria dos alunos responderam que a área do trapézio é metade da área do paralelogramo ou que a área do paralelogramo é o dobro da área do trapézio, com exceção dos ALUNOS V,VII E XI. O ALUNO V respondeu simplesmente que a área do trapézio é menor que a área do paralelogramo. O ALUNO VII respondeu que são iguais. E o ALUNO XI respondeu que a área do trapézio é o dobro da área do paralelogramo.

Quando pedimos no item 5 para que os alunos comparassem as alturas dos trapézios com as alturas dos paralelogramos, apenas o ALUNO XI não percebeu que as alturas comparadas tinham a mesma medida; respondendo que “as alturas dos trapézios equivalem ao dobro das alturas dos paralelogramos”. Neste ponto, acreditamos que o aluno não sabe o que vem a ser altura.

Já no item 6, só os alunos IV, VIII, IX e XII perceberam que a base do paralelogramo é a soma das duas bases do trapézio. E a maioria, a exceção dos alunos III, IV e X, chegaram à conclusão de que calcular a área de um trapézio pode ser feita pela fórmula: $A = \frac{(b+B).h}{2}$, onde b representa a medida da base menor, B representa a medida da base maior e h representa a medida da altura. Curiosamente os alunos que não chegaram a fórmula não são os mesmos alunos que não perceberam que a área do trapézio é metade da área do paralelogramo. Também não tiveram problemas em relacionar as bases e altura do trapézio com a base e altura do paralelogramo. Os alunos que tiveram esta dificuldade apresentaram a fórmula correta. Acreditamos que isso se deva mais por conhecer a fórmula do que pelo caminho percorrido na sequência.

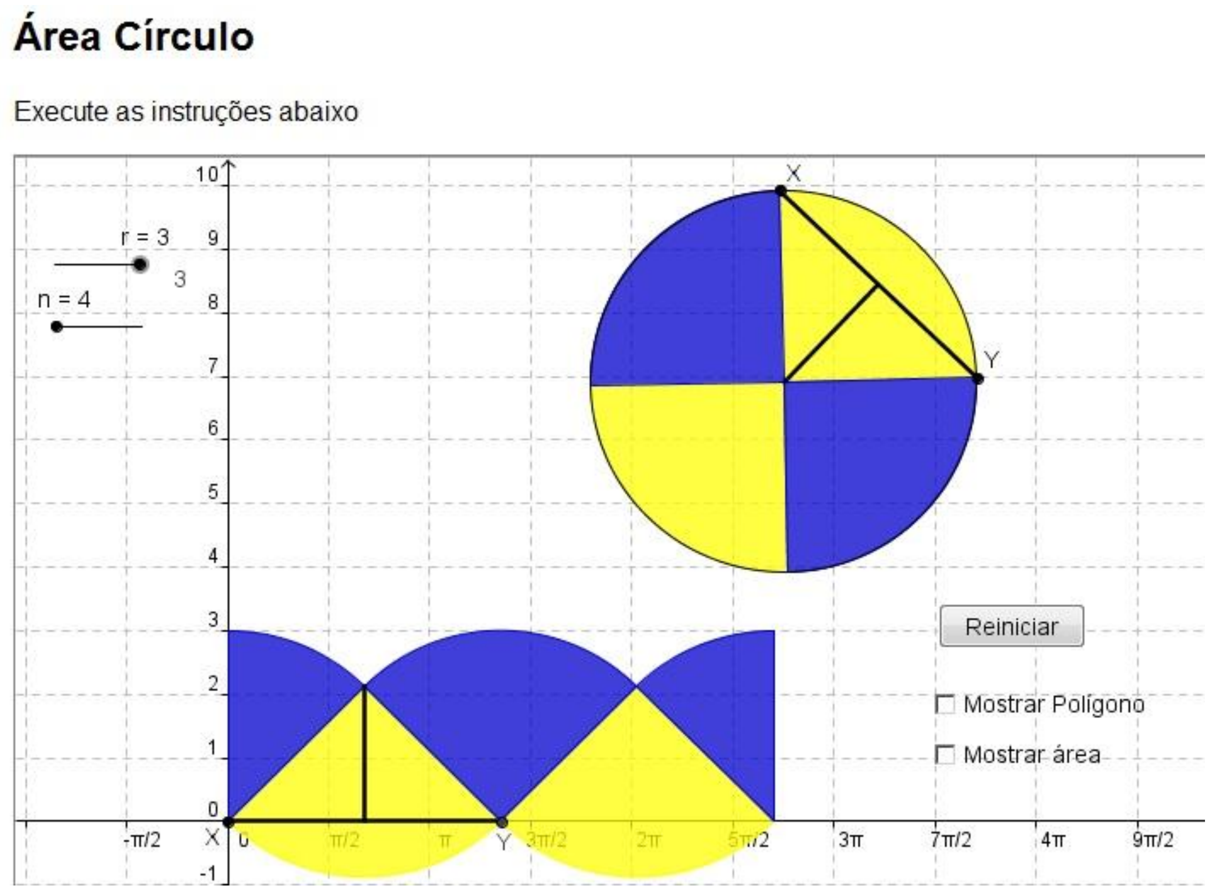
Os alunos que responderam que a fórmula para calcular a área de um trapézio é $A = \frac{(b+B).h}{2}$ verificaram isto no item seguinte, a exceção do aluno XI. Já o aluno IV que respondeu que a fórmula é $A = b.h$, não conseguiu verificar. Os alunos III e X, que responderam respectivamente, $A = B.h$ e $A = B.b$, conseguiram verificar. Chegamos novamente a uma situação na qual alguns alunos não perceberam a relação entre a área do paralelogramo e a área do trapézio, mas mesmo assim chegaram à fórmula correta. Acreditamos que isto se deve muito mais porque em algum momento tenham memorizado a fórmula. Além disso, aqueles que enunciaram fórmulas erradas conseguiram validá-las. Neste ponto entendemos a importância da fase da institucionalização desta metodologia (a única fase didática) para que os alunos não cheguem a conclusões erradas.

Momento VI

Momento VI: Área do círculo

1. Mova o controle deslizante r e observe as figuras. O que r representa para o círculo? E para a figura com os setores?
2. Mova o controle deslizante n e observe as figuras. O que acontece no círculo? E o que acontece com a figura com os setores?
3. Clique no botão reiniciar. Mova devagar o controle deslizante n e observe. O que acontece com o arco XY e com o segmento XY?
4. Quando você aumenta o valor de n o que acontece com a figura com os setores? Ela se aproxima de qual polígono?
5. Marque mostrar polígono. Sua conclusão no item quatro foi coerente?
6. Como calculamos a área do polígono? Tente construir uma fórmula para calcular a área do polígono usando r.
7. Qual a relação entre a área do polígono e a área do círculo?
8. A partir das respostas dadas aos itens 6 e 7 tente construir uma fórmula para calcular a área do círculo.
9. Marque mostrar área. Movimente o controle deslizante r para 1, 2 e 3. Observe os valores indicados para área do círculo. Substitua os mesmo valores de r na fórmula que você construiu no item 8. Comparando os valores indicados com os calculados tente avaliar se sua fórmula está coerente.

