

ANA MARIA DE CASTRO NEVES PORTELLA
DANILA DA SILVA OLIVEIRA

OS NÚMEROS NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Artigo apresentado à Universidade do Estado da Bahia – UNEB, como requisito parcial para a obtenção do diploma de Licenciatura Plena em Ciências com habilitação em Matemática

Aprovado em dezembro de 2006.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Magda Souza Braga David

Prof. Márcio D'Esquível

Prof. Givaldo Vieira de Sousa

OS NÚMEROS NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA ¹

Ana Maria de Castro Neves Portella²

Danila da Silva Oliveira³

*O caminho para a inteligência passa através das mãos.
Pensamos para ajudar as mãos. Das mãos nascem as
perguntas. Da cabeça nascem as respostas. Se a mão
não pergunta, a cabeça não pensa.*

Rubem Alves

RESUMO: O presente trabalho apresenta um estudo sobre os números na história da matemática e busca relacionar, no decorrer do processo histórico, a necessidade de contar, atividade inerente ao desenvolvimento das atividades humanas, com o ensino e aprendizagem do conceito de número pela criança na quinta série do Ensino Fundamental. Desse modo, aponta para um ensino de matemática mais eficaz a partir da compreensão de que este deve estar inspirado em nossas necessidades, na realidade e em nosso momento histórico. Contudo, é a partir da investigação da história da matemática e ao longo de sua evolução que se propõe refletir e estabelecer a importância de sua contribuição para o ensino e aprendizagem e para a busca de melhorias necessárias para as diversas situações cotidianas. Analisa-se, então, a relação matemática-história, propondo-se trabalhar os aspectos formais e racionais do ensino dos números na quinta série do Ensino Fundamental, haja vista que o ensino da matemática fundamentado na concepção da matemática como conhecimento historicamente constituído e que se reconstrói a cada instante, assemelha-se ao processo de construção do conhecimento na criança.

PALAVRAS-CHAVE: História da matemática, matemática, números, ensino, aprendizagem.

¹ Artigo Monográfico apresentado à Prof^a Magda Souza Braga David, como avaliação final da disciplina Monografia do curso de Licenciatura Plena em Ciências / Habilitação em Matemática, sob a orientação do Prof. Márcio D'Esquivel – Universidade do Estado da Bahia, Departamento de Ciências Humanas – Caetité

² Graduanda em Licenciatura Plena em Ciências / Habilitação em Matemática; e-mail: mcpresentescte@yahoo.com.br

³ Graduanda em Licenciatura Plena em Ciências / Habilitação em Matemática; e-mail: dannyllaoliver@hotmail.com

ABSTRACT: The current work presents a study about the numbers in mathematics' history and reaches to make a list of, during the historical process, the necessity to count, which is inherent to the development of human activities as teaching and learning of number conception by child in the fifth stage of high school. This way indicates to the most efficient teaching of mathematics, observing the comprehension this one must be inspired in our necessities, in reality and in our historic moment. However, it is by the investigation of mathematics' history and along its maneuver which proposes to think and to establish the importance its contribution for teaching and learning and in search of necessary improvements in several situations everyday. Thus, you analyse the relation between mathematics and history, and trying to work the formal and rational aspects of teaching the numbers in the fifth stage of high school, by the way the mathematics teaching is based on conception of mathematics as knowledge historically constructed and in which reconstructs in every moment, it is alike the construction process of child's knowledge.

Key-words: Mathematics' history, numbers, teaching, learning.

1. INTRODUÇÃO

Analisar a importância de se estudar o comportamento e o desenvolvimento humano, através da história da matemática, é dar significado às coisas que nos cercam, pois assim se compreende melhor o número e sua operação. Em nosso dia-a-dia, deparamo-nos com várias situações em que se incluem os números. Eles desempenham um importante papel em nossas vidas. Muitas das maiores conquistas da humanidade só foram possíveis depois de uma longa história: o homem buscando chegar à compreensão e ao domínio dos números. Nas escolas, uma grande dificuldade que professores e alunos enfrentam com muita constância está diretamente relacionada aos números.

Na matemática, observamos as dificuldades de aprendizagem por parte do alunado. Muitos problemas nas séries mais avançadas, no entanto, poderiam ser evitados, se tivéssemos mais conhecimentos sobre como se dá a construção do conceito de número em crianças e a partir daí os professores das séries iniciais do primeiro grau encontrassem meios adequados para diagnosticar as lacunas no repertório dos alunos, podendo programar melhor o ensino. Elaborar um procedimento de análise do conceito de número que seja capaz de oferecer alguma contribuição à prática pedagógica é o que propõe este trabalho.

2. O NÚMERO NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Houve um tempo em que o ser humano não sabia contar e não é difícil de imaginar que em algum momento da história o homem sentiu a necessidade de contar animais, objetos, pessoas e de inventar uma forma de representar essa contagem.

As primeiras concepções de números e forma datam de tempo tão remoto como os do começo da idade da pedra, o paleolítico. Durante centenas e milhares de anos ou mais, os homens viviam em cavernas, em condições pouco diferentes das dos animais, e suas principais energias eram orientadas para o processo elementar de recolher alimentos onde fosse possível encontrá-los. Eles faziam instrumentos para caçar e pescar, desenvolviam a linguagem para comunicar-se uns com os outros e, nos últimos tempos do paleolítico, enriqueceram as suas habitações com certas formas de arte criativa, estatuetas e pinturas. Poucos progressos se fizeram no conhecimento de valores numéricos e de relações espaciais, até se dar a transição da mera recolha de alimento para sua produção, da caça e da pesca para agricultura. Sendo assim, com essa transformação fundamental houve uma revolução na qual a atitude do homem perante a natureza deixou de ser passiva e iniciando-se um novo período da idade da pedra, o neolítico.

