



UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA
DEPARTAMENTO DE EDUCAÇÃO – CAMPUS I
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO – MESTRADO PROFISSIONAL
GESTEC - GESTÃO E TECNOLOGIAS APLICADAS À EDUCAÇÃO

JUSSARA GOMES ARAÚJO CUNHA

**PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ESTUDO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO
1º GRAU: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E EMERGÊNCIA DE CONCEITOS**

SALVADOR-BA

2016

JUSSARA GOMES ARAÚJO CUNHA

**PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ESTUDO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO
1º GRAU: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E EMERGÊNCIA DE CONCEITOS**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação Gestão e Tecnologia Aplicada na Educação, modalidade profissional, da UNEB, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Túlio de Freitas Pinheiro

SALVADOR-BA

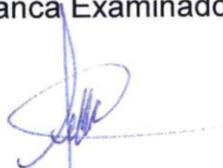
2016

FOLHA DE APROVAÇÃO


“PROPOSTA METODOLÓGICA PARA O ESTUDO DA FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU: APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA E EMERGÊNCIA DE CONCEITOS”

JUSSARA GOMES ARAÚJO CUNHA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Pós-Graduação (*Scripto Sensu*) Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação, Área de Concentração II – Processos Tecnológicos e Redes Sociais, em 12 de dezembro de 2016, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Gestão e Tecnologias Aplicadas à Educação, pela Universidade do Estado da Bahia, composta pela Banca Examinadora:



Prof. Dr. André Ricardo Magalhães
Universidade do Estado da Bahia - UNEB
Doutorado em Educação Matemática
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC



Prof. Dr. Marcus Túlio de Freitas Pinheiro
Universidade do Estado da Bahia - UNEB
Doutorado em Educação
Universidade Federal da Bahia – UFBA



Prof. Dr. Gilson Bispo de Jesus
Universidade Federal do Recôncavo da Bahia - UFRB
Doutorado em Educação Matemática
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC

Aos meus alunos, por terem sido os maiores responsáveis por eu ter chegado até aqui.

Foram eles que fizeram com que eu voltasse a acreditar na possibilidade de mudança. Com eles, brotou a esperança, a confiança, a vontade de lutar por uma educação de qualidade, por um ensino de matemática que os transformem em pessoas capazes de superar as dificuldades que, hoje, muitos sentem ao ingressar em uma faculdade e precisam trabalhar a matemática em um nível mais elevado, mais aprofundado.

AGRADECIMENTOS

A DEUS, sem ele, nada seria possível.

Aos meus filhos e esposo, pelo apoio incondicional.

Ao meu orientador, Professor Dr. Marcus Túlio, por ter acreditado em mim, pela confiança, pelas aulas, pela paciência e dedicação.

À Professora Dra. Kathia Marise, pelo carinho e atenção durante as reuniões de grupo.

À Professora Dra. Tânia Hetkowski, pelo exemplo de profissionalismo, pelo entusiasmo contagiante e dedicação durante as aulas.

Ao Professor Dr. Natanael Bomfim, pelos momentos que me proporcionou durante as aulas, conduzindo minhas ideias diante dos meus inúmeros questionamentos.

Ao Professor Dr. Gilson Bispo, pelas orientações valiosas.

Ao Professor Dr. André Magalhães, pelas contribuições durante a qualificação.

Aos meus colegas de mestrado, pelo apoio, companheirismo e bons momentos que passamos juntos.

À Professora Daniela Guedes pela colaboração durante a aplicação das atividades realizadas.

A toda comunidade do Colégio Estadual Deputado Manoel Novaes, pelo acolhimento.

Ao EMFoco, pelo incentivo.

[O orador] deve saber excitar propriamente as paixões e inspirar aquelas que são próprias para mover o homem. São paixões as que nos movem; e não coisa que não possa fazer um homem, se acaso se lhes excitou a paixão proporcionada. Nisto, pois, é que deve estudar o orador, inspirando aquelas que são necessárias para abraçar a verdade que propõem.

(Luís Antônio Verney)

RESUMO

A pesquisa teve como objetivo apresentar a construção e aplicação de uma proposta metodológica para o estudo da função polinomial do 1º grau. Uma “Metodologia” não tem um fim em si mesma, ela é construída para um determinado fim. Para que possa ser concretizada, foi elaborada uma sequência didática baseada na teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e na Metodologia de Emergência de Conceitos de Marcus Túlio Pinheiro. Identificar os conhecimentos prévios é determinante quando se trabalha com a teoria da Aprendizagem Significativa; para isso, utilizou-se a Metodologia de Emergência de Conceitos. Foi aplicada em uma escola pública, do Ensino Médio, em Salvador-Ba. A importância do estudo da função polinomial do 1º grau na prática da vida diária dos alunos e a possibilidade de minimizar os problemas gerados pela falta desse conhecimento no decorrer do Ensino Médio e nos cursos de graduação, explica a necessidade de construção de uma sequência didática com uma proposta que possibilite uma aprendizagem significativa. É necessário repensar o fazer pedagógico com o propósito de mudar e assim, construir e aplicar sequências didáticas para o professor tê-las como referência para uma prática de sala de aula com embasamento teórico que dê sustentação aos métodos aplicados. Estes devem atender a uma proposta baseada na resolução de problemas onde a investigação deverá estar sempre presente e o aluno é estimulado a conjecturar, experimentar, refletir e tirar suas próprias conclusões. Espera-se que esta proposta, concretizada através da sequência didática, seja a base para outros estudos com o propósito de dar significado às fórmulas, equações, regras e procedimentos realizados durante o estudo das funções.

Palavras-chave: Registro de Representação Semiótica, Mediação, Aprendizagem Significativa, Emergência de Conceitos.

ABSTRACT

The aim of the research was to present the construction and application of a methodological proposal for the study of the polynomial function of the first degree. A "Methodology" does not have an end in itself, it is built for a certain purpose. To accomplish this, a didactic sequence was elaborated based on David Ausubel's Significant Learning theory and the Conceptual Emergency Methodology of Marcus Túlio Pinheiro. Identifying the previous knowledge is decisive when working with the theory of Meaningful Learning; For that, the Methodology of Emergency of Concepts was used. It was applied in a public high school in Salvador-Ba. The importance of the study of the polynomial function of the first grade in the practice of daily life of the students and the possibility of minimizing the problems generated by the lack of this knowledge during high school and in undergraduate courses explains the need to construct a didactic sequence with A proposal that enables meaningful learning. It is necessary to rethink the pedagogical doing with the purpose of changing and thus, constructing and applying didactic sequences for the teacher to have them as reference for a classroom practice with a theoretical foundation that gives support to the applied methods. These should address a problem-solving proposal where research should always be present and the student is encouraged to conjecture, experiment, reflect, and draw their own conclusions. It is hoped that this proposal, materialized through the didactic sequence, will be the basis for other studies with the purpose of giving meaning to the formulas, equations, rules and procedures performed during the study of the functions.

Key words: Semiotic Representation Record, Mediation, Significant Learning, Emergence of Concepts.

LISTA DE FIGURAS

Figura1– Comentários sobre ambientes utilizados na época.....	16
Figura 2 – Registros das representações geométricas e algébricas.....	43
Figura 3 – O objeto e suas representações.....	50
Figura 4 – Exemplos de representações de um mesmo objeto.....	52
Figura 5 – Recorte sobre o processo de aprendizagem no cognitivo do sujeito.....	58
Figura 6 – Estrutura Cognitiva.....	59
Figura 7 – Determinando gráficos de funções.....	81
Figura 8 – Gráficos no computador.....	83
Figura 9 – Material entregue aos alunos durante a inscrição.....	91
Figura 10 – Alunos na sala do PIBID.....	93
Figura 11 – Os alunos trabalhando com localização e referências.....	97
Figura 12 – Acrescentando dados após terem escolhido um referencial.....	98
Figura 13 – Anotações dos alunos sobre conclusões tiradas no grupo.....	100
Figura 14 – Alunos assistindo ao filme.....	102
Figura 15 – Parte do relato da aluna (A).....	103
Figura 16 – Parte do relato do aluno (B).....	104
Figura 17 – Parte do relato do aluno (C).....	104
Figura 18 – Relações obtidas com o TROPES	105
Figura 19 – Representação por meio de esferas.....	106
Figura 20 – Termos que estão relacionados com a palavra linha.....	106
Figura 21 – Aula expositiva.....	108
Figura 22 – Informações sobre o GeoGebra.....	110
Figura 23 – Atividade.....	111
Figura 24 – Sistema resolvido por um dos grupos.....	118
Figura 25 – Construção dos segmentos de retas.....	122
Figura 26 – Encontrando a equação de uma reta.....	123
Figura 27 – Traçando retas.....	127
Figura 28 – Parte da descrição dos passos realizados.....	128
Figura 29 – Desenho da casa realizado pelo grupo GM.....	126
Figura 30 – Laboratório de informática da escola.....	127
Figura 31 – Desenho, utilizando conhecimento sobre Geometria.....	129

Figura 32 – Analisador semântico.....	130
Figura 33 – Posicionamento de retas no plano.....	131
Figura 34 – Localização de pontos no plano.....	132
Figura 35 – Pontos no plano e sua representação.....	135
Figura 36 – Print enviado por um aluno via WhatsApp.....	136
Figura 37 – Atividade da Etapa 3.....	137
Figura 38 – Pensando na possibilidade de partir de segmento.....	139
Figura 39 – Mensagem enviada por WhatsApp.....	139
Figura 40 – Aula Expositiva.....	140
Figura 41 – Atividade realizada em grupo.....	142
Figura 42 – Diálogo sobre atividades realizadas.....	144
Figura 43 – GM – Linhas e termos referenciados.....	145
Figura 44 – Ponto e termos referenciados.....	145
Figura 45 – Representação dos conceitos emergentes.....	146
Figura 46 – Desenho construído após realizarem a atividade da etapa 3.....	147
Figura 47 – Traçando retas para realizar a atividade.....	148
Figura 48 – Trabalho com o conjunto domínio.....	148
Figura 49 – Rede onde constam conexões entre as ideias existentes.....	149
Figura 50 – Rede onde constam novas conexões após a atividade.....	150

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AEC - Análise de Emergência de Conceitos