Figura 23: *Applet* Área do Círculo.



Fonte: *print screen* da aplicação no sistema operacional *Windows* 7.

Análise a priori

O objetivo desta atividade era fazer com que os alunos manipulassem os parâmetros r e n e percebessem que independente do raio (r), quanto maior for o valor de n (número de divisões feitas no círculo), a nova figura formada pelos setores do círculo se aproxima de um retângulo. Desta forma, esperávamos que os alunos encontrassem uma forma de calcular a área do círculo usando as informações deste retângulo.

No item 1, esperávamos que o aluno identificasse que r é o raio do círculo e para a figura formada pelos setores, uma “altura”; na medida em que ele se aproxima de um retângulo.

No item 2, esperávamos que o aluno observasse que à medida que aumentamos n, aumentamos o número de setores no círculo e que a figura formada pelos setores se aproxima cada vez mais de um retângulo.

No item 3, o aluno deve reiniciar a aplicação e agora esperamos que ele perceba que a medida que aumentamos n, o arco XY se aproxima do segmento XY.

No item 4, se o aluno ainda não percebeu o que acontece com a figura formada pelos setores, reforçamos a pergunta aqui utilizando a palavra polígono e esperamos que ele perceba que a figura aproxima-se de um retângulo.

No item 5, a intenção é criar meios para que o aluno possa validar ou não a resposta dada no item 4.

No item 6, esperamos que o aluno, ao identificar que o polígono é um retângulo, lembre-se que a forma de calcular a área do retângulo é base vezes altura e que, neste caso, a base é πr (metade do comprimento do círculo) e que a altura é *r*. Depois disso esperamos que ele escreva a seguinte fórmula como resposta da questão $A = \pi r . r = \pi r^2$.

No item 7, esperamos que os alunos entendam que a área do polígono calculada no item anterior corresponde a área do círculo.

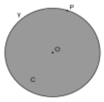
No item 8, utilizando as informações obtidas no itens anteriores, esperamos que os alunos concluam que a área do círculo é $A = \pi r^2$.

No item 9, a intenção é criar meios para que o aluno possa validar ou não a resposta dada ao item 8.

A institucionalização do conteúdo

Neste encontro definimos circunferência como um conjunto de pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é igual a uma distância (não nula) dada. O ponto é o centro e a distância é o raio da circunferência. Em linguagem simbólica de conjuntos podemos escrever que dados um plano α, um ponto O e uma distância r, a circunferência λ é o conjunto $\lambda(O, r) = \{ P \in \alpha \ / \ d(P,O) = r\}$. E círculo é um conjunto de pontos de um plano cuja distância a um ponto dado é menor ou igual a uma distância (não nula) dada. Em linguagem simbólica de conjuntos podemos escrever que dados um plano α, um ponto O e uma distância r o círculo C é o conjunto $C(O, r) = \{P \in \alpha \ / \ d(P,O) \leq r\}$. Na Figura 24 temos a representação de um Círculo.

Figura 24: Círculo.



Fonte: Elaborada pela autora.

Depois disso conversamos sobre a *applet* e concluímos que a área do círculo corresponde à área do retângulo formado quando n aumenta. No cálculo da área do retângulo multiplica-se base pela altura. Observamos que a base do retângulo corresponde a metade do comprimento do círculo, ou seja, b = πr e que a altura é o próprio raio do circulo. Desta forma, concluímos que a área do círculo é o produto entre o número irracional π (Pi) e o quadrado do raio, ou seja, $A = \pi r^2$.

Análise a posteriori

No item 1 a maioria dos alunos responderam que r representa o raio do círculo, com exceção do ALUNO X que respondeu que representava a largura. Já com relação ao setor, apenas os aluno III e XII responderam que representava a altura do polígono. E só estes alunos perceberam no item 2 que a figura formada pelos setores aproximava-se de um retângulo.

No item 3, os alunos responderam que aumenta e/ou diminui, mas ninguém chegou a conclusão de que o arco aproximava-se do segmento como era esperado na análise a priori.

No item 4, com a questão mais direcionada, a maioria percebeu que a figura aproximava-se do retângulo, a exceção do ALUNO I que respondeu que aproximava-se de um triângulo retângulo. Mesmo com a resposta estando incorreta o ALUNO I concluiu, no item 5, que o triângulo retângulo que ele visualizou no item 4 estava correto. Mais uma vez nos deparamos com inconsistências na fase de validação.

No item 6, os alunos II, III, IV, VIII, IX e XII responderam que para calcular a área do polígono deveriam multiplicar a base pela altura, chegando a conclusão que $A = \pi r . r = \pi r^2$. Já os alunos X e XI, apresentaram como fórmula para calcular a área do polígono $D = C.R$ e os alunos I e VII apresentaram $\frac{(n-3).2}{2}$, o que mostra uma confusão com as fórmulas que já viram em algum período da vida escolar deles e também que não conseguiram fazer articulações entre as sequências didáticas anteriores e os itens 4, 5 e 6 desta sequência.

No item 7, apenas os alunos I, II, III, IV, VIII, IX e XII concluíram que são iguais. A resposta do ALUNO VIII faz uma descrição perfeita da situação: “É a mesma, pois o polígono é apenas o círculo desmembrado”.

No item 8, a maioria dos alunos, a exceção do ALUNO I, perceberam que as áreas são as mesmas no item 7 e chegaram a conclusão de que a fórmula para calcular o círculo é $A = \pi r^2$. O estranho é a falta de coerência nas respostas dadas pelo ALUNO I, que percebeu que as áreas são as mesmas, mas respondeu no item 6 que a fórmula para calcular a área do polígono é $\frac{(n-3).2}{2}$. Porém, no item 8, respondeu que a fórmula para calcular a área do círculo é $A = 2\pi r^2$. O ALUNO VII neste item apresentou a mesma resposta que o ALUNO I, mostrando a mesma incoerência. Os alunos X e XI escreveram como resposta $D = 2\pi r$. O mais preocupante é que o ALUNO X respondeu ao lado desta resposta: “não sei outra”; o que demonstrou que chegamos a última atividade e aluno não percebeu que não sabe a fórmula e que deveria percorrer um caminho que o possibilitasse, de forma coerente, construir uma fórmula. No item 9, só o ALUNO XI, assumiu que a fórmula não estava coerente. Todos os outros, independentemente da fórmula está correta ou não, responderam que estava coerente. Neste ponto percebemos, pelos cálculos, que alguns deram um “jeitinho” para que a área calculada coincidisse com a que aparece na *applet*.

5.4 DAS OBSERVAÇÕES

No primeiro encontro aplicamos o questionário diagnóstico.

O segundo encontro teve um atraso para que pudesse ser realizado. Isto ocorreu porque nos computadores o Java teve que ser configurado para os padrões mínimos de segurança. Neste momento percebemos uma desvantagem em trabalhar com as *applets*. Contudo, com uma orientação prévia de configuração dos padrões de segurança do Java o problema foi plenamente resolvido. Diante disto, porque não trabalhar com o objeto digital de aprendizagem diretamente no Geogebra? Tal fato não é interessante porque os alunos desconfiguram os objetos, ao invés de interagir com os mesmos. Movendo os controles deslizantes, movem os pontos do objeto.