Esse grande acontecimento da história da humanidade ocorreu provavelmente há dez mil anos, após as camadas de gelo que cobriam a Europa e a Ásia terem se fundido e dado lugar às florestas e aos desertos. Os nômades, que vagueavam a procura de alimentos, foram desaparecendo pouco a pouco. Os caçadores e pescadores foram em grande parte substituídos por agricultores. Tais agricultores que se fixaram num local em que havia solos férteis começaram a construir habitações mais permanentes; surgiram assim povoações. Essas povoações se desenvolveram gradualmente certos ofícios elementares, tais como a cerâmica, a carpintaria e a tecelagem, como mostram estudos através de escavações e restos encontrados. Existiam celeiros onde os habitantes guardavam o excedente para o inverno, o período mais difícil. Nesse período ocorreram algumas invenções notáveis: a roda de oleiro e a roda de carro; aperfeiçoaram-se os barcos e os abrigos, essas foram grandes invenções do período neolítico.

Com a mudança de comportamento do homem, junto ao desenvolvimento do comércio, surgiu a necessidade de evolução no sistema de contagem, porque até então o homem não tinha a representação numérica que conhecemos hoje. Desde o início da humanidade, diferentes povos deram sua contribuição, modificando a escrita dos números através dos tempos, como diz Maria Catarina Vitti:

A história dos números tem alguns milhares de anos. É impossível saber exatamente como tudo começou. Mas uma coisa é certa: os homens não inventaram primeiro os números para depois aprenderem a contar. Pelo contrário, os números foram se formando lentamente, pela prática diária das contagens. Também não há dúvida de que o número é uma invenção da humanidade e não apenas de alguns poucos homens. (1987, p.7)

Os números realizam tarefas úteis e sua invenção deve ter correspondido à preocupação de ordem prática e sem dúvida foi graças ao princípio da contagem que o homem pré-histórico pôde praticar aritmética antes mesmo de ter consciência e de saber o que é um número abstrato. Os indígenas, por exemplo, não eram capazes de conceber os números abstratos, mas conseguiam contornar alguns problemas, obtendo resultados satisfatórios, recorrendo a todo tipo de meios concretos. Esses homens não tinham nenhuma idéia abstrata do número dez, mas eles sabiam que ao tocar sucessivamente em seus membros poderiam fazer representar tantos homens, animas ou objetos quantos referenciais corporais houvesse nessa sucessão. Isso para eles significava um procedimento que não passava de um meio simples e cômodo para obter um padrão que pode ser equiparado termo a termo com os grupos cuja totalidade deseja atingir. Vivemos hoje no mundo dos números; mas desde o seu aparecimento foram necessários séculos e séculos de descobertas e aperfeiçoamento para se chegar a sua atual forma de escrita, como se observa em texto publicado pelo INEP:

Na antiguidade, o homem fazia agrupamentos quando necessitava contar grandes quantidades; esses agrupamentos tinham cinco ou dez elementos (os agrupamentos de cinco em cinco podem ainda hoje ser verificados na contagem de pontos em jogos e também na contagem de chopps, entre outros). O hábito de agrupar de 10 em 10, presente em vários sistemas de numeração (inclusive no egípcio e no chinês) sem dúvida se relaciona com a utilização dos dedos das mãos na realização das contagens. O primeiro instrumento de cálculo que o homem utilizou foram os seus próprios dedos e que ainda hoje são utilizados para este fim. (Funbec, p. A2)

Portanto, reafirmamos que os números surgiram com o desenvolvimento das atividades humanas; a necessidade de organizar dentro de um meio mais complexo fez com que o homem encontrasse uma forma de se comunicar, de definir sinais. Como saber se uma ovelha fugiu ou foi roubada? As marcações das quantidades eram feitas com desenhos nas cavernas, nós em cordas, talha em ossos e outros tipos de registros.



A contextualização dos fatos históricos relacionados à matemática é perceptível em todas as civilizações, uma vez que essas, em seus pormenores, apresentam traços e formas de fazer matemática. Segundo Struik,

Entre as razões para o estudo da história da matemática, que “ela satisfaz o desejo de muitos de nós sabermos como as coisas em matemática se originaram e se desenvolveram”. “O estudo dos autores clássicos pode oferecer uma grande satisfação em si mesmo”, além de auxiliar “no ensino, na pesquisa” e “tornar mais interessante o seu ensino” por meio de ilustração, conversações. (1985, p.213)

Nesse sentido, é importante que o professor de matemática conheça a relação histórica do homem com os números, a fim de que possa perceber que esta pode ser ampliada e enriquecida a partir da construção de novas técnicas, bem como a partir da apreensão do conhecimento construído ao longo dos anos.

2.1. A História da Matemática em algumas civilizações.

Egito Antigo

A civilização Egípcia se desenvolveu ao longo de uma extensa faixa de terra fértil que margeava o rio Nilo. O estudo do Egito antigo está determinado entre 4.000 a.c. à 30 a.c. Houveram vários períodos dentro da história egípcia antiga, mas todos eles tiveram basicamente o mesmo aspecto social político e econômico, bem como matemático e científico.

A sociedade Egípcia era extremamente rígida, composta por uma administração estatal, centralizada no Faraó (nobreza), seguidos pelos sacerdotes, escribas, camponeses e escravos. Além do faraó que era o senhor absoluto, havia uma poderosa nobreza fundiária que cooperava na administração e na exploração do trabalho dos camponeses. Apenas a família do faraó, os sacerdotes e os nobres tinham acesso a uma educação rudimentar. Alguns escribas também obtinham, mediante vontade do faraó, acesso à educação.

A economia Egípcia era baseada na agricultura e no trabalho escravo, até o momento em que foi ampliada para um comércio de troca de mercadorias com outros povos que viviam em outras regiões, principalmente os mesopotâmicos.

O fato de a sociedade egípcia ser extremamente fixa, centrada na pessoa do faraó, que não permitia uma maior abertura para as classes inferiores, as ciências também foram

prejudicadas. Mas, mesmo assim houve um grande avanço científico e matemático neste período.