EMFoco - Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática

ENEM - Exame Nacional do Ensino Médio

GEPHI - Guia Básico de Interface

MEC – Metodologia de Emergência de Conceitos

PIBID - Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência

PNLD - Plano Nacional do Livro Didático

UCSaI - Universidade Católica do Salvador

UNEB - Universidade do Estado da Bahia

TCLE - Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

TIC - Tecnologia da Informação e Comunicação

TROPES - Text Analysis and Semantics

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
1.1 MINHA TRAJETÓRIA – MINHA MOTIVAÇÃO, MEUS QUESTIONAMENTOS.	14
1.2 A PESQUISA - CONSIDERAÇÕES.....	18
1.3 JUSTIFICATIVA.....	19
1.4 OBJETIVOS.....	21
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	22
2.1 O CONTEXTO DO ENSINO: EDUCAÇÃO E TRANSFORMAÇÕES SOCIAIS...	22
2.2 AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	29
2.3 A MATEMÁTICA, A ÁLGEBRA E A GEOMETRIA	34
2.4 REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA MATEMÁTICA.....	47
2.5 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA.....	54
2.6 METODOLOGIA DE EMERGÊNCIA DE CONCEITOS.....	62
2.7 AVALIAÇÃO PROCESSUAL INTERATIVA EM APRENDIZAGEM.....	66
2.8 SEQUÊNCIA DIDÁTICA INTERATIVA.....	70
3 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	73
3.1 OPÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA.....	74
3.2 LÓCUS DA PESQUISA – ESCOLA E COMUNIDADE.....	75
3.3 CONSIDERAÇÕES – O LIVRO DIDÁTICO UTILIZADO.....	77
3.4 PROPOSTA METODOLÓGICA – CONSTRUÇÃO.....	85
3.4.1 Desenvolvimento da Proposta Metodológica.....	89
4 ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	143
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	152
REFERÊNCIAS.....	155
APÊNDICES	
Atividade nº 1.....	157
Atividade nº 2.....	159
Atividade nº 3.....	160
Atividade nº 4.....	161

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho é fruto de minha trajetória como professora de Matemática da escola básica, vivência que contribuiu para o meu crescimento profissional, à medida que buscava mecanismos e conhecimentos que pudessem ajudar a superar as dificuldades encontradas durante o ensino e a aprendizagem de Matemática, com os alunos.

A sala de aula, a Matemática, a Álgebra e toda problemática social que nos envolve enquanto professores, no momento em que a formação do indivíduo é prioridade, move-nos no sentido de buscar, cada vez mais, o conhecimento necessário e imprescindível para superar dificuldades e dar sentido à nossa prática diária. Assim, estudar, aprender para aplicar, no sentido de superar, transforma-nos em professores “de fato”, pois, ser professor, é sentimento com ações voltadas para “o outro” durante o ato de ensinar, tornando-o capaz de seguir em frente.

Este olhar foi determinante no surgimento de uma nova relação com a própria docência. Surgiu, assim, a necessidade de compreender e construir uma proposta voltada para novas práticas escolares que possam favorecer que os alunos vivenciem atividades intelectuais que deem sentido e significado ao objeto de estudo.

A apresentação da pesquisa está estruturada em cinco tópicos:

O primeiro, INTRODUÇÃO, com os seguintes subitens: 1.1 MINHA TRAJETÓRIA – Minha motivação, meus questionamentos, que relata a minha trajetória profissional, com os questionamentos que foram a motivação para continuar estudando e chegar ao mestrado; 1.2 A PESQUISA, onde constam algumas considerações sobre a mesma; 1.3 JUSTIFICATIVA, no qual consta a justificativa e problema da pesquisa; 1.4 OBJETIVOS, que trata dos objetivos, geral e específicos deste estudo. Estes foram surgindo à medida que se procurava responder à questão norteadora, auxiliando o processo de investigação durante a pesquisa.

No segundo tópico, nomeado de REFERÊNCIAL TEÓRICO, consta uma síntese do estudo feito, fundamental à compreensão do contexto do ensino, além das teorias que embasaram a pesquisa, com os subitens: 2.1 O CONTEXTO DO ENSINO: Educação e Transformações Sociais, que discute a importância de construir uma proposta que atenda aos anseios da sociedade do século XXI, bem

como de conhecer o contexto do ensino para entender às transformações ocorridas ao longo dos anos. Além disso, analisa o significado de ensinar e aprender e o papel da escola no momento atual; 2.2 AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, que trata do estudo necessário à potencialização do uso das tecnologias digitais, com o foco em análises e reflexões, por meio de uma metodologia de resolução de problemas, onde o aluno observa, reflete, conjectura, experimenta e conclui ao longo de todo o processo; 2.3 A MATEMÁTICA, A ÁLGEBRA, A GEOMETRIA – Seu Ensino-Aprendizagem, com o objetivo de entender parte das dificuldades apresentadas nesse processo, bem como conhecer suas histórias para compreender a evolução, importância e aplicabilidade, elementos que ajudaram na reflexão sobre a forma como são apresentadas; 2.4 REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA MATEMÁTICA, que trata da importância dos registros das representações durante o estudo da Matemática e, especificamente, da Álgebra; 2.5 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA, que oferece a base teórica para o estudo, construção e aplicação da sequência didática utilizada no desenvolvimento da pesquisa; 2.6 METODOLOGIA DE EMERGÊNCIA DE CONCEITOS, utilizada para identificar conceitos emergentes durante a análise cognitiva, realizada no início do processo de construção de conhecimento sobre função polinomial do 1º grau e após a aplicação da sequência didática; 2.7 AVALIAÇÃO PROCESSUAL INTERATIVA EM APRENDIZAGEM, baseada na construção colaborativa e participativa; 2.8 SEQUÊNCIA DIDÁTICA INTERATIVA, que traz a concepção de uma construção interativa.

No terceiro tópico, denominado DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA, consta a forma como foi pensado o estudo, apresentando os seguintes subitens: 3.1 OPÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA, refere-se à natureza do trabalho; 3.2 LÓCUS DA PESQUISA – Escola e Comunidade, realidade dos envolvidos na proposta; 3.3 CONSIDERAÇÕES – O livro didático utilizado, referência - básica para a prática do professor; 3.4 PROPOSTA METODOLÓGICA – Construção, que trata da metodologia utilizada na construção da proposta; 3.4.1 DESENVOLVIMENTO DA PROPOSTA METODOLÓGICA, a qual discute como foi realizada a pesquisa e descreve as suas fases.

O quarto, nomeado de ANÁLISE DOS RESULTADOS, obtidos após a aplicação das atividades com base na teoria da Aprendizagem Significativa e na Metodologia de Emergência de Conceitos.

O quinto tópico, CONSIDERAÇÕES FINAIS, que apresenta as ponderações e comentários sobre os resultados após os processos desenvolvidos durante a pesquisa.

1.1 MINHA TRAJETÓRIA – MINHA MOTIVAÇÃO, MEUS QUESTIONAMENTOS

Meu desejo de mudança em relação ao trabalho decorreu em razão da percepção de características muito tradicionais em minha prática em sala de aula, no momento em que novos conhecimentos vêm sendo requeridos em decorrência das transformações ocorridas no mundo, fruto da rápida evolução das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Tal constatação gerou em mim, professora de Matemática, muitos conflitos, levando-me a buscar novas formas de ensino.

Em 2002, procurando encontrar mecanismos que envolvessem e despertassem o interesse dos alunos nas aulas, resolvi cursar uma especialização em Novas Tecnologias em Educação, o que desenvolveu meu senso crítico em relação ao papel do professor quando retornei à sala de aula, agora aluna, passados muitos anos como docente. Um dos primeiros trabalhos realizados neste curso foi uma resenha do livro “Pedagogia da Autonomia”, de Paulo Freire. Essa leitura acabou por provocar em mim um olhar crítico, trazendo reflexões sobre o papel do professor e da escola na atualidade; a formação inicial dos licenciados para atuar neste novo contexto; o papel da universidade; além dos programas de formação continuada para professores. Estas inquietações, reflexões, provocaram mudanças significativas na minha prática docente, a partir do momento em que comecei a buscar respostas para meus questionamentos sobre o papel do professor, do aluno e da escola, no momento atual. Como aluna, refletia sobre o “ser professora” e, como professora, pensava em uma prática voltada às necessidades dos alunos.

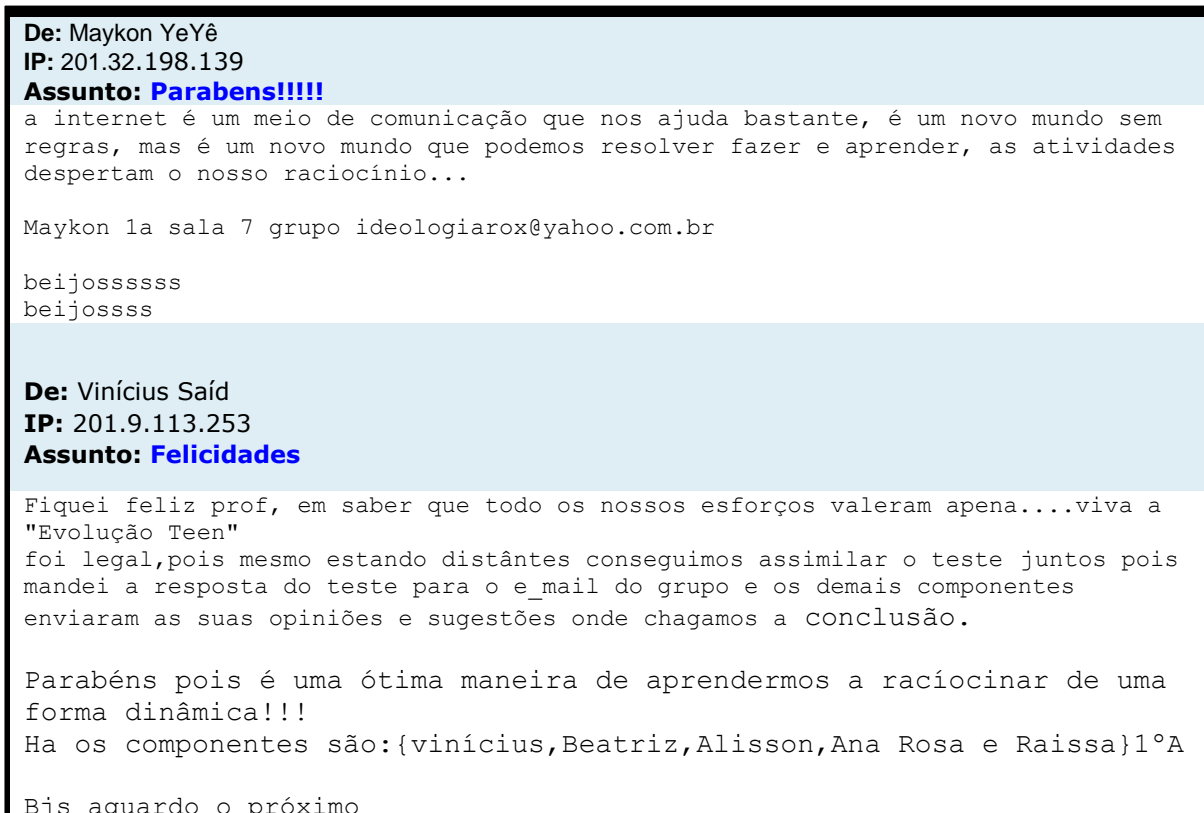
[...] quem forma se forma e re-forma ao formar e quem é formado forma-se e forma ao ser formado. É neste sentido que ensinar não é transferir conhecimentos, conteúdos nem formar é ação pela qual um sujeito criador dá forma, estilo ou alma a um corpo indeciso e acomodado [...]. (FREIRE, 2004, p. 23).