Com relação à sequências observamos que os alunos não tiveram dificuldade para responder as perguntas do primeiro momento. Neste primeiro encontro os alunos fizeram os momentos 1 e 2. Observamos uma grande discrepância no tempo que os alunos utilizaram para realizar a atividade. Enquanto uns apresentaram extrema facilidade para responder as questões, outros tiveram dificuldades em elaborar as respostas. Durante as oficinas, os alunos ficaram muito preocupados em estar certo ou errado e, muitas vezes, pareceu que não seguiram seus raciocínios. Ao final da primeira atividade um aluno me procurou para dizer que "gostou das atividades, achando-as dinâmicas, interativas e fáceis". E outro aluno perguntou "se teria algum problema se ele não percebesse o que eu esperava no momneto 2". Outro disse: "Achei interessante... agora entendi porque a área do triângulo faz base vez altura, dividido por dois".

No terceiro encontro realizamos a institucionalização dos momentos 1 e 2. A maioria dos alunos disse que chegaram ao resultado esperado. Alguns não conseguiram concluir a área do triângulo, afirmando que já conheciam, mas não entendiam porque dividia por dois; passaram a ter uma compreensão melhor disto depois. Neste mesmo encontro os alunos responderam as questões do momneto 3. Os alunos não apresentaram dúvidas e responderam as questões muito rápido. E certos questionamentos foram feitos: Porque? Foi mal elaborada? As perguntas eram muito diretas? Foi fácil? Houve preguiça dos alunos em analisá-las? Houve pressa?

No quarto encontro realizamos a institucionalização do momento 3. Alguns alunos disseram que não conseguiram enxergar a relação entre a área do losango e a área do retângulo no momento da oficina, mas agora, depois da explicação, conseguiram entender. Depois foram aplicadas *applets* referentes aos momentos 4 e 5. Alguns tiveram dúvida na questão 5 do momento 4, onde um aluno resolveu utilizar a calculadora do computador para efetuar as contas na fase da validação; o que é interessante quanto ao uso de recursos. O momento 5 teve um questionário que, no geral, foi respondido mais rápido.

No quinto encontro realizamos a institucionalização dos momentos 4 e 5. Neste encontro realizamos o momento 6. No geral os alunos não tiveram dúvida neste encontro. Apenas um aluno apresentou dúvida com relação ao setor.

No sexto encontro realizamos a institucionalização do momento 6 e aplicamos o questionário final. Neste encontro, alguns alunos fizeram algumas declarações:

“Que se eu tivesse aprendido assim no ensino fundamental teria compreendido bem melhor do que apenas decorar fórmulas”;

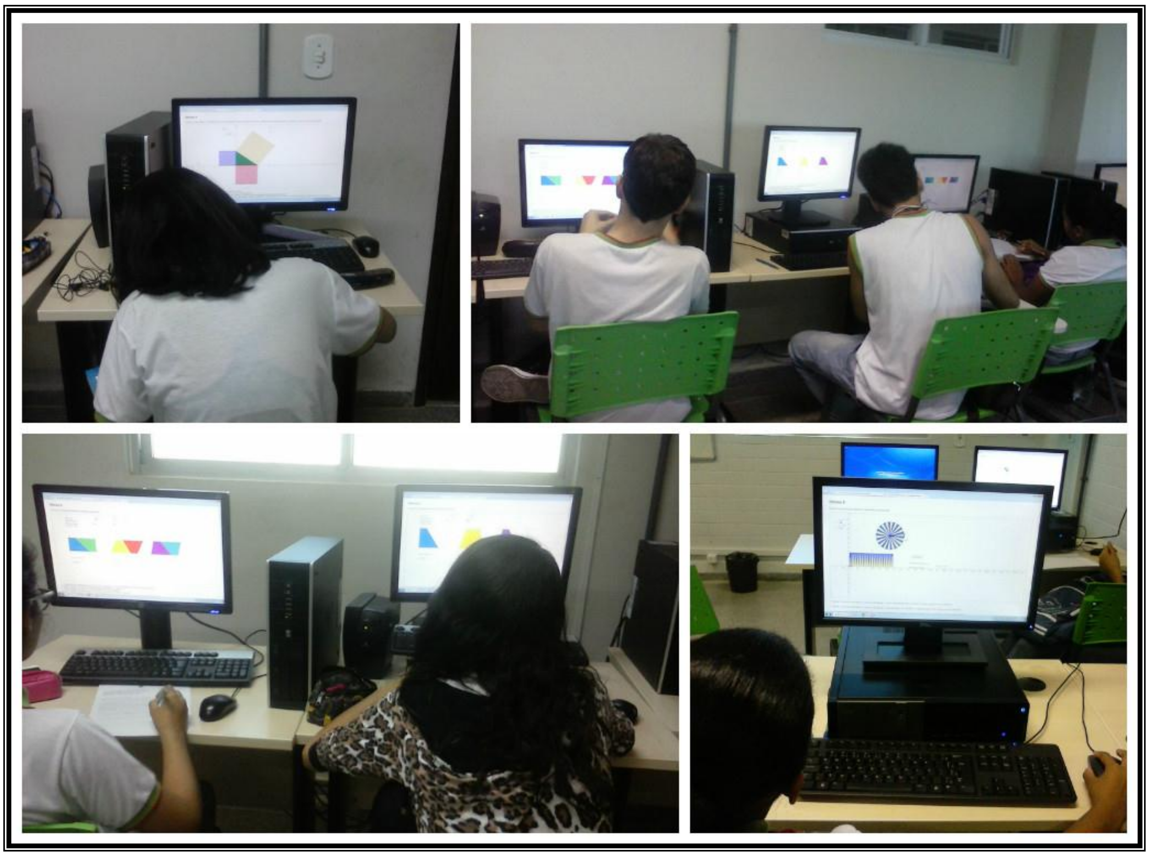
“Só sabia a formula sem entender o porquê”.

O ALUNO XI comentou que estudou no EJA à noite e não tinha visto nada.

O ALUNO XII comentou que no colégio particular onde estudou anteriormente não era muito diferente.

Mas estas questões sobre onde cursaram o ensino fundamental explica apenas em parte a facilidade de uns e a dificuldade de outros. Na Figura 25 temos fotos dos alunos nas oficinas.

Figura 25: Fotos de alunos nas oficinas.



Fonte: Fotos do arquivo pessoal da autora.

5.5 DO QUESTIONÁRIO FINAL

Ao final da sequência foi aplicado um questionário final (ver Apêndice D). O questionário é composto por duas questões cujo objetivo foi de investigar o que os estudantes acharam das atividades desenvolvidas com o software Geogebra e as percepção deles das atividades realizadas no laboratório em relação a aula tradicional. A seguir destacamos cada questão e a resposta dada pelos alunos.

1. Com relação às atividades desenvolvidas, você considera que as atividades com o suporte de softwares facilitam de alguma maneira a aprendizagem? Por quê?

As respostas dadas pelos doze estudantes:

ALUNO I: “Sim, porque fica mais atrativa a aula por causa das animações utilizadas. Chama mas atenção, deixa a aula mais interativa.”