Um dos ramos da ciência que teve um avanço significativo foi à medicina, como comprovam as múmias de vários faraós descobertas nos dois últimos séculos e também o acesso a vários papiros.

A matemática egípcia foi essencialmente prática. Quando o rio Nilo estava no período das cheias, começavam os problemas para as pessoas. Para resolver este problema foram desenvolvidos vários ramos da matemática. Foram construídas obras hidráulicas, reservatórios de água e canais de irrigação no rio Nilo. Procedeu-se a drenagem dos pântanos e regiões alagadas.

Desenvolveu-se uma geometria elementar e uma trigonometria básica (esticadores de corda) para facilitar a demarcação de terras. Com isto procedeu-se a um princípio de cálculo de áreas, raízes quadradas e frações. Também sabemos que os egípcios conheciam as relações métricas em um triângulo retângulo. O teorema de Pitágoras, na realidade, já era conhecido por povos bem mais antigos que os gregos.

No século XVIII d.c. foram descobertos vários papiros, em escavações, no Egito. Do ponto de vista matemático os mais importantes são os papiros de Moscou e os Papiros de Rhind. Traduzidos, em 1799, estes papiros com grandes preciosidades matemáticas egípcias.

Outra ciência que teve um avanço muito grande neste período foi à astronomia. Os sacerdotes egípcios faziam cálculos astronômicos para determinar quando iriam ocorrer as cheias do Nilo. Baseados nestes cálculos eles construíram um calendário com 12 meses de 30 dias.

A construção das grandes pirâmides faz supor que o conhecimento matemático dos egípcios era muito mais avançado que o conhecido nos papiros. Talvez, a dificuldade na escrita tenha sido um dos motivos que impediu este registro. É possível, ainda, que estes registros tenham sido feito em papiros que não chegaram aos nossos dias.

A matemática egípcia foi um dos pilares da matemática grega, a qual foi à base para a nossa matemática moderna. Isto em geometria, trigonometria ou mesmo na astronomia.

Mesopotâmia

A Mesopotâmia, devido a sua localização estava sujeita às invasões e conquistas de vários povos, ao contrário do que ocorreu no Egito. As duas civilizações, Egípcia e Mesopotâmia, desenvolveram-se no mesmo período. Mas, este desenvolvimento deu-se em separado, não havendo um intercâmbio de informações.

Durante o período entre 4.000 a.c. e 1200 a.c. foi inventada uma das primeiras formas conhecidas de escrita, a escrita cuneiforme e a fundação de grandes cidades (Lasash, Ur, Uruk e Babilônia).

Assim como a sociedade egípcia, a sociedade mesopotâmica tinha sua pirâmide social extremamente rígida, não permitindo a mobilidade social. Esta sociedade era altamente militarizada e extremamente cruel para com os povos dominados por meio de guerras ou da cobrança de impostos.

A economia estava baseada na agricultura e no comércio de trocas. Visto a localização geográfica da região que facilitava o contato entre os povos conhecidos da época.

Não havia um processo político como conhecemos hoje, pois o rei detinha o poder absoluto e total.

A ciência e, por conseqüência, a matemática mesopotâmica teve um grande desenvolvimento por parte dos sacerdotes que detinham o saber nesta civilização. Assim como a matemática Egípcia, esta civilização teve uma matemática e/ou ciência extremamente prática. As matemáticas orientais surgiram como uma ciência prática, com o objetivo de facilitar o cálculo do calendário, a administração das colheitas, organização de obras públicas e a cobrança de impostos, bem como seus registros.

Os Babilônicos (assim também eram chamados os povos mesopotâmicos) tinham uma maior habilidade e facilidade para efetuar cálculos, talvez em virtude de sua linguagem ser mais acessível que a egípcia. Eles tinham técnicas para equações quadráticas e bi-quadráticas, além de possuírem fórmulas para áreas de figuras retilíneas simples e fórmulas para o cálculo do volume de sólidos simples. Sua geometria tinha suporte algébrico. Também conheciam as relações entre os lados de um triângulo retângulo e trigonometria básica, conforme descrito na tábua “Plimpton 322. (Uma das tabelas mais importantes, sob o ponto de vista matemático).

Ao contrário dos Egípcios, que tinham um sistema posicional de base 10, os babilônicos possuíam um sistema posicional sexagesimal bem desenvolvido, o qual trazia enormes facilidades para os cálculos, visto que os divisores naturais de 60 são 1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60, facilitando o cálculo com frações.

Por tudo isto que foi descrito, a matemática Babilônica tinha um nível mais elevado que a matemática Egípcia.

Pelo fato da Mesopotâmia estar situada no centro do mundo conhecido da época, o que propiciava grandes invasões e muito contato com outros povos, ela teve um papel

importante no desenvolvimento da matemática do povo Grego. Graças a este contato com o povo Grego, muito desta matemática chegou até os nossos dias.

Grécia Clássica

A civilização Grega foi formada por muitos povos que se originaram da Europa central e da Ásia. Os Cretenses, habitantes da ilha de Creta, desde 3.000 a.c., com expressão maior entre 2.000 a.c. à 1.500 a.c., notabilizaram-se pelo comércio marítimo, artesanato, arte e a influência sobre os Gregos. Tiveram um comércio muito grande com o Egito, Fenícia e a Síria. As transações comerciais eram registradas em papiros com uma escrita acessível aos mercadores. Este contato com os demais povos possibilitou um intercâmbio muito grande com as demais culturas e propiciou avanços matemáticos e científicos ampliando os conhecimentos tecnológicos do período, haja vista as ruínas de banheiros e sistemas de esgotos descobertos em escavações.

Esta civilização foi marcada por uma política democrática e esta liberdade de pensamento da civilização Grega contribuiu para o desenvolvimento das ciências, em especial, a matemática.