De acordo com Freire (2004), quando ensinamos, aprendemos e nos modificamos durante o ato de ensinar. Ensinar não é transmitir conhecimento, mas criar possibilidades para que este conhecimento seja construído pelo sujeito em formação, inserido no contexto social ao qual ele faz parte.

Em momentos de reflexão, exercendo os papéis de professora e aluna, em grande parte do tempo, quando o objetivo maior era buscar respostas para meus questionamentos, objetivando o aprendizado com vistas à modificação de mim mesma e à contribuição à transformação das pessoas, a passividade dos alunos começou a me incomodar cada vez mais, impulsionando-me, assim, a buscar mudanças nesse sentido. Para isso, parti em busca de respostas nos cursos de formação continuada, revistas e livros voltados para formação e práticas docentes; além de participar de diversos encontros, palestras e congressos nas áreas de Educação e Educação Matemática.

Segundo Saviani (2014), a educação e o meio social não poderão estar divorciados – é o meio social na qual ela está inserida que irá determinar seus rumos, suas propostas, suas ações. Como permanecer com as mesmas práticas de quando estudei, quando era aluna, enquanto estava na universidade? Estava vivendo um conflito diante da contradição entre minha formação e a realidade social da época. Durante os cursos de formação continuada, pude entender e experimentar novas formas de trabalhar para atingir os objetivos educacionais pretendidos. O aluno constrói seu próprio conhecimento e o professor passa a ser o mediador do processo. Aprendi que o aluno não deve aceitar passivamente o que é transmitido. A convivência com as TIC começou a me encantar no momento em que percebi que podemos sempre interferir, modificar, produzir e compartilhar. Comecei, então, a mudar minha prática. A minha paixão pela Matemática, pela sala de aula, pelo ensino da Matemática, ressurgia à medida que meus alunos se envolviam e me demandavam por estarem interessados em novas descobertas. A cada aula isto ficava mais claro, pelo entusiasmo que demonstravam, conforme se pode constatar na Figura 1, onde constam comentários sobre atividades realizadas à época.

Figura 1 - Comentários sobre ambientes utilizados na época



Fonte: Arquivo da professora (P)¹.

Diante de tantos questionamentos acerca do meu papel de professora, permanecia somente uma certeza: continuar meus estudos seria a única maneira de encontrar respostas para minhas perguntas e inquietações. Matriculei-me no curso de Especialização em Educação Matemática na Universidade Católica do Salvador (UCSal) e este curso me deu subsídios importantíssimos para a minha formação. Tive, ali, o privilégio de estar com professores que, na sua grande maioria, se apresentaram como provocadores de diálogos, articulando múltiplas ideias e informações. Durante o curso, conheci professores que faziam parte de um grupo colaborativo de estudos e pesquisa na área de Educação Matemática, grupo EMFoco, e, após frequentar algumas reuniões do grupo, fui convidada a fazer parte dele. Os estudos realizados durante as reuniões sobre as várias tendências da Educação Matemática e a participação em cursos de formação continuada, congressos e encontros, resultaram em novas mudanças relacionadas a minha prática, a minha postura como professora, ao meu sentimento com o “ser professora

¹A autora da pesquisa, durante o processo de análise dos dados obtidos, denominou-se professora (P), sendo assim referenciada no que diz respeito às figuras apresentadas ao longo do trabalho, quando estas fizerem parte do seu arquivo pessoal.

de Matemática” e a minha relação com o meu trabalho. Fazer parte do EMFoco foi determinante para que eu criasse o hábito de refletir e escrever sobre minha prática docente. A partir de então, passei a participar de congressos, encontros, discussões, não mais como ouvinte, mas apresentando trabalhos e interagindo ativamente nos grupos de estudo voltados para o ensino e Aprendizagem da Matemática. Este foi um momento muito importante para minha vida profissional. Cada evento do qual participava, percebia, cada vez mais, que somos sempre capazes de evoluir e, conseqüentemente, agregar conhecimento. Fazer parte de um grupo de estudos e pesquisa, é determinante para a construção do conhecimento sobre o objeto a ser estudado.

[...] relevante na constituição de grupos colaborativos é, a nosso ver, a percepção da participação no grupo como fonte de aprendizagem. Ou seja, o grupo torna-se o contexto no qual são criadas oportunidades para o professor explorar e questionar seus próprios saberes e práticas, bem como para conhecer saberes e práticas de outros professores, permitindo-lhes aprender por meio do desafio das próprias convicções. (NACARATO, 2008, p. 152).

Participando ativamente do grupo EMFoco, senti a necessidade de estudar conteúdos de Matemática em um nível mais avançado para melhor aplicar esses novos conhecimentos na elaboração de propostas para a minha prática diária em sala de aula. É de fundamental importância ter uma visão mais aprofundada do objeto em estudo para articular ideias com foco na aplicabilidade de conceitos e novas tecnologias, no entendimento e nas respostas aos questionamentos que vão surgindo ao longo de todo o processo “ensino-aprendizagem”. Hoje percebo a diferença entre o olhar, a postura e o aproveitamento de um aluno que reflete, questiona e tem autonomia em contraponto àquele que não tem este perfil e se torna um ouvinte passivo, simplesmente reproduzindo o que lhe é apresentado. Somos criadores e não simples criaturas. Como seres transformadores, pesquisar é uma forma de transgredir para avançar e conquistar o tão sonhado objetivo.

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses que-fazerem se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo educo e me educo. Pesquiso para conhecer o que ainda não conheço e comunicar [...]. (FREIRE, 2004, p. 29).

Atualmente, vislumbro a possibilidade de fazer da sala de aula um lugar privilegiado, onde devo colocar o “faça você mesmo” para a construção do conhecimento. Sinto a necessidade de entender os processos de mudanças que a

escola e as práticas pedagógicas vêm sofrendo e, conseqüentemente, o ensino e a Aprendizagem de Matemática, para ser capaz de atuar neste novo contexto.

A formação dos professores e das professoras devia insistir na constituição deste saber necessário e que me faz certo desta coisa óbvia, que é a importância inegável que tem sobre nós o contorno ecológico, social e econômico em que vivemos. E ao saber teórico desta influência teríamos que juntar o saber teórico-prático da realidade concreta em que os professores trabalham [...]. (FREIRE, 2004, p. 137).

Para isso, busquei resgatar um pouco da história da educação, da Educação Matemática, do ensino de Matemática e, principalmente, da Álgebra, procurando compreender qual o seu objetivo atualmente, além de entender a sua evolução, dificuldades e possibilidades ao longo desses anos. Compreender, vislumbrando a obtenção das condições para pensar em novas propostas de trabalho, metodologias, construção e aplicação de sequências didáticas que atendam as reais necessidades do mundo atual, com bases teóricas que conduzam o processo, alcançando os objetivos pelas quais foram criadas.

1.2 A PESQUISA – CONSIDERAÇÕES

Analisando o contexto educacional atual, é possível perceber que mudanças são necessárias quanto a novas metodologias e práticas educativas no ambiente de sala de aula. Isso se explica quando é pensada uma sala de aula tradicional, realidade ainda presente na grande maioria das escolas atuais, com um ritmo monótono e repetitivo, em que o aluno se mantém por muito tempo estático, olhando o quadro, ouvindo, copiando, fazendo exercícios e provas.

[...] novo profissional do ensino não é mais somente aquele que informa, pois tal função agora, é feita com rapidez e certa exatidão por meio do computador. Se a base da prática didática não é mais a mera informação, qual a verdadeira função dos docentes hodiernos? O computador dá a informação, mas é o professor que faz a mediação, oferece sentido aos conteúdos [...]. (LIRA, 2016, p. 98).

É necessário repensar o fazer pedagógico com o uso de metodologias que proporcionem mudanças que atendam às necessidades atuais. Assim, sequências didáticas, construídas e aplicadas com o propósito de mudança, poderão ser referências para uma prática em sala de aula, com embasamento teórico que dê sustentação às propostas que serão pensadas e realizadas ao longo do processo de construção do conhecimento.

Este trabalho teve como suporte teórico para a construção e aplicação das atividades propostas a teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e a Metodologia de Emergência de Conceitos de Marcus Túlio Pinheiro. O objeto do estudo é a Aprendizagem da Função Polinomial do 1º grau, considerando o contexto atual do ensino com a presença das TIC, o significado do “aprender e ensinar” contemporâneo, as dificuldades que envolvem o ensino e aprendizagem de Matemática, da Álgebra especificamente, e a necessidade dos registros de representação semióticas durante o seu estudo. Para a Avaliação da Aprendizagem, foi utilizada a concepção de Cipriano Carlos Luckesi.