ALUNO II: “Bastante, pois com a ajuda do software você tem acesso a uma simulação que realmente facilita e de certa forma “mostra” como tudo funciona.”

ALUNO III: “Sim, pois possibilita uma visão mais ampla, mostrando de forma prática como funciona e o porquê de ser daquele modo.”

ALUNO IV: “Sim, pois ele deixa algumas coisas, que antes passavam despercebidos, mais visíveis e também permite que encontremos o caminho para alguns cálculos e entender o por que eles são daquela forma.”

ALUNO V: “Sim. Porque elas demonstram o conteúdo virtualmente.”

ALUNO VI: “Sim. Pois é um método diferente que ajuda na compreensão. Onde você pode manusear as figuras.”

ALUNO VII: “Sim, as aulas tornam-se mais dinâmicas e interessantes de modo que é possível visualizar e interagir com conteúdo sugerido.”

ALUNO VIII: “Sim. Facilita a compreensão em todo o assunto, retirando aquela ideia de apenas decorar fórmulas e nos fazendo chegar até elas. Esse tipo de método faz com que fique dinâmico, põe o aluno para utilizar a lógica e desenvolver as fórmulas.”

ALUNO IX: “Sim. Ao observar os comandos e as figuras é possível identificar as relações e saber como que chegou nas fórmulas apresentadas.”

ALUNO X: “Sim, porque podemos tanto visualizar quanto entender o que se pede com mais facilidade e deste modo conseguimos entender melhor as atividades desenvolvidas.”

ALUNO XI: “Sim, porque as figuras apresentadas de modo gráfico facilitam a compreensão e também nos faz analisar detalhadamente através de vários recursos.”

ALUNO XII: “Facilita muito. A visualização das figuras ajudou na compreensão e desenvolvimento das fórmulas. É como se enxergássemos concretamente aquilo que antes era abstrato. Espero que seja um método adotado por todos, inclusive no ensino fundamental, onde são conhecidas as primeiras noções de geometria plana.

2. Comparando as oficinas com uma aula tradicional cite os pontos positivos e negativos de ambas. Qual contribuiu mais para o seu aprendizado?

As respostas dadas pelos doze estudantes:

ALUNO I: “Nas aulas tradicionais a pessoa fica mais cansada. Nas oficinas a aula fica mais criativa. Não há grande diferença entre ambas. As duas formas de aula contribuiu igualmente para o meu aprendizado, pois uma complementou a outra.”

ALUNO II: “Nas oficinas, apenas com a ajuda do software os alunos conseguem desenvolver as fórmulas e concluir que as fórmulas desenvolvidas dão resultado positivo.”

ALUNO III: “Aula tradicional tem como fator chave as explicações necessárias para dado assunto. Aulas com suporte de software ajudam na demonstração como um todo. As duas contribuem como um todo, porem as com software fixa mais fácil o conteúdo.”

ALUNO IV: “Nas oficinas há uma maior independência da formação do raciocínio do aluno enquanto na aula tradicional você segue a do professor, na maioria das vezes. Mas acho que a tradicional ainda dá uma base que permite melhor aproveitar a oficina. Para mim uma completou a outra, mas na oficina houve novas visões sobre o assunto.”

ALUNO V: “Aula tradicional – O assunto é explicado pelo professor, os alunos retiram algumas dúvidas, porém, o assunto trabalhado em classe com o tempo é esquecido.”

“Oficinas – O professor apenas orienta os alunos, que por conta própria aprendem o assunto com demonstrações virtuais.”

ALUNO VI: “É como se fosse uma revisão da aula tradicional, assim não vejo pontos negativos. As duas em si, pois as oficinas é como um curso no qual você aprofunda mais no assunto da aula tradicional.

ALUNO VII: Aula Tradicional

Positivos: Mais explicada.

Negativos: Vários conceitos de uma só vez, pouco dinamismo.

Oficinas

Positivos: São mais dinâmicas, descontraídas e com mais tempo;

Negativos: -

Ambas contribuem de forma significativa, de modo que as oficinas ajudam a complementar.

ALUNO VIII: “Contribuiu, pois passei a entender o porquê daquelas fórmulas me apresentarem tais resultados. Só vi pontos positivos.”

ALUNO IX: Nas oficinas, através de atividades com suporte de softwares é possível aprender de uma forma mais dinâmica. Percebi também que sempre nessas oficinas, mostrou a relação de uma coisa com outra, chegando à fórmula com um fundamento. As duas contribuem. Digamos que nas oficinas é apresentado algo mais detalhado, o que facilita bastante na compreensão do assunto.”

ALUNO X: “Positivo: a aula e as oficinas contêm bastante demonstração de figuras e isso ajuda no aprendizado.

Negativo: até o momento nada (aula) e a oficina não teve nenhum ponto negativo.”

As duas, apesar de que a oficina é um modo de “complemento” no assunto.

ALUNO XI: “Ambas contribuíram para o aprendizado do assunto, pois a oficina serviu para aperfeiçoar o que vimos em sala de aula.”

ALUNO XII: “As oficinas, pois temos o recurso da aula tradicional (explicação da professora) com a visualização daquilo que foi dito. Não vi pontos negativos na oficina, desde que possa ser desenvolvido material interativo para todos os conteúdos. Enquanto as aulas tradicionais mesmo conseguindo aprender, muitas vezes são tediosas.

As respostas que aparecem no questionário final trazem contribuições significativas para a nossa análise. Elas são um importante elemento para afirmar que as sequências foram pensadas de modo que permitissem ao aluno construir o conhecimento conforme avançavam nas questões e nas oficinas. Muitos destacaram a dinamicidade promovida pelo software, a interatividade, a visualização; características estas que a aula tradicional, o lápis e o papel, o material manipulável não conseguem propiciar. De maneira geral, este questionário nos permite avaliar de forma positiva os instrumentos escolhidos para a realização deste experimento.

6 CONCLUSÕES, CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS

Neste capítulo exibiremos as conclusões, as considerações finais desta pesquisa e as perspectivas de trabalhos futuros.

6.1 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nas nossas considerações finais, retomamos objetivos traçados nesta pesquisa e verificamos como foi o andamento da mesma.

A possibilidade de elaborar uma metodologia que permita o aluno conjecturar, testar, formular, interagir, nos levou a pesquisar sobre a construção de *applets* para ajudar os estudantes em seus processos de aprendizagem.

Esta pesquisa teve como objetivo geral desenvolver uma metodologia com o auxilio de *applets* produzidas por meio do *software* Geogebra de forma a potencializar a aprendizagem em Geometria Plana. Como sujeitos da pesquisa tivemos dezesseis alunos do Ensino Médio na modalidade integrada do IFBA, campus Jacobina. Os estudantes interagiram em atividades propostas em seis momentos.

Ao finalizar esta pesquisa percebemos, por meio das respostas dos alunos, que o ensino de conteúdos matemáticos por meio do Geogebra e das *applets*, quando bem planejado e executado, proporciona resultados satisfatórios. Além disso, acreditamos que a forma como as *applets* e a sequência didática foi pensada buscando atender as fases de ação, formulação e validação da fase adidática da Teoria das Situações Didáticas de Broussou, contribuiu para que os alunos descobrissem o objeto matemático e não fosse simplesmente apresentado a ele. Isto fica muito claro quando os alunos apontam que nas oficinas perceberam uma maior independência da formação do raciocínio em comparação a aula tradicional na qual seguem o raciocínio do professor. As atividades desta natureza, por serem abertas, possibilitaram aos alunos explorarem as propriedades, fazerem descobertas, levantarem conjecturas e tirarem suas próprias conclusões que são formalizadas posteriormente pelo professor.