A base da revolução matemática exercida pela civilização Grega partiu de uma idéia muito simples. Enquanto Egípcios e Babilônicos perguntavam: “como”? Os filósofos gregos passaram a indagar: “por que”? A matemática que até este momento era, essencialmente, prática, passou a ter seu desenvolvimento voltado para conceituação, teoremas e axiomas.

A matemática, através da história, não pode ser separada da astronomia. Foram as necessidades relacionadas com a irrigação, agricultura e com a navegação que concederam à astronomia o primeiro lugar nas ciências, determinando o rumo da matemática.

Dois fatores estimularam e facilitaram o grande desenvolvimento da ciência e da matemática pelos filósofos gregos: a substituição da escrita grosseira do antigo oriente por um alfabeto fácil de aprender e a introdução da moeda cunhada, o que estimulou ainda mais o comércio.

A matemática moderna teve origem no racionalismo jônico, e teve como principal estimulador Tales de Mileto, considerado o pai da matemática moderna. Este racionalismo objetivou o estudo de quatro pontos fundamentais: compreensão do lugar do homem no universo conforme um esquema racional, encontrar a ordem no caos, ordenar as idéias em seqüências lógicas e obtenção de princípios fundamentais. Estes pontos partiram da observação que os povos orientais tinham deixado de fazer todo o processo de racionalização de sua matemática, contentando-se, tão somente, com sua aplicação.

Neste período começam a surgir às primeiras divisões nas ciências. Na Grécia surgem dois grupos distintos de filósofos: os Sofistas e os Pitagóricos, os quais passam a analisar as ciências de dois modos diferentes.

Os Sofistas abordavam os problemas de natureza matemática como uma investigação filosófica do mundo natural e moral, desenvolvendo uma matemática mais voltada à compreensão do que à utilidade. É o começo da abstração matemática, em detrimento da matemática essencialmente prática.

Os Pitagóricos, sociedade secreta criada por Pitágoras de Samos, enfatizavam o estudo dos elementos imutáveis da natureza e da sociedade. O chefe desta sociedade foi Arquitas de Tarento. Os Pitagóricos estudavam o *quadriúvio* (geometria, aritmética, astronomia e música). Sua filosofia pode ser resumida na expressão “tudo é número”, com a qual diziam que tudo na natureza pode ser expresso por meio dos números. Pitágoras dizia que: “tudo na natureza está arranjado conforme as formas e os números”. Aos Pitagóricos (Pitágoras, principalmente) podemos creditar duas descobertas importantes: o conceito de número irracional por meio de segmentos de retas incomensuráveis e a axiomatização das relações entre os lados de um triângulo retângulo (teorema de Pitágoras), que já era conhecido por babilônios e egípcios.

Paralelo a isto, os matemáticos gregos do período clássico começam a trabalhar com o princípio da indução lógica (apagoge), que é o início da axiomática, a qual foi desenvolvida por Hipócrates. Os três problemas que deram início ao estudo da axiomática foram: trissecção de um ângulo, duplicação do volume do cubo (problema délico) e quadratura do círculo.

Podemos observar que as descobertas matemáticas estão relacionadas com os avanços obtidos pela sociedade, tanto intelectuais como comerciais. Se no princípio a matemática era essencialmente prática, visto que as sociedades eram rudimentares, com o desenvolvimento destas sociedades a matemática também evoluiu, passando de uma simples ferramenta que auxiliava aos problemas práticos para uma ciência que serviu como chave para analisar o mundo e a natureza em que vivemos.

Todas as descobertas matemáticas realizadas pelos povos pré-históricos, egípcios e babilônios serviram como subsídio para a matemática desenvolvida pelos gregos. Esta matemática grega foi, e continua sendo, a base de nossa matemática. Todo o desenvolvimento tecnológico obtido em nossos dias tem como ponto de partida a matemática grega.

Assim, sem a axiomatização desenvolvida pelos gregos, não haveria o desenvolvimento da matemática abstrata e dos conceitos, postulados, definições e axiomas tão necessários à nossa matemática.

Da matemática da antiguidade, fundamental a nós hoje, podemos citar: processos de contagem, numeração, trigonometria, astronomia, geometria plana e volumes de corpos sólidos, sistema sexagesimal, equações quadráticas e bi-quadráticas, relações métricas nos triângulos retângulos, seções cônicas e o método de exaustão, que foi o alicerce para a construção da nossa matemática.

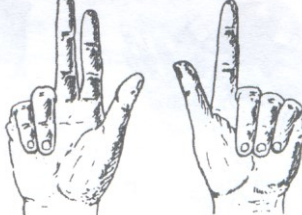

3. NÚMEROS NATURAIS E FRACIONÁRIOS E SUAS OPERAÇÕES

Quando se estuda a história da matemática, descobrem-se várias formas de se ensinar um conceito por mais simples que ele possa parecer. A história da matemática mostra que as mãos foram os primeiros instrumentos utilizados pelo homem para contar e operar, motivo pelo qual são consideradas a primeira máquina de calcular. O processo de adição é simples e comum nas crianças. Nas antigas civilizações, alguns povos desenvolveram técnicas na utilização das mãos para o processo da multiplicação; dentre as várias, escolhemos uma para demonstrar por acharmos bastante interessante. Para se multiplicar 7×8 , eles dobravam na primeira mão os dedos correspondentes às unidades suplementares de 7 em relação a 5 e na outra dobravam as unidades suplementares de 8 em relação a 5. O resultado era obtido multiplicando por 10 o número total dos dedos dobrados nas duas mãos: $10 \times (2+3) = 50$, acrescentando esse resultado parcial ao produto dos dedos levantados de uma mão pelos mesmos dedos da outra, ($2 \times 3 = 6$), obtendo-se, portanto, $50 + 6 = 56$; então $7 \times 8 = 56$. Assim faziam para números compreendidos entre 5 e 10.