De acordo com a teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, é importante buscar formas de identificar conceitos já bem estruturados, que possam servir como elementos que farão as conexões e interligações para gerar uma (re)organização de ideias e pensamentos, e, conseqüentemente, uma aprendizagem “não mecânica”. Assim, a teoria da Aprendizagem Significativa e a Metodologia da Emergência de Conceitos, (PINHEIRO, 2012), poderão contribuir para a construção de uma metodologia com o propósito de conduzir o estudo das funções de maneira que ele não se resume a um decorar de fórmulas e procedimentos para serem aplicados, seguindo modelos pré-determinados.

Considerando que a avaliação deva ocorrer durante todo o processo, ela está prevista na sequência didática construída para realização do estudo e, durante a sua construção, foram considerados os conceitos emergentes, identificados por meio da Metodologia de Emergência de Conceitos.

1.3 JUSTIFICATIVA

Na Matemática, e especificamente durante o ensino básico, a forma como se dá o estudo da função polinomial do 1º grau tem sido muito discutida. Nos fóruns de licenciatura, o estudo das funções, de uma maneira geral, é ponto de destaque em decorrência dos inúmeros problemas que são encontrados, impedindo que os alunos obtenham um bom desenvolvimento nas matérias de cálculo. Nas graduações nas áreas de ciências exatas, os conhecimentos obtidos nas disciplinas de cálculo são muito exigidos por se tratar de conteúdos que são pré-requisitos para outras matérias; além do fato de terem muitas aplicações em outras várias áreas do

conhecimento. Esta importância traz muitas preocupações, principalmente pelo fato do elevado índice de reprovação.

[...] Cálculo Diferencial e Integral tem se constituído como Portal da Ciência e, como tal, parece autorizado a cobrar um alto pedágio dos envolvidos em seus processos de ensino e de aprendizagem. Desse modo, cobra dos estudantes com a moeda dos altos índices de reprovação, cobra dos professores com a moeda da frustração pelo fracasso em seu ensino. (BORBA; CHIARI, 2013, p. 142).

Algumas discussões giram em torno dos motivos que são apontados para estes resultados. Entre eles, a falta de conhecimentos básicos, que deveriam ter sido adquiridos pelos alunos durante a educação básica, levando à reflexão sobre as novas propostas de ensino com a renovação da prática docente. Entretanto, nota-se que o ensino da Matemática está voltado, quase unicamente, à transmissão de conhecimentos com exposição e acúmulos de fórmulas, algoritmos, aplicações de regras; não para a sua construção.

[...] modernamente os conceitos centrais do Cálculo estão assentados sobre alguns pilares conceituais centrais da Matemática, tais como o próprio conceito de função – cuja compreensão já é suficientemente problemática para os neófitos –, não é difícil constatar a dificuldade de se propor uma lista de fatores específicos e objetivos como determinantes deste quadro geral de fracasso. (BORBA; CHIARI, 2013, p. 143).

A importância dos conceitos e conteúdos estudados sobre funções explica a necessidade de uma metodologia para a construção e aplicação de sequências didáticas, que possibilite uma Aprendizagem Significativa. Logo, deve-se buscar conexões com conceitos bem estruturados, para que, a partir deles, possa ser conduzido o processo de aprendizagem.

Em pesquisas realizadas fora do Brasil, principalmente nos Estados Unidos e Inglaterra, é afirmado que, dentre os tópicos estudados, a Álgebra é o que apresenta maior índice de obstáculo durante o processo de aprendizagem, sendo que esta constatação também é válida para a realidade brasileira. (KIKUCHI, 2012).

Assim, as dificuldades encontradas pelos estudantes durante o estudo da Álgebra, especificamente função do 1º grau, a importância desse estudo para a prática da vida diária dos alunos e a possibilidade de minimizar os problemas gerados pela falta desse conhecimento no decorrer do Ensino Médio e nos cursos de graduação foram os motivos que levaram à realização dessa pesquisa. O desafio foi buscar opções que venham contribuir com superação dessas dificuldades.

Diante desses problemas, surge a seguinte questão: Como elaborar uma proposta metodológica para construção e aplicação de uma sequência didática interativa para o estudo da função polinomial do 1º grau, com base na teoria da Aprendizagem Significativa e na Metodologia de Emergência de Conceitos?

A Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012) irá identificar conceitos emergentes que poderão, se bem estruturados, ser identificados como conhecimentos prévios, tão importantes para o processo de construção do conhecimento com base na Aprendizagem Significativa de David Ausubel.

Espera-se que esta metodologia seja a base para a elaboração e aplicação de sequências didáticas, com o propósito de tornar a Aprendizagem Significativa, atendendo as exigências e expectativas da sociedade contemporânea.

1.4 OBJETIVOS

O objetivo geral:

- ✓ Elaborar uma proposta para construir e aplicar uma sequência didática interativa, com o propósito de se obter uma Aprendizagem Significativa durante o estudo da função polinomial do 1º grau, e analisar o estudo, com base na Metodologia da Emergência de Conceitos, utilizando a concepção de avaliação processual interativa.

Objetivos específicos:

- ✓ Compreender o contexto do ensino para construir uma proposta metodológica;
- ✓ Construir uma sequência didática interativa para o estudo das funções polinomiais do 1º grau;
- ✓ Aplicar a sequência didática, construída com base na teoria da Aprendizagem Significativa;
- ✓ Utilizar a Metodologia de Emergência de Conceitos para elaboração de organizadores prévios;
- ✓ Elaborar uma avaliação para dar continuidade ao processo de construção do conhecimento sobre função, com base na análise de emergência de conceitos.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

É necessário compreender o contexto no qual atuamos para que possamos viabilizar propostas que atendam aos objetivos educacionais, principalmente quando se almeja mudanças.

O objetivo dessa pesquisa é a elaboração de uma proposta metodológica para a construção e aplicação de uma sequência didática, com o propósito de se obter uma Aprendizagem Significativa no estudo da função polinomial do 1º grau. Diante do exposto, torna-se necessário o entendimento das bases teóricas utilizadas na construção do trabalho.

A metodologia utilizada para construção e aplicação da sequência didática tem o objetivo de minimizar a maioria dos problemas que envolvem o estudo da função polinomial do 1º grau, podendo ser referência para outros estudos.

2.1 O CONTEXTO DO ENSINO: EDUCAÇÃO E TRANSFORMAÇÕES SOCIAIS

Quando se tem como objetivo a modificação da prática docente, torna-se necessária a compreensão do contexto do ensino e sua trajetória para que se possa construir e aplicar uma proposta metodológica específica, que requeira mudanças e que possibilite uma Aprendizagem Significativa. É essencial atender aos propósitos de uma educação voltada para a realidade atual – o que não ocorre sem o resgate da história e da compreensão de como ocorreram as transformações sociais refletidas na educação.

As mudanças são necessárias, mas elas deverão ocorrer com cautela, pois fazem parte de um processo, reflexo da situação econômica e social do país, além de exigir preparação de todos os envolvidos. Conhecer, refletir e analisar a função e os objetivos da escola, quando ela foi criada, qual o seu papel, porque e como ocorreram as mudanças na educação ao longo do tempo, são questões imprescindíveis, que devem ser consideradas quando se pretende elaborar propostas com modificações para serem efetivamente colocadas em prática, obtendo, assim, resultados para os quais foram criadas.

Vivemos num mundo do espetáculo e da moda, particularmente no campo da educação. A “novidade” tende a ser vista como um elemento intrinsecamente positivo. Há uma inflação de métodos, técnicas, reformas, tecnologias. Mas do que nunca é preciso estarmos avisados em relação a estas “novidades”, evitando o frenesi da mudança que serve, regra geral,

para que tudo continue na mesma. A história da educação é um dos meios mais eficazes para cultivar um saudável ceticismo, que evita a “agitação” e promove a “consciência crítica”. Não estou falando de uma história cronológica, fechada no passado. Estou a falar de uma história que nasce nos problemas do presente e que sugere pontos de vista ancorados num estudo rigoroso do passado. (STEPHANOU; BASTOS, 2005, p. 10).

Atualmente, vivemos imersos em um mundo em transformação, gerando conflitos envolvendo métodos e técnicas de um passado cada vez mais recente. Assim, a escola e todos os elementos que fazem parte desse mundo precisam acompanhar e fazer parte dessa mudança. A escola é constituída por pessoas e normas que regem a instituição, onde se espera que tenha uma proposta que atenda aos anseios da comunidade da qual faz parte. O mundo mudou e vem mudando radicalmente de forma acelerada a cada dia, por isso, é preciso que as instituições escolares acompanhem esta mudança. Como? Introduzindo recursos tecnológicos? Solicitando, ou até mesmo exigindo, que os professores utilizem recursos oferecidos pelo mundo informatizado em suas aulas? Isto determina mudança dentro de uma proposta educacional para os dias atuais? Mudando os meios, simplesmente? E as formas? O que é necessário mudar inicialmente para que as transformações aconteçam na escola, de fato? O que precisa ser conservado?

[...] a aceitação do novo que não pode ser negado ou acolhido só porque é novo, assim como o critério de recusa ao velho não é apenas o cronológico. O velho que preserva sua validade ou que encarna uma tradição ou marca uma presença no tempo continua novo [...]. (FREIRE, 2004, p. 35).

O passado, certamente, poderá nos trazer dados importantes para uma proposta que tenha como foco a realidade atual, suas necessidades, seus anseios, e expectativas, sem abandonar sua essência. Sabe-se que “[...] a educação no Brasil começou com os jesuítas e trouxe marcas que ainda se fazem presentes na nossa formação.” (SAVIANI, 2014, p. 7).

Segundo Saviani (2003), após a expulsão dos jesuítas pelo Marquês de Pombal, em 1759, surge um novo momento na educação brasileira. Foram instituídas as reformas pombalinas com base em ideias laicas, apoiadas pelo iluminismo². Este movimento provocou uma revolução intelectual de grande importância para a humanidade. Como era de se esperar, isso ocasionou alterações

²Movimento cultural que surgiu durante o século XVIII na Europa, muito importante na formação política do Brasil, onde várias transformações ocorreram em relação à maneira de se entender o mundo, de forma diferente dos ideais defendidos pela igreja católica.

significativas na área educacional. Percebe-se aí uma relação direta entre a realidade social e a escola. Os anseios, propósitos e objetivos pelos quais uma sociedade aspira, busca e defende se refletem na forma como a educação se move por meio da instituição “escola”.