Assim, não é desejo comprovar que uma prática pedagógica instituinte é melhor que a prática instituída, mas mostrar que é possível criar novas formas que venham somar com as antigas e não substituí-las. Além disso, houve uma preocupação em desenvolver uma pesquisa voltada a sala de aula presencial, e neste sentido, propor atividades investigativas sobre Geometria Euclidiana Plana para que professores de matemática pudessem utilizá-las posteriormente, adaptando-as ao seu contexto de sala de aula.

Como aporte teórico e metodológico lançamos mão da TSD de Broussou como para elaborar a sequência didática, como já foi citado. Sob o ponto de vista metodológico utilizamos a ED de Michele Artigue, sendo assim conforme esta metodologia a pesquisa foi desenvolvida centrada nas quatro etapas da ED: análises preliminares, análises a *priori,* experimentação e análises a *posteriori.*

Ao encerrar este estudo, acreditamos ter fornecido resposta a questão da pesquisa proposta, além de algumas contribuições relacionadas aos procedimentos metodológicos; bem como o planejamento e desenvolvimento de *applets* que contribuirão para o processo de aprendizagem de Geometria Plana nas turmas do ensino médio.

É sabido que no ensino presencial o ritmo de desenvolvimento das aulas de matemática muitas vezes deixa lacunas por esclarecer, tanto para os alunos que sentem dificuldades em acompanhar, como para aqueles que mesmo acompanhando, não tenham tempo para refletir e fazer conjecturas; o que é de suma importância para os saberes e conteúdos abordados fazerem sentido. O tempo de aprendizagem não é igual para todos e, neste contexto, a existência de ritmos de aprendizagens diferentes faz com que os mais lentos sejam obrigados a acompanhar o ritmo dos mais rápidos, apresentando prejuízos na sua aprendizagem. É evidente que os mais rápidos, muitas vezes, tornam-se desmotivados por terem de aguardar pelos colegas mais lentos.

Notadamente, por sua dinamicidade, por permitir à interação, por facilitar a visualização permitindo que o aluno enxergue concretamente aquilo que antes era abstrato, a utilização dos *applets* contribui de forma única no aprimoramento e na disseminação do conhecimento matemático, favorecendo uma melhor aprendizagem e auxiliando na fixação dos conteúdos abordados em sala de aula.

A partir dos registros feitos pelos alunos, verificamos que durante o desenvolvimento das tarefas propostas, houve uma maior interação entre docente-pesquisador/discente, com vistas a esclarecer dúvidas que surgiram no processo para que os mesmos pudessem progredir de forma positiva na sua resolução ou questionar sobre a exatidão da tarefa realizada. Claramente há uma maior participação dos alunos no processo, o que permitiu ao docente apoiá-los, reforçando positivamente e ocorrendo troca de informações durante todo o desenrolar da atividade; o que certamente é um fator motivacional. A interação entre professor-pesquisador/discente foi considerada por estes, significativa.

Os questionários respondidos pelos alunos, bem como a resolução de tarefas propostas, evidenciam amplamente o desenvolvimento do espírito crítico e da comunicação matemática adquirida.

Os resultados obtidos indicam que a utilização de *applets* contribuiu para o trabalho colaborativo, fomentou o trabalho em grupo e contribuiu para a partilha e troca de ideias, a interação e comunicação matemática entre os alunos, a negociação da aprendizagem, e o desenvolvimento da autonomia e do espírito crítico, tendo os discentes tido uma participação ativa na resolução das tarefas.

6.2 PERSPECTIVAS DE TRABALHOS FUTUROS

Durante a realização deste trabalho de pesquisa e de outros trabalhos complementares e de relevância para uma melhor formação geral foram discutidos alguns pontos, nos quais listamos e sugerimos para futuros trabalhos:

. Desenvolvimento de novas sequências e applets relacionadas a outros conteúdos da matemática nos três níveis de ensino: Fundamental, Médio e Superior. A exemplo, podemos desenvolver applets e sequências didáticas para:

- Trigonometria;
- Geometria Analítica;
- Geometria Espacial, pois a nova versão do geogebra trás a janela de visualização 3D, algo que pode e deve ser baste explorado;
- Funções;
- Geometria Plana, explorando outros aspectos que não foram explorados nestas sequências.

. Acreditamos que além de desenvolver novas sequências é preciso dar atenção a outro problema: a formação dos professores para que possam trabalhar com novos recursos. Para isto, como trabalho futuro, podem ser pensados cursos de formação continuada de professores que discutam o uso e a elaboração de applets e sequências didáticas.

. Trabalhar com applets e softwares educacionais reflete não apenas numa perspectiva temporal, mas nos espaços e nos processos educacionais; bem como no desenvolvimento e concepção de novas abordagens para uma real aprendizagem dos discentes. Dessa forma, sugerimos como trabalho futuro o desenvolvimento de novas sequências e applets voltados para o Ensino à Distância.

REFERÊNCIAS

ABBAGNANO, Nicolas. **Dicionário de Filosofia.** 5ª Edição Revisada e Ampliada, Editora Mestre Jou, São Paulo, 2007.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matmática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007.

ALMOULOUD, Saddo Ag. Registros de Representação Semiótica e compreensão de conceitos geométricos. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. **Aprendizagem em Matemática: Registro de Representação Semiótica.** Campina SP: Papirus, 2013.

ALMOULOUD, Saddo Ag; DA SILVA, Maria José Ferreira. Engenharia didática: evolução e diversidade *Didactic engineering: evolution and diversity*. **Revemat: revista eletrônica de educação matemática**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 22-52, dez. 2012. ISSN 1981-1322. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p22>. Acesso em: 04 Mai. 2015. doi:http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p22.

ALMOULOUD, Saddo Ag; COUTINHO, Cida de Queiroz e Silva. Engenharia didática: características e seu uso em trabalhos. **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação** Matemática. V3, n. 6, p.62-77, UFSC: 2008.

applet in Dicionário da Língua Portuguesa com Acordo Ortográfico [em linha]. Porto: Porto Editora, 2003-2015. Disponível na Internet: <http://www.infopedia.pt/dicionarios/lingua-portuguesa/applet>. Acessso em 04 maio 2015

ARAÚJO, P.C.; IGLIORI, S.B.C. **O método pesquisa em Educação Matemática.** In: V SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Petrópole, *Anais*... Rio de Janeiro, 2012

ARTIGUE, M.; DOUADY, R.; MORENO, L; GÓMEZ. P. (Ed.). **Ingeniería Didáctica en Educación Matemática: um esquema para la investigación y la innovación em la enseñanza y El aprendizaje de lãs matemáticas.** @1995. “uma empresa docente” & Grupo Editorial Iberoamérica. Impresso en México.