Entre os números 10 e 15, dava-se da seguinte forma: para multiplicar 12 por 13, por exemplo, dobravam-se numa mão os dedos correspondentes às unidades suplementares de 12 em relação a 10 (ou seja: $12 - 10 = 2$ dedos) e na outra tantos dedos quantas unidades suplementares há em 13 com relação a 10 (ou seja: $13 - 10 = 3$ dedos). Chegava-se ao resultado multiplicando, mentalmente, por 10 o número total de dedos dobrados - o que dava $(2+3) \times 10 = 50$; acrescentando-se o produto dos dedos dobrados ($2 \times 3 = 6$) e adicionando, enfim, este resultado parcial a 10×10 .

Desse modo, chegava-se a : $12 \times 13 = 10 \times (2+3) + (2 \times 3) + 100 = 156$.

Através de outras técnicas semelhantes, chegava-se até multiplicar todos os números compreendidos entre 15 e 20, entre 20 e 25, e assim por diante.

<p>MULTIPLICAÇÃO DIGITAL DOS NÚMEROS COMPREENDIDOS ENTRE 10 E 15 (deve-se saber de cor o quadrado de 10, 100)</p> <p><i>Exemplo:</i> 12×13 Dobrar: (12 - 10) dedos de uma mão e (13 - 10) dedos da outra. Resultado: 2 dedos dobrados numa mão e 3 na outra. Logo: $12 \times 13 = 10 \times (2 + 3) + (2 \times 3) + 10 \times 10 = 156$</p>	
<p>MULTIPLICAÇÃO DIGITAL DOS NÚMEROS COMPREENDIDOS ENTRE 15 E 20 (deve-se saber de cor o quadrado de 15, 225)</p> <p><i>Exemplo:</i> 18×16 Dobrar: (18 - 15) dedos de uma mão e (16 - 15) dedos da outra. Resultado: 3 dedos dobrados numa mão e 1 na outra. Logo: $18 \times 16 = 15 \times (3 + 1) + (3 \times 1) + 15 \times 15 = 288$</p>	

Na prática docente escolar, as operações aritméticas básicas são usadas também até certo estágio no desenvolvimento da criança como instrumento de apoio no processo de construção do próprio conceito abstrato do número. As crianças têm dificuldades em trabalhar com números de maior valor numérico e em se tratando das operações as dificuldades são maiores em relação à multiplicação e à divisão. Essas dificuldades, se voltarmos à história da matemática, percebemos que também existiram em maior grau, no entanto é importante que o professor seja capaz de envolver os alunos em várias situações didáticas necessárias e adequadas, colocando assim problemas que desafiem os seus saberes anteriores. Além das operações com os números naturais, os professores enfrentam também a dificuldade de se trabalhar com os números racionais, pois de acordo com Moreira e David:

Os conceitos associados aos números racionais estão entre as idéias mais complexas e importantes que as crianças encontraram ao longo dos primeiros anos de escolarização. A importância desses conceitos pode ser vista a partir de diferentes perspectivas: (a) do ponto de vista prático, a habilidade de lidar com esses conceitos aumenta enormemente a capacidade da criança de compreender e manejar uma série de situações dentro e fora da escola; (b) de uma perspectiva psicológica, os números racionais constituem um cenário rico para um contínuo desenvolvimento intelectual; (c) do ponto de vista da matemática, o entendimento dos números racionais provê os fundamentos sobre os quais as operações aritméticas elementares podem ser desenvolvidas. (1983, p.91-92).

Os autores ainda afirmam que o conceito de número racional está relacionado a uma série de subconjuntos e processos integrados e que “parecem ser implícitos numa variedade de problemas e são freqüentemente considerados ‘fáceis’, quando, de fato, muitos deles se

desenvolveram tardiamente na história da ciência e não são nada óbvios para aqueles que não os tenham já assimilado...” (1983 p.91-92).

É de difícil entendimento o conceito dos números racionais pela criança, pois estes não fazem parte da sua vida prática. Nós não compramos $\frac{1}{3}$ de pizza ou $\frac{1}{4}$ de um queijo. Além dos números racionais serem menos comuns no dia-a-dia, existe outro fator que dificulta a aprendizagem dos números fracionários pelos alunos: a falta de relação com os números naturais. O estudo destes deveria ser dado retomando os números naturais e suas propriedades. O professor deverá ajudar o aluno a entender a necessidade de ampliação para os inteiros e racionais, para que assim se dê a construção do conhecimento.

A criança quando esta começando a entender o conceito de número ela passa por uma série de processos, na prática docente escolar, no entanto, as operações aritméticas básicas são usadas também, até certo estágio do desenvolvimento da criança, como instrumento de apoio no processo de construção do próprio conceito abstrato de número. No caso da ampliação dos números naturais aos racionais positivos, o professor tem que levar em conta que a criança, até certa altura da sua vida escolar, apenas reconhece como números os inteiros positivos. Assim, a aquisição da noção abstrata de número racional esta associada a um longo processo de elaboração e reelaboração, e não é fácil para o aluno quando chega na 5ª série do Ensino Fundamental se deparar com os números fracionários. Assim, o professor terá que lidar com dificuldades de aprendizagem desse tema que, muitas vezes, acompanham o aluno até o final do Ensino fundamental. E para se ter um entendimento melhor sobre frações é necessário que o professor saiba trabalhar de forma contextualizada buscando a parti da história dos números uma melhor compreensão.

Trabalhar com a fração, não é uma tarefa fácil para o professor, nem o aprendizado para o aluno na 5ª série do Ensino fundamental. Na história da matemática as frações foram interpretadas pelos Egípcios como uma parte da unidade. Por isso, utilizavam apenas as frações unitárias, isto é, com numerador igual a 1, e para escrever essas frações colocavam um sinal oval alongado sobre o denominador e as outras frações só eram expressas através das somas de outras frações como por exemplo: $\frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$.

No sistema de numeração egípcia, os símbolos repetiam-se com muita frequência. Por isso, tanto os cálculos com números inteiros quanto aqueles que envolviam números fracionários eram muito complicados.