Com o desenvolvimento do capitalismo, a escola tradicional começa a ser criticada e suas ideias contrapostas por um novo pensamento pedagógico, surgindo assim a escola nova. Essa pedagogia trata das diferenças individuais, onde os homens são essencialmente diferentes, não se repetem, pois, cada indivíduo é único. Segundo Saviani (2003), para a escola nova o importante não é aprender, mas aprender a aprender. Estamos em pleno século XXI, no ano de 2016 e continuamos com este propósito, o de ter como foco o aluno. Oitenta e dois anos se passaram e, até o momento, não atingimos o objetivo de formar pessoas que se tornem autônomas e percebam que o importante é aprender a aprender.

Em 1960 ressurgem os interesses tecnicistas, decorrentes da Ditadura Militar. Neste momento, houve um retrocesso em relação à formação de pessoas autônomas, críticas, reflexivas, comprometendo o processo do “aprender a aprender” – base para formação do cidadão, que tem consciência de suas potencialidades e capacidade de transformação da realidade da qual faz parte.

A pedagogia Tecnicista parte dos princípios da Teoria Geral da Administração e tem como principal teórico Frederick Taylor, que defende a racionalização do processo produtivo por meio da organização do trabalho. De acordo com os princípios básicos do taylorismo, é necessário reduzir o saber operário complexo. O trabalhador recebe instruções de como realizar a tarefa e todo o trabalho intelectual deve ser centralizado em um departamento de planejamento. O trabalho de concepção e de execução são totalmente apartados. Neste caso, é possível observar que ele separa a decisão da execução, onde o trabalho é totalmente fragmentado, feito por partes, sem necessidade de uma boa qualificação dos executores. Nesse processo de produção, o conteúdo trabalhado é empobrecido. Então, entender a pedagogia tecnicista neste contexto, no momento em que ela foi criada, e seu objetivo, irá trazer uma melhor compreensão do significado de ensinar e aprender nos dias atuais. As práticas pedagógicas dessa época, que sobrevivem até hoje, estão inadequadas e não atendem aos objetivos pretendidos por uma sociedade em pleno século XXI.

Segundo Rago; Moreira (2003), o sistema defendido e aplicado por Taylor resulta em indivíduos submissos, reprodutivos e dóceis, com o propósito de obter operário padrão, onde atitudes, hábitos e comportamentos são controlados, gerando uma preocupação em relação ao “como formar cidadãos conscientes”. Este contexto histórico do sistema Taylor gerou um tipo de disciplina na qual não se questionava, nada se perguntava, resultando pessoas não reflexivas e que colaboravam com o mundo do trabalho, sem contestação. Essas mudanças no sistema educacional foram geradas em decorrência das grandes transformações sociais e econômicas, inerentes àquela época.

Atualmente, a situação mudou completamente em relação aos objetivos, mas as práticas quase que permanecem as mesmas. O que se espera atualmente? Espera-se formar pessoas conscientes, com capacidade crítica e criativa. Contudo, com uma metodologia que não leve o aluno à reflexão, ao questionamento, à descoberta e à busca de respostas para seus questionamentos, alcançaremos os objetivos propostos pela educação, na atualidade?

O discurso taylorista foi construído e se perpetuou até hoje, no que se refere ao avanço técnico, à divisão do trabalho e à racionalidade. Neste contexto, o professor e o aluno se tornam simples executores de um processo, onde a concepção, o planejamento, a coordenação e o controle ficam a cargo de especialistas supostamente habilitados, neutros e imparciais. O processo educativo deveria ser objetivo e operacional. Desta forma, o indivíduo não seria formado, mas sim treinado.

Se o educando é um ser social, histórico e cultural, como trabalhar a sua formação não integrada a este contexto? Como formar cidadãos críticos e reflexivos?

Em sentido amplo, a educação compreende os processos formativos que ocorrem no meio social e o envolvimento dos indivíduos neste processo é inevitável e necessário pelo simples fato de existirem socialmente. Dessa forma ele se torna um produto, consequência de um contexto histórico, social, mas incapaz de fazer sua própria história, de forma ativa. Nessa época surge o Projeto Pedagógico de Paulo Freire, que vem ao encontro da superação das teorias existentes. Ainda, vem Libâneo, que trata a educação como uma atividade em que professores e alunos são mediatizados pela realidade que os cerca; Saviani, com a teoria da Pedagogia

Histórico-Crítica, que surge em um contexto de abertura política, com o compromisso de transformação social.

No início da década de 1980, surge no Brasil a necessidade da formulação de uma proposta pedagógica que ultrapasse as teorias não-críticas e as teorias críticas (re)produtivistas. Pode-se perceber que a formação crítica na sociedade atual surgiu com a Pedagogia Histórico-Crítica, que tem Dermeval Saviani como principal representante. Ele vincula o teórico e prático, resultando um pensamento crítico; assim, a educação não é um fenômeno isolado e independente, mas situado no contexto de uma relação entre as questões sociais e ações sobre elas.

Segundo Gasparin (2002), em sua obra “Uma didática para a pedagogia histórico-crítica”, esta corrente pedagógica defende uma prática baseada em cinco momentos articulados, que são: prática social inicial do conteúdo, onde este é apresentado para o aluno de maneira que ele faça alguma relação com sua vida e assim o professor tenha condições de considerar a realidade e interesses deles mesmos; problematização, que pode ser considerado um desafio para que o educando se torne um sujeito ativo no processo e busque o conhecimento; instrumentalização, que é o momento em que o professor, como mediador do processo, apresenta de forma sistematizada os conteúdos e cria condições para que o aluno compreenda o conteúdo científico; no quarto momento o aluno tem uma visão mais aprofundada e é capaz de reformular seu pensamento em relação ao tema e, por último, no quinto momento, o educando se torna capaz de utilizar os conteúdos aprendidos e busca ações que possam ser utilizadas. É o momento de compreensão, posicionamento, ações conscientes, que tem como ponto de partida o nível de desenvolvimento do aluno no momento inicial para chegar a um novo nível de desenvolvimento atual. No momento inicial, trazendo suas vivências, sua cultura; após o processo, dando outro significado ao seu mundo, com o olhar ampliado.

[...] os estudantes constroem uma rede de ideias sobre as coisas da natureza e da cultura, de modo a representar seu olhar sobre si e sobre o mundo e, assim, poder sempre ver e rever todos os elementos do seu entorno, na expectativa de adquirir capacidade para construir um conhecimento mergulhado nas raízes de si mesmo. (D'AMBRÓSIO, 2011, p. 13).

A educação se dá em um contexto de uma relação dinâmica com fenômenos sociais e ações humanas. É através dela que as transformações sociais ocorrem como consequências dos conhecimentos gerados nesse processo. O conhecimento do indivíduo é entrópico, permanece em uma desordem crescente, assim, o homem

se modifica e modifica o ambiente do qual faz parte. Como o homem é um ser social por natureza, o conhecimento coletivo no processo de compartilhamento e aceitação tende a se ordenar e, neste momento, gera conflito entre o seu caráter entrópico, do conhecimento de cada indivíduo, e a ordem imposta pela coletividade. Este é um processo contínuo e crescente que deve ter como consequência o compartilhamento de experiências, de forma desejável e aceitável, levando todos a um convívio harmônico para o bem social.

[...] o homem é um ser essencialmente histórico, cuja estrutura se expressa na unidade dialética de três elementos que se negam e se afirmam reciprocamente: situação, liberdade e consciência. [...] o homem não surgiu como um indivíduo isolado. Na realidade, o indivíduo é uma produção histórica posterior. [...] as origens da educação se confundem com as origens do próprio homem; desde que existe homem, existe educação. Isso pelo simples fato de que, não tendo sua existência garantida pela natureza, o homem precisa aprender a produzi-la. E ele aprende a produzir produzindo, ou seja, agindo sobre a natureza e transformando-a. Eis como ele se educa, isto é, forma-se como homem. É por esse caminho que a educação institui a humanidade no homem [...]. (SAVIANI, 2014, p. 54).

Pode-se assim afirmar que o conceito de “educação” no sentido amplo é a formação do homem, é o processo de formação de uma realidade na qual o homem está inserido. Fazendo parte harmonicamente da mesma, ele a constrói e é construído. Os elementos culturais estão necessariamente presentes durante todo o processo de formação. Bem, em uma narrativa sobre fatos históricos, a postura ideológica tem que estar presente; logo, ao se estudar a história da Educação e da Matemática, não se pode desconsiderar o comportamento social sobre os fatos, ações, lugares e as datas, bem como quando estes fatos, ações e comportamentos, ocorreram.

Estamos vivendo aquilo que pode ser chamado de Nova Revolução Industrial ou Revolução da Automação, de base microeletrônica. E qual é a característica específica dessa nova situação? [...] em decorrência da primeira Revolução Industrial, ocorreu a transferência de funções manuais para as máquinas, o que hoje está ocorrendo é a transferência das próprias operações intelectuais para as máquinas. Por isso também se costuma dizer que estamos vivendo na era das máquinas inteligentes. Em consequência, também as qualificações intelectuais específicas tendem a desaparecer, o que traz como contrapartida a elevação do patamar de qualificação geral. Parece, pois, que estamos atingindo o limiar da consumação do processo de constituição da escola como forma principal, dominante e generalizada de educação. Se assim é, a universalização de uma escola unitária que desenvolva ao máximo as potencialidades dos indivíduos (formação unilateral), conduzindo-os ao desabrochar pleno de suas faculdades espirituais e intelectuais, estaria deixando o terreno da utopia e da mera aspiração ideológica, moral ou romântica para se converter numa exigência posta pelo próprio desenvolvimento do processo produtivo. (SAVIANI, 2015, p. 34).