BARCELOS, G. T.; BATISTA, S. C. F.. **Applets em Ambientes de Geometria Dinâmica: Ações para a Formação de Professores de Matemática.** Novas Tecnologias na Educação. CINTED-UFRGS. V. 7, n. 3, Dez. 2009.

BORBA, M. VILLAREAL, M. **Humans – with - Media and the Reorganization of Mathematical Thinking. Information and Communication Technologies, Modeling, Experimentation and Visualization**.Col. Mathematics Education Library, 2004 USA: Springer.

BRANDÃO, Leônidas de Oliveira. Programação Geométrica: Uso de Geometria Dinâmica para programação. In: CARVALHO, Luis Mariano, et. al. **História e Tecnologia no Ensino da Matemática.** vol. 2, Rio de Janeiro: Editora Ciência moderna Ltda, 2008

BRANDÃO, L. O.; ISOTANI, S.; MOURA, J. G. **Imergindo a Geometria Dinâmica em Sistemas de Educação à Distância: iGeom e SAW.** Revista Brasileira de Informática na Educação, Sociedade Brasileira de Computação, v. 14, n. 1, p. 41-49, 2006.

BRASIL, Secretaria da Educação Básica. Ministério da Educação (MEC). **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio).** Parte III - Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Governo Federal, 2000.

BRAVIANO, R.; RODRIGUES, M. H. W. L. **Geometria Dinâmica: Uma Nova Geometria.** Revista do Professor de Matemática. SP: Sociedade Brasileira de Matemática, nº 49, p. 22-26, 2002.

BROUSSEAU,Guy. A etnomatemática e a teoria das situações didáticas. ***Educ. Mat. Pesqui.****, São Paulo, v. 8, n. 2, pp. 267-281, 2006.* Tradução feita por Saddo Ag Almouloud e Cileda de Queiroz e Silva Coutinho.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo das Situações Didáticas.: conteúdos de ensino.** São Paulo: Ática, 2008. Tradução feita por Camila Bogéa.

CARVALHO, L. T. N. **Ambiente Virtual de Aprendizagem Matemática em Contexto Educativo**. Dissertação de Mestrado em Educação. Universidade de Lisboa, Instituto de Educação. Lisboa, 2013.

CHAVES, Marcelo; GIRALDO, Victor; BELFORT, Elizabeth. Uma abordagem computacional para o conceito da assíntota In: CARVALHO, Luis Mariano, et. al., **História e Tecnologia no Ensino da Matemática.** vol. 2, Rio de Janeiro: Editora Ciência moderna Ltda, 2008.

COTARDIÉRI, Philippe de La. **História das Ciências: da antiguidade aos nossos dias.** Vol1: matemática e astronomia, Lisboa: Edições Texto & Grafia, 2011.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e Pensamento Humano: Registros Semióticos e aprendizagem intelectuais (Fascículo I).** São Paulo: Editora da Física, 2009.

FERREIRA, I. F.; CARVALHO, K. de S.; BECKER, A. J.. **Applets no Geogebra: Atividades de Estatística e Probabilidade no Ensino Médio**. XII Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife-Brasil, 2011.

FIGUEIRA, Jalves S. Easy Java Simulations – modelagem computacional para o ensino de Física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 27, n. 4, p. 613-618, 2005.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos**. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

FOLLADOR, Dolores. **Tópicos Especiais no Ensino de Matemática: Tecnologias e tratamento da Informação**. 2. ed.. Curitiba: Ibpex, 2011.

FONSECA, J. A. da; LUTZ, M. R.; SCHELESKI, S. R.. **Utilização de Objetos Digitais de Aprendizagem do Tipo Applets no Ensino da Geometria.** Minicurso. II CNEM- Congresso Nacional de Educação Matemática. Ijuí-RS, 2011.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: saberes necessários á prática educativa.** 47ª Ed., Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013.

GIRALDO, Victor; CARCALHO, Luiz M. Uma breve revisão sobre o uso de tecnologia computacional no ensino de matemática avançada. In: CARVALHO, Luis Mariano, et. al. **História e Tecnologia no Ensino da Matemática.** vol. 2, Rio de Janeiro: Editora Ciência moderna Ltda, 2008. International Geogebra Institute. Disponível em: <http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/info/13-what-is-geogebra>. Acesso 11/11/2013.

KILPATRICK, Jeremy. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. **Revista Zetetike**, v.4, n.5, 1996, p.99-119.

LEE, H. S.; HOLLEBRANDS, K. F.. **Students Use of Technological Features while Solving a Mathematics Problem.** Journal of Mathematical Behavior, v. 25, n. 3, p. 252-266, 2006.

LÉVY, P. **Educação e Cybercultura,** 1998 Disponível em: http://www.caosmose.net/pierrelevy/educaecyber.html#*. Acesso 04/04/2015.

LIMA, A. S.Jr. de. **Tecnologias inteligentes e educação: currículo hipertextual**. Rio de Janeiro: Quarteto/Salvador: Fundesf, 2005.

MAGALHÃES, A. R. **Mapas conceituais digitais como estratégia para o desenvolvimento da metacognição no estudo de funções**. Tese de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. PUC - São Paulo, 2009.

MELLO, E. G. S. **DEMONSTRAÇÃO "Uma sequência didática para a introdução de seu aprendizado no ensino de geometria".** Disssertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. PUC - São Paulo, 1999.

NARDI, Elena. A percepção dos matemáticos sobre o aprendizado dos estudantes: uma jornada "generosa" e diligente pelo sentido matemático? In: CARVALHO, Luis Mariano, et. al., **História e Tecnologia no Ensino da Matemática.** vol. 2, Rio de Janeiro: Editora Ciência moderna Ltda, 2008.

OLIVEIRA, Marizilda Escudeiro de. **Ser adolescente na era da informação.** São Paulo: Ícone, 2008.

PAVANELLO, Regina Maria. O abandono do ensino de Geometria no Brasil: causas e consequências. In: **Zetetiké**, v. 1, n. 1, 1993.

PEREIRA, Thales de L. Martins. **O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA EM UMA ESCOLA PÚBLICA: interações entre alunos e professor em atividades e tarefas de geometria para o ensino fundamental e médio,** 2012, 122f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática). Instituto de Ciências Exatas. Universidade Federal de Juiz de Fora. Juiz de Fora. 2012

RAMAL, Andrea Cecília. **O professor do próximo milênio**. Disponível em: < http://saladeaulainterativa.pro.br/texto_0018.htm>. Acesso 27/09/2014.

SADOVSKY, Patrícia. **O ensino de matemática hoje – enfoques, sentidos e desafios.** São Paulo: Ática, 2007.

SANTOS, Angela R. et al. Mathlets: Applets Java para o ensino de matemática. In:

CARVALHO, Luis Mariano, et. al. **História e Tecnologia no Ensino da Matemática.** vol. 2, Rio de Janeiro: Editora Ciência moderna Ltda, 2008.

SENA, Rebeca Moreira; DORNELES, Beatriz Vargas. Ensino de Geometria: Rumos da Pesquisa (1991-2011) Teaching Geomtry Research Directions (1991-2011), **Revmat: revista eletrônica de educação matemática**,[S.I.], v. 08, n. 1, p. 138-155, jul. 2013. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2013v8n1p138/25095>. Acesso em: 01 Fev. 2015.