Assim como os egípcios, outros povos também criaram o seu próprio sistema de numeração. Porém, na hora de efetuar os cálculos, em qualquer um dos sistemas empregados, as pessoas sempre esbarravam em alguma dificuldade.

Com o desenvolvimento do cálculo e da aritmética, ficou claro que as frações se submetiam as mesmas regras que os inteiros e que eram, portanto, assimiláveis aos números (sendo um inteiro uma fração de denominador igual a 1).

Na 5ª série os alunos enfrentam as mesmas dificuldades, dos nossos ancestrais, em trabalhar com as frações. Os professores devem compreender que este processo de aprendizagem é lento, como mostra a história da matemática, e não pode se dar em um espaço pequeno de tempo, portanto, a criança deve ter seu tempo para a construção dos números racionais.

4. A CRIANÇA E O NÚMERO: considerações sobre o ensino a partir da história

O conceito humano de números é quase que certamente construído com base em nosso senso numérico inato, com uma propriedade de conjuntos de objetos físicos distintos. A capacidade de lidar com os números, de contar conjuntos e lidar com a aritmética repousa basicamente em três capacidades mentais: senso numérico, capacidade numérica e capacidade algorítmica. Cada ser humano tem um senso numérico natural, uma capacidade aritmética rudimentar; essa capacidade é percebida desde uns poucos dias de vida, sendo construído um modelo mental do mundo. Compreender como são construídas tais capacidades e encontrar caminhos para aperfeiçoá-las vêm sendo motivo de muitas pesquisas. Sobre a perplexidade que tais questões exercem sobre pesquisadores, afirma Keith Devlin (1947, p.62):

Além de senso numérico inato, que nos dá estimativas razoavelmente boas das grandezas de conjuntos, nós temos a contagem, que dá totais exatos. Temos também a aritmética, que dá respostas numéricas precisas para todo um elenco de questões. De onde vêm essas características únicas? Nós nascemos com essas faculdades ou são habilidades que adquirimos?

Os números são construídos pela criança em interação com seu ambiente; sua evolução psicogenética, sempre associada ao ambiente, sugere situações que necessitam do conceito de números.

De acordo com Piaget, para construir os números, a partir de sua ação sobre o meio, a criança necessita passar por quatro etapas: imitação, nomeação, seriação e inclusão de classes. Quando se pergunta a uma criança de dois ou três anos, quantos anos ela tem, ela responde mostrando os dedinhos: um, dois ou três. Ela não sabe o que é ano e nem o que são

dois, apenas repete o que os adultos lhe mostram; é uma fase de imitação, desse modo pode falar um, dois, três, etc... Nessa fase elas têm uma conservação numérica e talvez às perca entre os quatro e seis anos.

Com aproximadamente quatro anos, as crianças constroem o primeiro uso de números. Elas podem raciocinar logicamente sobre as motivações e expectativas de uma outra pessoa, começam a usar as palavras um, dois, três para dar nomes, para “etiquetar objetos”. Essas palavras não significam quantidades, mas sim o nome do objeto. Esse sistema é uso do cotidiano, inclusive para o adulto. Nessa etapa as crianças não possuem noção de ordem, contam pulando objetos ou contam duas vezes o objeto. Próximo aos cinco anos de idade, elas começam a desenvolver a capacidade de raciocinar, começam a contar “certo”, em ordem. Isso significa que a criança construiu um novo uso para os nomes um, dois e três; além de nomes, designam ordem 1º, 2º, 3º que é o sistema usado também pelos adultos.

Na história do surgimento dos números na matemática, semelhante ao que observamos nas crianças os homens, apesar de não terem os signos (representação numérica que conhecemos hoje), conseguiam definir quantidades até dois. Consequiam saber uma ou duas coisas; a partir de três, seriam muitas. É comum em crianças a partir de quatro anos não conseguir desenvolver a seqüência “correta”, para quantidades maiores que três. Sobre a compreensão numérica da criança, escreve Íris Goulart:

O fato de ter aprendido a contar verbalmente não significa o domínio do conceito de número. No período intuitivo, a avaliação numérica permanece ligada à disposição espacial dos elementos de um conjunto; basta alterar a distância entre os objetos para que criança considere que houve alteração do número deles. Só se poderá falar em números operatórios quando a criança tiver constituído a conservação dos conjuntos numéricos independentemente dos arranjos espaciais. (1983, p.35)

Se a criança estiver contando certo, em ordem, ela poderá seriar, no entanto, ainda não está representando quantidade. Piaget afirma que há dois momentos na seriação: um momento em que a criança não possui a conservação da quantidade, o que ocorre quando se tem a mesma quantidade de objetos, por exemplo, duas colunas com cinco unidades cada, mas arrumadas de modo que a primeira coluna fique com maior comprimento; perguntando a uma criança, ela diz que na primeira há mais “tampinhas” que na segunda coluna. O pesquisador suíço também considera o momento em que a criança possui a conservação da quantidade, dizendo que há mesma quantidade, só o comprimento está maior, ou seja, foi aumentado o comprimento mas a quantidade se conservou.

Para completar a idéia de número, a criança ainda falta construir uma noção: a inclusão de classe, que se observa a partir dos 6 anos. Até certa idade a criança não compara a parte com o todo, mas quando finalmente comparar, estará completando a noção de número. A criança que construiu os números terá mais facilidade com as quatro operações, apesar da complexidade e abstrações desse processo. É uma construção difícil e demorada, é um caminho que a criança percorre por si mesma no ambiente da sociedade. É preciso considerar que a noção de número é uma completa síntese entre seriação e inclusão de classes.

Na grande maioria das vezes os professores querem que esse processo se dê de forma rápida, esquecendo que a criança tem o seu tempo de construção de conhecimento e que no processo histórico o homem levou séculos para atingir um grau de entendimento da matemática. É claro que não podemos deixar de observar as diferenças da sociedade, razão pela qual a criança consegue atingir um grau de compreensão do nosso sistema de numeração em um tempo recorde, se comparada ao homem da pré-história.