Ao refletir sobre a escola em pleno século XXI, com toda a tecnologia à nossa disposição e considerando as vivências em um mundo globalizado, surgem algumas inquietações como: será que ela perdeu a sua função social por não atender às necessidades da sociedade atual? Sabe-se que ela foi construída a partir de velhas convicções e certezas que não funcionam mais. O mundo vem sofrendo mudanças aceleradas ocasionadas pelo homem, que o transforma a partir de suas práticas sociais diárias e acompanha mudando sua forma de ser e estar no mundo. Diante dessa realidade, é comum encontrar uma escola que hoje se constitui em instituição geradora de conflitos.

[...] queremos uma escola que forme indivíduos autônomos, capazes de iniciativa o que implica que sejam conhecedores da situação para poderem tomar decisões, interferindo ativamente na vida social [...] “exercício consciente da cidadania” sugere o adjetivo educativo de formar cidadãos ativos, autônomos, críticos e transformadores. (SAVIANI, 2014, p. 87).

Analisando a sua história, desde a sua criação até os nossos dias, é possível constatar que a escola tem o objetivo de formar pessoas, mas toda a sua estrutura atual é incompatível com o modo de pensar, agir e se comportar dos jovens, crianças e adultos jovens do século XXI.

[...] a humanidade construiu conhecimento [...]. A ênfase dessa criação humana sempre esteve relacionada aos contextos sociocultural e político de seus autores [...] esses saberes, percebemos que estão ligados a um momento histórico e a uma necessidade sociocultural [...]. (D'AMBRÓSIO, 2011, p. 11)

Os indivíduos estão passando por uma grande transformação no aprender. As tecnologias da informação estão impondo à sociedade mudanças aceleradas no processo ensino-aprendizagem, pois a escola era a nossa maior fonte de informação e hoje se tornou um competidor atrasado. A proposta é que a escola, ao invés de oferecer dados aos alunos, ofereça formas de processamento de informações, fazendo-os desenvolver habilidades. A educação formal que ocorre nesta instituição está sendo questionada, desacreditada, repensada; ela está em crise.

As Tecnologias de Informação e Comunicação, utilizadas atualmente de forma generalizada, são as maiores responsáveis pelas transformações que estão ocorrendo na sociedade contemporânea. Neste contexto, é preciso ter uma compreensão sobre elas, de como podem ser utilizadas, no processo de transformação que a escola e a educação estão sofrendo no momento atual.

Segundo Perrenoud (2000), as TIC transformam espetacularmente não só as maneiras de se comunicar, mas também de trabalhar, de decidir, de pensar. Elas se

tornaram meios promissores na educação, promovendo a aprendizagem e aumentando o acesso as informações. Para cumprir os desafios de criar ambientes que possibilitem uma Aprendizagem eficaz, as TIC poderão ser utilizadas de várias formas: trazendo problemas do mundo real para a sala de aula, proporcionando estruturas de apoio para melhorar o trabalho e o raciocínio dos alunos para a compreensão, possibilitando uma maior reflexão sobre seus próprios processos. A introdução do computador e especificamente da internet nas escolas provocou uma verdadeira revolução na concepção de ensino-aprendizagem, além de gerar inúmeros conflitos em relação ao seu uso.

Ao longo da história, diferentes tecnologias têm moldado a forma como as pessoas produzem conhecimento e as mudanças atuais criaram um ambiente complexo e desafiador. Em um mundo dominado pela informação e por processos que provocam mudanças aceleradas a todo o momento, o ideal é que ocorram grandes transformações no meio educacional. Estas poderão ser iniciadas com o questionamento do papel do professor e da função social da escola. Hoje, a escola deve criar condições de aprendizagem onde o professor deixa de ser o transmissor do conhecimento e passa a ser o mediador³ do processo, trabalhando junto com o aluno na criação de ambientes de aprendizagem colaborativos, facilitando o processo do seu desenvolvimento intelectual.

2.2 AS TECNOLOGIAS DIGITAIS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A sociedade, ao longo dos anos, vem sofrendo grandes transformações em decorrência dos meios de comunicação utilizados. Cada um dos seus integrantes precisa de um tempo para se adaptar as novas situações que surgem.

De acordo com D'Ambrósio (2014), sempre houve, por parte da escola, grande resistência para incorporar as transformações, os meios de transmissão e difusão decorrentes.

Hoje estamos entrando na era da teleinformática, sobretudo das telecomunicações com o uso generalizado da calculadora, do computador, da informática e da Internet. O que está se passando com os meios anteriores? O que representa saber ler e escrever na sociedade atual? Como será no futuro? Sem dúvida a diversidade cultural, as novas tecnologias e as mudanças da sociedade são indicadores que se caminha

³Atitude e comportamento onde o professor se coloca como facilitador, incentivando, colaborando e conduzindo o processo da aprendizagem. Ele exerce o papel de provocador com o objetivo de o aluno aprender a aprender.

em direção a uma nova organização curricular [...]. (D'AMBRÓSIO, 2014, p. 105).

Os sujeitos são transformadores e esta transformação social, hoje, requer um novo pensar, exigido pela presença das tecnologias digitais que trazem mudanças em relação ao mundo como um todo. Pode-se citar como exemplo a noção de tempo e espaço, do aqui e agora, dos valores, da forma de estar e se comportar no mundo atual. Diante dessa realidade, exige-se uma compreensão dos novos meios de comunicação e informação para continuarmos como seres transformadores, fazendo história.

[...] a autocrítica permanente permite evitar a satisfação ilusória de se crer que é possível ter as soluções para situações novas recorrendo somente ao que já se sabe ao que já se fez, ao que já se aprendeu e que serviu para situações velhas [...]. (D'AMBRÓSIO, 2011, p. 18).

A interação com as TIC exige uma nova compreensão de mundo e um novo tipo de inteligência voltada para a pluralidade, diferenças, complexidade, possibilitando assim a participação, colaboração e interatividade. As TIC surgem como um grande potencial para possibilitar uma (re)organização de ideias trazendo elementos estruturantes de um novo pensar.

Qual a contribuição que esta mudança proporciona, no sentido de desenvolver a nossa capacidade cognitiva?

Se o fazer pensar é um dos pontos chave para se alcançar os objetivos pretendidos, formando cidadãos críticos e reflexivos, é necessário ampliar as possibilidades, utilizando-as como ferramenta favorável, aproveitando suas potencialidades.

Levy (2003) destaca a importância das mídias para o pensamento humano, quando diz que tanto as bibliotecas quanto as novas interfaces dos computadores não se resumem a molduras, sendo parte ativa do pensamento. Assim, o pensamento dos indivíduos, embora não determinado, é condicionado pelas diferentes técnicas desenvolvidas ao longo da história, pois o uso da mídia proporciona que experimentos sejam feitos.

Após a introdução das TIC algumas preocupações ocorreram referentes a mudanças curriculares, novas dinâmicas na sala de aula e o papel do professor e do aluno. O novo desafio é efetivar a aproximação entre professor e aluno, colocando-os como (co)autores das atividades realizadas através da aprendizagem colaborativa.

A utilização da informática na educação com o propósito de ajudar no processo de ensino aprendizagem tem crescido cada vez mais. Assim, é imprescindível a transformação da prática pedagógica. O domínio eletrônico deu novo impulso a todos os setores produtivos e especialmente aos que se referem à comunicação e informação.

A informatização, a presença de computadores e a internet resultaram em novas maneiras de ser e estar no mundo. Mudou a maneira de pensar e conviver dos indivíduos em decorrência da generalização por meio de uma enorme rede de computadores que se formou. Isto gerou um elemento novo para se pensar quando se trabalha com educação. Como acompanhar estas mudanças? Como formar pessoas para viver nesta dinâmica acelerada de transformações? Vive-se em um mundo, em um sistema, com uma dinâmica de mudança muito rápida, constante e contínua. Refletindo sobre esta dinâmica, não se pode deixar de considerá-la como ponto de partida para repensar as novas práticas pedagógicas. Os indivíduos vivem imersos em uma realidade que muda constantemente a partir de ações e isto forma um ciclo complexo dentro de uma realidade ampla, onde cada sujeito a todo o momento, com sua inteligência, define estratégias de ação que mudam a realidade que está à sua volta.

Entre os novos problemas teóricos que têm confrontado a psicologia no decorrer da revolução tecnológica-científica está o estudo das consequências psicológicas dos computadores. [...] a analogia entre pensamento (e o comportamento dos organismos em geral) e os princípios de trabalho dos computadores tem se tornado largamente usual. (TIKHOMIROV, 1981, p.1).

Imitando como se dá o processo da inteligência humana, surge a internet, exemplificando assim uma tecnologia intelectual. A interatividade na Internet acontece de forma não linear e hipertextual⁴, exercendo uma importância significativa na produção do conhecimento e trazendo uma nova problematização para a educação escolar. Em relação à internet e ao uso das tecnologias digitais, é possível encontrar, normalmente, dois posicionamentos: o mais comum considera estas tecnologias como simples recursos didáticos e as mais progressistas como potenciais estruturantes de um novo pensar e um novo modo de existir. Toda esta mudança exige atualização da educação escolar e as discussões ocorrem desde 1996, envolvendo profissionais de todos os níveis.

⁴Denominação de leitura ou escrita, não linear, que possibilita escolhas deslocadas do seu eixo central, não necessariamente interativo, mas explorativo.

Em volta das discussões existentes, pode-se encontrar teorias que defendem o uso das tecnologias digitais como ferramenta utilizada para substituir professores. Alguns são meios de transmitir informações; outros instrumentos de suplementação, trabalhando lado a lado com o professor, fazendo melhor o que não pode ser feito tão bem por ele; e, por último, há aqueles que defendem que as tecnologias digitais reorganizam o pensamento humano no momento em que leva a questionamentos constantes.

[...] o computador muda a estrutura da atividade intelectual humana. Memória, o armazenamento da informação, e suas buscas (ou reproduções) são reorganizadas. A comunicação é mudada, pois a comunicação humana com o computador, especialmente em que linguagens que são similares às linguagens naturais estão sendo criadas, é uma nova forma de comunicação. (TIKHOMIROV, 1981, p. 13).

Segundo Borba; Chiari (2013), o psicólogo Oleg Tikhomirov é um pesquisador que estuda computadores e cognição. Ele defende a ideia de o computador ser um artefato com capacidade de mudar o modo como as pessoas pensam e agem; assim, ele pode produzir mudanças na atividade de quem o utiliza.