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muszakat. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. Florianópolis: UFSC, 2005.

SILVA, G. H. G. **Ambientes de Geometria Dinâmica: Potencialidades e Imprevistos.** Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, v. 5, n. 1,jan-abr 2012.

SILVEIRA, Everaldo; MIOLA, Rudinei José. **Professor-Pesquisador em Educação Matemática**. Curitiba: Ibpex, 2008.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica: A questão da democracia.** Campinas, SP: Papirus, 2001.

SOUSA, Robson Pequeno de; MOITA, Filomena de M.C. da S.C.; CARVALHO, Ana Beatriz Gomes. **Tecnologias Digitais na Educação [online].** Campina Grande: EDUEPB, 2011.

TEIXEIRA, Paulo J.M.; PASSOS, Cláudio C.M. Um pouco da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau. **Zetetiké.** FE/Unicamp, v. 21, n. 39, jan-jun 2013.

THIOLLENT, Michel. Notas para o debate de pesquisa-ação. In: BRANDÃO, Carlos Rodrigues **Repensando a pesquisa participante**. São Paulo: Brasiliense, 1999

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da Pesquisa-Ação.** 15. Ed. São Paulo: Cortez, 2007 (Coleção temas básicos de pesquisa-ação).

TRIPP, David. **Pesquisa Ação: uma introdução metodológica.** Educação e Pesquisa, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005 443.

UNDERWOOD, J.; HOADLEY, C.; LEE, H. S.; HOLLEBRANDS, K. F.; DIGIANO, C.; RENNINGER, K. A.. **IDEA: Identifying Design Principles in Educational Applets.** Educational Technology Research and Development, v. 53, n. 2, p. 99-112, 2005.

VALENTE, J.A. Diferentes usos do computador na educação. **Educação pública**. Rio de Janeiro, 1993. Disponível em: http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/tecnologia/0022.html. Acesso em 03 maio 2015.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma história da matemática escolar no Brasil: 1730-1930**. 2aed. São Paulo: Annablume: FAPESB, 2007.

YERUSHALMY, M. **Functions of Interactive Visual Representations in Interactive Mathematical Textbooks.** International Journal of Computers for Mathematical Learning. N. 10, p. 217-249. 2005.

APÊNDICE A

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu,____, responsável pelo(a) estudante____, aluno(a) do segundo ano do curso Médio/Integrado do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia – Campus Jacobina, AUTORIZO que depoimentos, questionários, fotos, filmagens que incluam meu filho(a), assim como materiais produzidos por eles (textos, desenhos entre outros) sejam feitas e utilizadas.

O(A) estudante foi convidado a participar de um estudo denominado "O uso do geogebra como potencializador da aprendizagem em Geometria Plana". Foi alertado de que, da pesquisa a se realizar, pode esperar alguns benefícios, tais como: metodologias e práticas de ensino que possam contribuir para o seu aprendizado. Levando-se em conta que é uma pesquisa, e os resultados positivos ou negativos somente serão obtidos após a sua realização. E que os riscos da pesquisa são mínimos. Reconhecemos ricos inerentes a exposição dos alunos participantes da pesquisa, tais danos serão evitados por meio de um trabalho ético, que não permitirá ações dos participantes que venham prejudicar o outro e do compromisso em manter sigilo identidade dos alunos ao expor os dados de forma que não venha gerar nenhum constrangimento aos participantes.

Nesta pesquisa os estudantes participarão de encontros no laboratório de informática e desenvolverá as seguintes atividades: manipular objetos digitais de aprendizagem e responder a questionários.

Está ciente de que sua privacidade será respeitada, ou seja, seu nome ou qualquer outro dado ou elemento que possa, de qualquer forma, identificá-lo, será mantido em sigilo.

Também foi informado de que pode se recusar a participar do estudo, ou retirar seu consentimento a qualquer momento, sem precisar justificar, e de, por desejar sair da pesquisa, não sofrerá qualquer prejuízo à assistência que vem recebendo.

Os pesquisadores envolvidos com o referido projeto são: Adriana Gomes Santos Fonseca aluna do Mestrado Profissional Gestão e Tecnologias Aplicadas a Educação - GESTEC e Dr. André Ricardo Magalhães professor da Universidade do Estado da Bahia-UNEB.

É garantido ao estudante o livre acesso a todas as informações e esclarecimentos adicionais sobre o estudo e suas conseqüências, enfim, tudo o que ele queira saber antes, durante e depois da sua participação.

A presente autorização é concedida a título gratuito, abrangendo uso da imagem, voz e material produzido pelos estudantes (textos, desenhos entre outros) em todo território nacional e no exterior, e em todas as suas modalidades.

Por esta ser a expressão da minha vontade declaro que autorizo o uso acima descrito.

Jacobina,_____de _______________ de 2015

____

(assinatura por extenso do representante legal do sujeito da pesquisa)

Contatos:

Equipe da pesquisa: Adriana Gomes (pesquisadora) – adrianagomes18@gmail.com, André Magalhães (orientador) – andrerm@gmail.com

Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da UNEB – (71) - 3117-2399

APÊNDICE B

QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO

1. Para você o que é a Geometria Plana?

____
____
____

2. Recorda-se de ter visto Geometria Plana quando estava cursando as séries do Nível Fundamental? Em caso afirmativo, determine em qual(is) séries você viu assuntos de Geometria Plana.

____
____
____

3. Marque abaixo os conteúdos que você já aprendeu.

☐ Triângulos.
☐ Quadriláteros.
☐ Teorema de Pitágoras.
☐ Calcular perímetros de polígonos.
☐ Calcular área de polígonos.
☐ Calcular comprimento de circunferência.
☐ Calcular área do círculo.
☐ Outros ____

4. Dos conteúdos acima citados que você aprendeu, quais são de Geometria Plana?

____
____
____

5. Dados os nomes dos polígonos, faça um esboço da figura e indique as formas de calcular área e perímetro :

Triângulo	Quadrado
Retângulo	Paralelogramo
Losango	Trapézio

6. Para você que relações podem ser estabelecidas entre:

a) Quadrado e retângulo?

____

b) Losango e Paralelogramo?

c) Quadrado e Losango?

d) Losango e retângulo?

e) Explicite outras relações que você perceba e não tenham sido listadas aqui.

7. Escreva com suas palavras o que entende sobre

a) Teorema de Pitágoras.

b) Área de figuras planas.

c) Perímetro de figuras plana.

APÊNDICE C

SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Momento I: Área do quadrado, área do retângulo e área do paralelogramo.