As crianças vivem em um ambiente que coloca muitos problemas envolvendo a utilização dos números, por isso com escolas ou sem escolas, elas constroem seus números. Isso não significa que a pré-escola não possa fazer um reforço direcionado colocando problemas de contagem. Isso pode ser realizado sem cobranças, pois ajuda no desenvolvimento das crianças.

Os primeiros numerais que a criança constrói são os nomes: um, dois, três... imitando os adultos. Em contato com outras crianças, começa a utilizar palitinhos e pedrinhas, mais tarde usa risquinhos, bolinhas no papel ou no chão. Esses numerais são construídos à medida que se dá a construção dos números. Recorrendo ao mesmo itinerário de compreensão de toda a humanidade, vemos que nos tempos mais remotos os homens das cavernas também utilizaram riscos, pedras, ossos de animais para contar seus rebanhos, conforme se observa em uma publicação do INEP:

O homem primitivo estabelecia correspondência levantando um dedo para cada objeto. Entretanto surgiu um problema: levantar dedos permitia saber, no momento, a quantidade de objetos, mas não permitia guardar essa informação. Para superar esse problema, montes de pedras passaram a ser usados para se fazer correspondência entre elementos de um outro conjunto a ser contado. (INEP: Fundec, A4)

Os numerais falados são lidos; a criança, mesmo sem escola, constrói os seus próprios numerais dos dois tipos: os que são comuns no dia-a-dia, números de casa, placas de carro, que não representa quantidade e sim nomes e os que representam quantidades,

porque o ambiente coloca problemas que necessitam desses conhecimentos; constrói também o seu valor posicional nas contas a partir de sua história prévia. A tarefa da escola, então, é criar condições para que a criança construa um conhecimento maior e de melhor qualidade, ou seja, sistematizado e compreendido. A alfabetização matemática é justamente a sistematização do conhecimento prévio e isso deve ser feito com boa qualidade.

A pré-escola deve começar usando os símbolos construídos pelos alunos, deve resolver problemas com eles, estimular seus usos e deixar que apareçam suas limitações. Contar e usar símbolos numéricos são atributos que permitem dar o primeiro passo de um senso numérico inato para o vasto e poderoso mundo da matemática. O simples ato de contar nos informa, na realidade, o número de elementos de um conjunto.

Nessa perspectiva, pode-se fazer uma reflexão acerca do processo ensino-aprendizagem da matemática, de forma a elencar os diversos aspectos que concorrem para a formação desse quadro assinalado por distintas faces. Na quinta série do Ensino Fundamental, por sua vez, personificam-se como pilares fundamentais para a edificação e construção do saber matemático numa concepção significativa diferente de uma tendência em que a criança domine o jargão matemático para uma aprendizagem dos conceitos dentro das atividades de áreas, em um processo constante e contínuo.

Refletindo sobre o processo de ensino da matemática na quinta série do Ensino Fundamental, nota-se que este exerce a função indutora, promotora e norteadora na aquisição de conceitos matemáticos. Considerando e valorizando os conceitos já elaborados pelo senso comum e pelo pensamento lógico, Catarina Maria Vitti afirma:

O principal objetivo do ensino da matemática moderna nas primeiras séries é transmitir conhecimentos matemáticos básicos, possibilitando a compreensão da linguagem matemática e desenvolvendo o pensamento lógico. Espera-se que ela desenvolva o pensamento do aluno de tal forma que ele se torne capaz de abstrair, analisar e sintetizar. Através de situação de aprendizagem específica, a criança desenvolve habilidades de classificação, organização intelectual, ordenação e comparação. Outro objetivo é adquirir uma atitude e interesse com relação à matemática, percebendo que seu estudo é atraente. (1972, p.42-43)

Conceber o ensino da matemática através da sua situacional idade histórica é apresentar primordialmente alternativa para um ensino significativo e agradável, bem como analisar a dicotomia entre prática e teoria, conforme Catarina Maria Vitti:

Se o ensino e o desenvolvimento da matemática fossem inspirados em nossas necessidades e realidade e em nosso momento histórico, o ensino dessa disciplina se tornaria interessante. Os assuntos poderiam ser apresentados de uma maneira mais clara e significativa para o aluno, além do que proporcionaria motivações nas

aulas, tranquilidade na avaliação, e momento de prazer. Prazer em conhecer, por exemplo, como o homem chegou a um dado conhecimento; como esse conhecimento foi desenvolvido por um povo; se houve, na mesma época ou em épocas anteriores ou posteriores, outros povos que também chegaram a esse conhecimento; que problemas levaram o homem a criá-lo e assim por diante. (1999, p. 47-48)

A investigação da história da matemática, contudo, ao longo da sua evolução, deve refletir e estabelecer a importância de sua contribuição para a natureza humana no sentido de buscar melhorias necessárias para as diversas situações. Analisando-se essa relação (matemática e história), nota-se então uma tentativa de se trabalhar os aspectos formais e racionais do ensino da matemática na quinta série do Ensino Fundamental, haja vista que, se o ensino da matemática fosse fundamentado na concepção da matemática como conhecimento historicamente construído e que se reconstrói a cada instante, despertaria mais a atenção e interesse dos alunos, suscitando prazer naquilo que se está aprendendo.

Na escola básica o professor se depara com uma série de questões referentes ao conhecimento matemático sobre os números, existindo um distanciamento entre formação e prática.

Com o estudo dos números e seus componentes, percebe-se que a história dos números inclui idéias e perspectivas no ensino da matemática para a compreensão das quatro operações aritméticas elementares.

O estudo dos números na história da matemática ajuda a identificar a importância do desenvolvimento da criança e suas relações com os números, mostrando que o conceito de número começa a ser elaborado muito cedo, principalmente em atividades associadas à contagem e à ordenação de objetos, como nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números, com fortes associações a situações da vida cotidiana.