[...] relações humanas são mediadas através do uso dos computadores. É claro, o computador cria apenas a possibilidade para a atividade humana adquirir uma estrutura mais complexa. Tais possibilidades são realizadas apenas quando certas condições técnicas, psicológicas e sociais são encontradas. A condição técnica é que o computador deve ser adequado; a condição psicológica é que o computador deve ser adaptado à atividade humana, e o homem deve adaptar-se às condições do trabalho com um computador. As principais condições são sociais – quais são os objetivos para os quais o computador é usado em um dado sistema social. Como a sociedade formula o problema do avanço do conteúdo criativo do trabalho de seus cidadãos é uma condição necessária para o uso total das possibilidades dos computadores. (TIKHOMIROV, 1981, p. 13).

De acordo com Tikhomirov (1981), os computadores mediam as relações humanas no momento que cria possibilidades para novas formas de realizar atividades. Estas, realizadas pelo homem, podem adquirir uma estrutura mais complexa desde que as condições necessárias e criadas sejam otimizadas. Para que ocorra a reorganização da atividade intelectual, as condições técnicas, sociais e psicológicas devem ser atendidas. Em relação as condições sociais, deve-se considerar as razões para as quais um dado sistema social utiliza o computador e se ele possibilita um avanço do conteúdo criativo; em relação ao psicológico, ele deve ser adaptado a atividade humana pretendida. O seu uso possibilita mudanças, mas para que elas ocorram de maneira a reorganizar a atividade intelectual de forma

constante e contínua, vários fatores são envolvidos. Pode-se exemplificar as novas linguagens criadas como novas formas de comunicação.

Tikhomirov (1981) discute novas formas de mediação e atribui ao computador o papel de artefato capaz de produzir mudanças na atividade humana. Ele enfatiza que esse caráter mediador transforma o processo de produção de conhecimento, pois origina novas formas de organização dos métodos de criação, busca o armazenamento de informação, bem como das relações humanas. Dessa forma, o autor defende que o computador seja considerado um artefato que reorganiza o pensamento, em vez de substituí-lo ou suplementá-lo. Para ele o pensamento é mais do que a capacidade para resolver um dado problema, já que envolve o caminho utilizado, os valores envolvidos na resolução, a própria escolha do problema, como parte do pensamento, e as possibilidades oferecidas pelo computador [...]. (BORBA; CHIARI, 2013, p. 77).

A utilização da informática na educação com o propósito de ajudar no processo de ensino-aprendizagem tem crescido cada vez mais. Sua utilização é imprescindível, mas é preciso aproveitar todo o seu potencial a favor da educação. Como obter melhorias com o uso dessas tecnologias durante as aulas?

As tecnologias digitais oferecem oportunidades de se criar ambientes favoráveis para se desenvolver competências esperadas, necessárias para formar seres atuantes no século XXI; elas ampliam possibilidades e tem um grande potencial nesse sentido. Estas tecnologias estão presentes nas mais diversas formas, embora as mais utilizadas atualmente sejam ferramentas, proporcionando estruturas de apoio na aprendizagem, para dar *feedback*, refletir e revisar, construir comunidades de aprendizagem e meios de comunicação, além de criar ambientes de cooperação e colaboração em todos os níveis e propósitos. Na educação e especialmente na matemática ela tem sido uma importante aliada por ter se tornado um meio de se obter informações e interação, promovendo aprendizagem.

Com as TIC, através da internet, pode-se formar uma grande rede de informações que é um meio promissor na área educacional, pois tem a capacidade de organizar e centralizar informações. Normalmente, as TIC, são utilizadas como ferramentas pedagógicas, mas pelo seu potencial poderiam ser utilizadas como extensões das aptidões humanas, formando uma grande rede para apoio da aprendizagem, envolvendo pessoas, contextos, instituições e tudo que está à nossa volta. Pode ser um livro didático, um artefato cultural, recursos tecnológicos, *software* de simulação científica, exercício de leitura, meio interativo entre alunos, professores, pais e toda a comunidade. Seu potencial é imenso e é necessário que se estude as possibilidades de aplicação desse grande potencial na educação e

principalmente no ensino e aprendizagem da Matemática, para que as dificuldades sejam, na sua grande maioria, superadas, atendendo as expectativas atuais e necessidades da sociedade.

2.3 A MATEMÁTICA, A ÁLGEBRA, A GEOMETRIA – SEU ENSINO APRENDIZAGEM

O ensino da Matemática requer reflexões entre os diversos ramos do conhecimento. Para compreender, é necessário conhecer a realidade histórica cultural como um todo e a sua dinâmica nas relações sociais. Refletir sobre estes assuntos é um caminho para elaborar propostas de trabalho, na busca de soluções referentes a um melhor entendimento, conhecimento bem estruturado sobre regras, fórmulas, propriedades e procedimentos aplicados durante seu estudo.

[...] coloca ao professor ou mais amplamente à escola o dever de não só respeitar os saberes com que os educandos, sobretudo os das classes populares, chegam a ela saberes socialmente construídos na prática comunitária, mas também, como há mais de trinta anos venho sugerindo discutir com os alunos a razão de ser de alguns desses saberes em relação com o ensino dos conteúdos. (FREIRE, 2004, p. 30).

Lendo o livro *Na vida Dez na Escola Zero*, escrito por Terezinha Nunes Carraher, percebe-se que muitas das dificuldades encontradas por nossos alunos na escola são em decorrência de vários fatores como: formalismo da linguagem Matemática, ambiente escolar, metodologia aplicada, forma como o ensino é tratado e do modelo político-econômico do nosso país. Do contrário, as pessoas não aprenderiam em outros espaços. Segundo Freire (2004), é necessário associar os conteúdos, trabalhados na disciplina, a uma realidade concreta, na qual os alunos se sintam inseridos, fazendo parte.

[...] toda criança chega à escola com um saber não só matemático, um saber vivenciado e diferente do saber elaborado ensinado pela escola. Quanto a este, para que seja aprendido, deve se apoiar ao saber vivenciado, pois sabemos que é adaptando os novos conhecimentos aos já adquiridos que o aluno aprende. (LORENZATO, 2010, p. 24).

Como os trabalhadores da construção civil que muitas vezes não frequentaram a escola ou, até mesmo são analfabetos, usam o teorema de Pitágoras? Por que crianças e adolescentes que vendem os mais diversos produtos calculam preços, troco, lucros com naturalidade, usando estratégias próprias e

apresentam inúmeras dificuldades em realizar operações básicas, pelo algoritmo⁵? Como trabalhar a Matemática fazendo conexões com estes conhecimentos? Como dar sentido e fazer com que os alunos percebam a importância do conhecimento, da escola, da Matemática?

Como responder a estas perguntas diante de um ensino autoritário e reprodutivo, onde a Matemática é colocada como uma verdade absoluta, inquestionável para professores e alunos? Muitas vezes a competência em Matemática se restringe ao “saber fazer”, ao “como” e ao “o que” por não terem condições de acompanhar toda a sua dinâmica e processo de formação e sim seu produto final, pronto e acabado. Muitos conteúdos são trabalhados fora de um contexto e seu aprendizado fica resumido a uma simples aplicação de fórmulas e procedimentos.

[...] o ensino da matemática, para ser proveitoso ao aluno, precisa estar vinculado à realidade na qual este está inserido. Para tanto, o ensino da matemática precisa ser planejado e ministrado tendo em vista o complexo contexto de identificação de seus alunos, considerando e respeitando a cultura deles, bem como suas aspirações, necessidades e possibilidades. (LORENZATO, 2010, p. 21).

O que está em foco é como ela deve ser na prática diária dos alunos que poderão ser ou não matemáticos. É preciso descobrir a beleza da sua construção destruindo assim a ideia de que a Matemática não é para todos.

Diferentes ambientes de trabalho e a utilização de diversos instrumentos, quando utilizados com o objetivo de despertar o interesse dos alunos, conduzindo-os a uma atitude ativa de aprendizagem, poderão trazer bons resultados. Para isso, é necessário conhecer a realidade na qual estão inseridos, buscando, dentro do possível, atividades voltadas aos seus interesses, que façam parte da sua realidade.

A curiosidade é um movimento, uma ação do indivíduo, [...] que instiga, indaga, reflete, reformula e, a partir dessa inquietude, mobiliza e se mantém em constante construção para que o ato de buscar novos conhecimentos seja cada vez mais aguçado. [...] pode ser trabalhada e estimulada na escola a partir da prática pedagógica, com atividades que associem os interesses dos alunos com os conteúdos pré-estabelecidos. Desta forma, possibilitando aos alunos mobilizarem-se, se despertarem o desejo em aprender, dando sentido, aos conteúdos, com aspectos da vida cotidiana dos alunos e da sociedade em geral. (SOUZA; SILVA, 2015, p. 347).

Aproveitar as experiências que os alunos têm em seu ciclo social, sua comunidade, com seus familiares, mesmo com toda a problemática social, possibilita

⁵“Conta armada”. Técnica baseada em um número finito de passos em uma ordem determinada para se chegar ao resultado

trabalhar saberes, conhecimentos prévios e discutir problemas que fazem parte de uma realidade concreta da qual fazem parte, vivenciam; dessa forma, o despertar de um olhar crítico, reflexivo, significativo, irá ser associada aos conteúdos que vão sendo trabalhados formalmente. Todas estas questões, voltadas ao ensino e a aprendizagem da Matemática têm sido muito discutidas, levando a reflexão sobre novas propostas de ensino através de renovações na prática docente. Entretanto, nota-se que o ensino da Matemática está voltado quase que unicamente à transmissão de conhecimentos e não à sua construção.

[...] somos resultado de nossa própria história. Minha formação, como a de toda a minha geração e mesmo a da geração seguinte, é disciplinar. Carregamos nosso passado, para bem ou para mal. Mas a autocrítica permanente permite evitar a satisfação ilusória de se crer que é possível ter as soluções para situações novas recorrendo somente ao que já se sabe, ao que já se fez, ao que já se aprendeu, e que serviu para situações velhas. Claro, quanto maior nossa experiência, mais elementos temos para enveredar pelo novo. Mas a mesmice dificilmente nos leva ao novo. Isso é fundamental em educação. (D'AMBRÓSIO, 2011, p. 2).