Execute as orientações abaixo:

1. Observe o quadrilátero BELO. Consegue identificá-lo? Cite algumas propriedades dele.
2. Movimente o controle deslizante a e observe o que acontece com as medidas do lado e a medida da área quadrilátero BELO. Existe alguma relação entre essas medidas?
3. Tente escrever uma fórmula para calcular a área do quadrado BELO a partir da medida do seu lado.
4. Movimente o controle deslizante a de forma a retornar ao quadrado de lado 1.
5. Movimente agora os controles deslizantes b, c, d, e. A cada movimento conte quantos quadradinhos de lado 1 formam o retângulo CARI e anote. Existe alguma relação entre a quantidade destes quadradinhos e a área do retângulo CARI? E com as medidas dos lados há alguma relação?
6. Tente escrever uma fórmula para calcular a área do retângulo CARI a partir de sua base e sua altura.
7. Marque a opção mostrar medidas, movimente novamente os controles b, c, d, e, observe. As conclusões do itens 5 e 6 fazem sentido?
8. Conte quantos quadradinho tem o paralelogramos UNYX. Qual a área deste paralegramo?
9. Marque mostrar área e altura do paralelogramo. Existe alguma relação entre a área, a altura e a base do paralelogramo?
10. A partir das respostas dadas aos itens 8 e 9 tente montar uma fórmula para calcular a área do paralelogramo.
11. Marque mostrar área e movimente os controles deslizantes f e g. A fórmula construída no item 10 faz sentido?

Momento II: Área do triângulo

Execute os passos que forem solicitados:

1. O objeto de aprendizagem apresenta três tipos de triângulo. Cite as propriedades que você lembra de cada um.
2. Marque duplicar. Observe que foram formados quadriláteros, classifique-os.
3. Como calculamos a área de um paralelogramo? E de um retângulo?
4. Qual a relação você observa entre a área do paralelogramo e a área do triângulo?
5. Marque mostrar alturas. Qual relação você identifica entre as alturas dos triângulos e as alturas dos paralelogramos?
6. Marque mostrar bases. Qual relação você identifica entre as bases dos triângulos e as bases dos paralelogramos?
7. A partir das respostas dos itens 2, 3, 4, 5 e 6 tente construir uma fórmula para calcular a área do triângulo.
8. Marque mostrar áreas e depois movimente os controles deslizantes para alterar as bases e as alturas dos triângulos. Teste os valores da base e da altura na sua equação e veja se o valor encontrado para a área confere.

Momento III: Área do losango

Execute os passos que forem solicitados:

1. Você reconhece o polígono SELO? Se sim, classifique-o.
2. Marque duplicar. Apareceu um novo polígono DICA, classifique este polígono.
3. Se conseguiu identificar este dois polígonos, agora identifique as propriedades destes polígonos marcando com X a opção correta.

I. São quadriláteros: a) SELO b) DICA c) Os dois

II. As diagonais se encontram no ponto médio: a) SELO b) DICA c) Os dois

III. As diagonais se encontram formando um angulo reto:

a) SELO b) DICA c) Os dois

IV. As diagonais são bissetrizes (divide o ângulo ao meio) dos ângulos internos dos polígonos: a) SELO b) DICA c) Os dois

4. Após responder marque mostrar diagonais do losango e mostrar diagonais retângulo. Suas respostas fazem sentido?
5. Qual a relação entre a base (DI), a altura (DA) do retângulo DICA e as diagonais (OE e SL) do losango SELO?
6. Como calculamos a área do retângulo DICA? Qual a fórmula?

7. Qual a relação entre a área do retângulo DICA e o losango SELO?
8. A partir das respostas dos itens 4, 5 e 6 tente construir uma fórmula para calcular a área do polígono SELO.
9. Marque calcular os valores das áreas para ver se suas conclusões fazem sentido.

Momento IV: Teorema de Pitágoras

Observe a figura abaixo, os valores escritos nos quadrados indicam as áreas dos mesmos. Responda as perguntas abaixo e execute as ações que forem solicitadas.

1. Qual a medida de cada lado (a, b, c) do triângulo retângulo verde?
2. Qual a relação entre os lados do triângulo retângulo e as áreas dos quadrados?
3. Existe alguma relação entre os lados a, b, c do triângulo retângulo? Tente escrever uma equação que relacione estes lados.
4. Será que a equação pensada por você no item anterior vale para qualquer triângulo retângulo? Clique no botão play e observe, se necessário pause. Depois continue o questionário.
5. Você observa alguma relação que se mantém constante? Qual?
6. O que você observa comparando os quadrados gerado pelos catetos (lados b e c) e o quadrado gerado pela hipotenusa (lado a) do triângulo retângulo?
7. Como você poderia representar esta relação com uma equação (linguagem algébrica)? Esta equação é a mesma que você pensou na questão 3?
8. Escolha valores para b e c, teste na sua equação e teste na aplicação (substitua nas caixa indicadas por b e c no canto superior direito). Os valores testados funcionaram nos dois? Sua equação é válida?
9. Você acabou de ver uma representação geométrica para o Teorema de Pitágoras e escrever uma equação para o mesmo. Como você poderia enunciar (escrever um texto para traduzir a equação) o teorema ilustrado pela animação?

Momento V: Área do trapézio

Execute os passos que forem solicitados:

1. O objeto de aprendizagem apresenta três tipos de trapézio. Cite as propriedades que você lembra de cada um.

2. Marque duplicar. Observe que foram formados quadriláteros, classifique-os.

3. Como calculamos a área de um paralelogramo? E de um retângulo?

4. Qual a relação você observa entre a área do paralelogramo e a área do trapézio?

5. Marque mostrar alturas. Qual relação você identifica entre as alturas dos trapézios e as alturas dos paralelogramos?

6. Marque mostrar bases. Qual relação você identifica entre as bases dos trapézios e as bases dos paralelogramos?

7. A partir das respostas dos itens 3, 4, 5 e 6 tente construir uma fórmula para calcular a área do trapézio.

8. Desmarque a opção duplicar. Marque mostrar áreas e depois movimente os controles deslizantes para alterar as bases e as alturas dos trapézios. Teste os valores das bases e da altura na sua equação e veja se o valor encontrado para a área confere.

Momento VI: Área do círculo

1. Mova o controle deslizante r e observe as figuras. O que r representa para o círculo? E para a figura com os setores?

2. Mova o controle deslizante n e observe as figuras. O que acontece no círculo? E o que acontece com a figura com os setores?

3. Clique no botão reiniciar. Mova devagar o controle deslizante n e observe. O que acontece com o arco XY e com o segmento XY?

4. Quando você aumenta o valor de n o que acontece com a figura com os setores? Ela se aproxima de qual polígono?

5. Marque mostrar polígono. Sua conclusão no item quatro foi coerente?

6. Como calculamos a área do polígono? Tente construir uma fórmula para calcular a área do polígono usando r.

7. Qual a relação entre a área do polígono e a área do círculo?

8. A partir das respostas dadas aos itens 6 e 7 tente construir uma fórmula para calcular a área do círculo.

9. Marque mostrar área. Movimente o controle deslizante r para 1, 2 e 3. Observe os valores indicados para área do círculo. Substitua os mesmo valores de r na fórmula que você construiu no item 8. Comparando os valores indicados com os calculados tente avaliar se sua fórmula está coerente.

APÊNDICE D

QUESTIONÁRIO FINAL

1. Com relação às atividades desenvolvidas, você considera que de alguma maneira as atividades com suporte de softwares facilita de alguma maneira a aprendizagem? Por quê?

____

____

____

____

____

____

2. Comparando as oficinas com uma aula tradicional cite os pontos positivos e negativos de ambas. Qual contribuiu mais para o seu aprendizado?

____

____

____

____

____

____