Os professores, na maioria das vezes, cometem o equívoco de excluir situações-problema no ensino da matemática por acreditarem que estes estejam ligados diretamente à leitura, mas não saber ler ou escrever não é sinônimo de incapacidade para ouvir e pensar, e há outros recursos que podem ser utilizados na busca pela solução de um problema proposto, como o desenho e a expressão pictórica.

Observamos que as crianças, de forma intuitiva, sem que nenhum professor ensine a resolver questões aritméticas, recorrem a seus dedos, podendo assim comparar com os nossos ancestrais, que de forma espontânea também recorriam aos seus dedos para contagem de seus animais, objetos, etc. Na sala de aula o professor muitas vezes reclama do aluno por este estar contando nos dedos, impedindo que ele desenvolva seu próprio raciocínio lógico e

natural, impondo ao aluno o estudo decorado e repetido de tabuadas. Ifrah (1998, p.50) ressalta que:

Dentre as técnicas corporais do número, o recurso aos dedos da mão desempenhou realmente um papel determinante. A humanidade inteira aprendeu a contar abstratamente até 5 nos dedos de uma mão; depois aprendeu a prolongar a série até 10 por simetria nos dedos da outra, até ser capaz de estender indefinidamente a sucessão regular dos números inteiros naturais. Existem, efetivamente, em diversas línguas traços indubitáveis desta origem antropomórfica da faculdade de contar.

Para o aprendizado das quatro operações aritméticas na quinta série do Ensino Fundamental, faz-se necessário o conhecimento prévio dos ciclos anteriores. Na grande maioria das vezes os alunos chegam a esse estágio sem o entendimento necessário para a compreensão do desenvolvimento das operações. Sugerimos, portanto, que o professor retome o conceito dos números naturais para melhor construção do entendimento dos números e suas operações.

Os alunos da quinta série do Ensino Fundamental ainda têm dificuldades da escrita em dígitos dos números naturais com números de maior valor constituído de unidade, dezena, centena e milhar. É como Dickson afirma:

...existem muitas facetas no processo de compreensão do sistema posicional de numeração. Evidências sugerem que algumas das idéias envolvidas não são de fácil domínio [...] Há indicações de que erros e idéias incorretas se desenvolvem tanto nas séries iniciais como nas seguintes e, de fato, o domínio desse assunto é incompleto até o fim do quarto ano da escola secundária. (1993, p.221)

Por isso o professor pode trabalhar de forma contextualizada, mostrando a formação posicional dos números naturais.

CONCLUSÃO

Como se pode observar, nosso principal objetivo foi fazer uma reflexão sobre o processo histórico dos números e a construção dos conceitos pelas crianças, buscando uma alternativa para o ensino-aprendizagem dos números na quinta série do Ensino Fundamental, a partir da história da matemática e do desenvolvimento do número pela criança. Acreditamos que é necessário discutir como isso é trabalhado nas escolas, como também é

fundamental propor alternativas no sentido de colaborar para o entendimento e a compreensão dos números naturais e suas operações.

A construção do conceito de número e o estudo das operações enfatizam diferentes aspectos e apoiam-se em distintos valores, conforme se adote a perspectiva da educação escolar. Vimos que, para o ensino escolar, é fundamental trabalhar com as operações; nesse sentido o conceito de número é uma construção em processo, processo esse que podemos comparar com os dos homens pré-históricos que o fizeram em milhares de anos.

O conhecimento construído historicamente facilita a compreensão dos números pela criança, pois ela está inserida em um meio social, o qual sempre traz os números presentes no cotidiano. Não se podem ignorar as contribuições de gerações passadas. Felizmente o homem tem valorizado as conquistas da humanidade e tem procurado ampliar o conhecimento, a tecnologia, o que propicia qualidade de vida melhor.

A escola deve colocar-se sempre nessa mesma perspectiva, oferecendo oportunidades para que o ser humano se desenvolva, não se acomode. Ela deve existir para que o indivíduo seja participativo, percebendo-se como ser constituído social e historicamente e não apenas como reprodutor de idéias.

Por isso este trabalho procurou mostrar a relação entre o processo utilizado pela criança com a história da matemática. Esperamos, assim, que nossas reflexões possam trazer uma contribuição para a prática docente, principalmente no que se refere às atitudes dos professores em relação ao trabalho com as operações, mostrando que os alunos devem construir o seu próprio conhecimento, pois é fundamental considerar o homem em sua totalidade: pensamentos, sentimentos, ações, necessidades, interação.

Para nós, a história da matemática tem muito a revelar, o que demanda outras pesquisas. Sabemos que o processo de investigação proporciona o saber em relação ao passado e orienta novos caminhos e, portanto, contribui para a melhoria do ensino-aprendizagem e para que o homem estabeleça fortes relações com o mundo e suas exigências.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARBEIRO, Heródoto. Et alli. **História**. Ed. Scipione. 2005

BERUTTI, Flávio. **História**. Ed. Saraiva. 2004.

BOYER, Carl B. **História da matemática**. 2º ed. SP. Edgard Blucher, 2003.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. *Matemática, uma breve história*. São Paulo: Livraria da Física, 2006.

DEVLIN, Keith J. **O gene da matemática**. Tradução de Sergio Moraes Rego. 2. ed. Rio de Janeiro: Recorde, 2005.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. 2º ed. UNICAMP, 2002.

STRUIK, **História concisa das matemáticas**. Gradiva. 1989.

GOULART, Íris Barbosa. *Piaget. Experiências básicas para utilização pelo professor*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2003.

IFRAH, Georges. **Os números: história de uma grande invenção**. Tradução Stella Maria de Freitas Senra, revisão técnica Antonio José Lopes de Oliveira. 9.ed. São Paulo: Globo, 1998.

MOREIRA, Plínio; e DAVID, Maria Manuela M.S. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

VITTI, Catarina Maria. **Matemática com prazer, a partir da história e da geometria**. 2. ed. Piracicaba, SP: Editora UNIMEP, 1999.