Segundo Souza; Silva, 2015), o sentido da matemática está diretamente associado à aplicabilidade; aprender está relacionado ao poder fazer para utilizar no futuro. Pesquisas apontam dificuldades em relacionar conhecimentos prévios dos alunos a saberes científicos.

Alguns alunos, por não perceberem utilidade de muitos conteúdos de Matemática, se distanciam e criam barreiras, dificultando assim todo o processo de aprendizagem. É possível melhorar este quadro possibilitando aos alunos a oportunidade de desenvolverem o processo de construção do conhecimento através de estímulos, com atividades e ambientes potencialmente poderosos que possam proporcionar o aprendizado matemático. É necessário mudar a forma de fazer Matemática, desde que se mudem as tarefas e se criem novas formas de pensar e resolver problemas.

A teoria de David Ausubel auxilia para que a curiosidade [...] seja posta em evidência. Os conflitos cognitivos levam o indivíduo a um estado perturbador necessário, para que se consiga sair do senso comum ou de uma aprendizagem inicial para uma aprendizagem significativa que leva ao processo reflexivo, ou seja, pensar sobre o que esta fazendo, aprendendo. [...] docente é responsável por fazer essas conexões entre o que a criança aprende e como aprende assim aprimorando sua prática pedagógica, a partir de estratégias que proporcionam na realização dessas atividades. (SOUZA; SILVA, 2015, p. 355).

Os professores devem criar condições para que os conhecimentos prévios sobre o assunto sejam revelados. Sabe-se que, com base na Aprendizagem

Significativa, as concepções iniciais dos estudantes fornecem a base sobre a qual se constrói a compreensão mais favorável sobre o conteúdo a ser estudado. O papel do professor é estimular os alunos para que ele relacione ideias, tenha autonomia de pensamento, descubra, crie e raciocine. Para isto, o professor deverá trabalhar com ideias, conceitos intuitivos, fazendo com que o aluno aprenda por compreensão. Trabalhar por meio de situações problema, próprias da vivência do aluno e que o façam realmente pensar, analisar, julgar e decidir-se pela melhor solução, irá, supostamente, fazer com que o conteúdo trabalhado seja importante e significativo para o aluno.

Entende-se significativo como sinônimo do resultado de um processo em que ocorre a interação entre ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz e o material que está sendo trabalhado; assim, ele jamais poderá ser escolhido aleatoriamente sem levar em consideração os interesses, saberes e a realidade dos alunos.

Como se deve proceder para que o estudo não fique resumido em decorar fórmulas e suas aplicações?

O aluno precisa inicialmente querer aprender, estar predisposto para isso e o material que será trabalhado terá que ser significativo; ou seja, terá que fazer relação com ideias pré-estabelecidas. Conseqüentemente, o professor deverá partir daquilo que o aluno já sabe, sem levar em consideração se este saber está certo ou errado. O que importa neste momento é ser significativo para o aluno, ser significativo não se refere ao certo ou errado.

[...] alunos e professores também enfrentam dificuldades para entender e para explicar o significado da linguagem matemática repleta de símbolos próprios. [...] a linguagem matemática caracteriza-se por ser resumida e precisa, além de possuir expressões, regras, vocábulos e símbolos próprios. Exemplos disso são as fórmulas matemáticas, que se tornam estigmas para muitos; elas são resultados de processos históricos e o significado de cada um de seus símbolos precisa ser conhecido para que possam ser compreendidos e empregados corretamente. (LORENZATO, 2010, p. 44).

Para que o aluno possa relacionar ideias, é necessário entender a linguagem. Uma das dificuldades enfrentadas por alunos e professores é trabalhar com toda simbologia que envolve a Matemática e especialmente a Álgebra.

Segundo Lorenzato (2010), a Matemática possui uma linguagem própria com termos, símbolos, tabelas, gráficos, entre outros. É necessário conhecer esta linguagem para se comunicar matematicamente. Foi o simbolismo que internacionalizou e possibilitou que ela fosse compreendida sem problemas por

matemáticos de qualquer lugar ou país. Cada fórmula representa resultado final de um processo que fez parte de um estudo; este, diante da dificuldade que se tem de explicar ao aluno todo o processo pelo qual passou, cria grandes problemas diante de muitos questionamentos que surgem quando os alunos são incentivados a terem um olhar crítico diante do processo de construção do conhecimento.

Segundo D'Ambrósio (2011), considerando como exemplo a lógica matemática baseada nos trabalhos de Alfred North e Russell, após mais de 350 páginas de argumentações, chega-se à conclusão que $1+1=2$. Assim, percebe-se que a aceitação de resultados teóricos e experimentais com credibilidade é comum, e necessária, devido à dificuldade e, na maioria das vezes, a impossibilidade de entendimento do processo de construção. Isto se torna um agravante para a compreensão dos alunos e para a aplicabilidade de muitas propostas de trabalho. Para aqueles que iniciam seus estudos por ela, tem um sentimento de enigma e este estado que a pessoa se encontra é um convite à memorização sem sentido, sem compreensão. Como trabalhar com esta linguagem de forma que os alunos a compreendam?

A emergência da Álgebra marca uma nova etapa no desenvolvimento da Matemática e traz inúmeros problemas para os professores. Segundo Souza; Diniz (1996), ela traz quatro funções distintas e importantíssimas que são: a função generalizadora da aritmética ao descrever propriedades como $a \times b = b \times a$ (*propriedade comutativa*); o estudo de processos para resolver problemas e, neste caso, espera-se que o aluno descubra valores numéricos desconhecidos (*as variáveis são incógnitas*); expressão de variação de grandezas (*as variáveis são números que variam e o aluno deve relacionar quantidades e traçar os gráficos*); e o estudo de estruturas matemáticas, onde a variável é tratada como marcas para serem manipuladas por meio de regras para operações. Diante dessa diversidade de papéis, é necessário um estudo bem sedimentado e principiado desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, como defendem Schliemann; Carraher; Carraher (2006). O processo deveria ser lento e gradativo, como isto não ocorre, os alunos iniciam o estudo da álgebra normalmente no 7º ano, quando são apresentadas todas as situações citadas anteriormente em um curto espaço de tempo. O que resta a eles diante dessa realidade? Os alunos seguem seus estudos da forma como lhe é apresentada, sem maiores questionamentos, decorando os procedimentos e regras adequadas para serem usadas em cada uma das situações apresentadas. E os

professores? Devem continuar com o mesmo ensino, voltado à apresentação de fórmulas e regras para resolver problemas propostos seguindo modelos pré-determinados? É esta a utilidade e razão de se ensinar Álgebra?

De acordo com Souza; Diniz (1996), o ensino da Álgebra se inicia na 6ª série, equivalente ao 7º ano atual, com a apresentação de letras para substituírem um número desconhecido ou no lugar de um número qualquer quando se quer generalizar uma regra. Neste momento está sendo apresentada uma nova linguagem, onde a utilização de muitos símbolos, para os alunos, é uma nova forma de trabalhar. O foco do trabalho é direcionado a encontrar valores desconhecidos, representados por letras e como resolver equações com uma única solução. Um dos objetivos da Matemática é encontrar regularidades e trabalhar com generalizações. Nesta perspectiva, são apresentadas aos alunos situações em que são utilizadas letras para representar um número qualquer (variáveis propriamente ditas) com o propósito de generalizar a escrita em problemas onde o objetivo é encontrar um valor desconhecido, único (incógnita). Bem, como esperar que o aluno entenda que a letra utilizada deixa de representar vários valores para representar um único valor, quando houver? Ela anteriormente aparece como variável propriamente dita e depois representa um valor único. Isto parece óbvio, mas muitos alunos sentem uma grande dificuldade em distinguir variável de uma simples incógnita. Será que se pode atribuir este fato ao modo como a Álgebra é trabalhada?

[...] o trabalho com a álgebra é apresentado de forma fragmentada, enfatizando ora um aspecto, ora outro, sem se preocupar com a ligação entre eles e com sua contextualização, ignorando totalmente a formação de ideias básicas da álgebra que é o conceito de variável em suas múltiplas formas: incógnita, parâmetro e variável propriamente dita. (SOUZA; DINIZ, 1996, p. 3).

Muitas das dificuldades que envolvem a Matemática são detectadas no final do Ensino Fundamental e durante o Ensino Médio. Por que isto acontece? O ensino da Álgebra tem contribuído para isso? Sempre foi assim ou se agravou quando a Álgebra foi introduzida? O que é necessário saber para tentar solucionar este problema?

[...] (a) acreditam que o sinal de igualdade seja um operador unidirecional, que produz, dos elementos do lado esquerdo, um resultado ao lado direito [...] interpretam uma variável, por exemplo, x na expressão $x+5$, como representando um único valor a ser descoberto [...]. (MARTINS; LAUTERT, 2016, p. 34).

Os alunos sentem muita dificuldade em trabalhar com a Álgebra e compreender o significado de cada um dos símbolos utilizados, dentro do contexto que está sendo trabalhado. Durante o ensino fundamental, até o 7º ano, não é feito um trabalho que facilite a compreensão dos alunos sobre atividades relacionadas à Álgebra e às funções.

A Álgebra sofreu grandes transformações através dos séculos e estas ocorreram gradualmente. É preciso que haja empenho no sentido de compreender a Álgebra, sua função, seus objetivos. Refletir sobre as dificuldades encontradas pelos alunos e professores durante o processo ensino-aprendizagem, sua importância na Matemática e suas aplicações, para posteriormente pensar em propostas que possam vir a resolver estas dificuldades, poderá ser um ponto de partida para tentar solucionar o problema. Procurando entender melhor estas questões, foi resgatada um pouco de sua história.

[...] os estilos da notação algébrica durante sua evolução, estes podem ser divididos em *retórico* ou narrativo, *sincopado*, pelo uso de abreviações, e simbólico, que, como o próprio nome sugere, faz uso de símbolos [...]. O uso de símbolos na matemática continuou a evoluir desde sua época, somente vindo a atingir uma certa estabilidade por volta do sec. XVII; mas ainda é possível encontrar discrepâncias no simbolismo atual. [...]. O primeiro estilo é característico dos egípcios e dos babilônios, [...] já o segundo estilo é característico de Diofanto. Apesar de na Grécia a Álgebra geométrica prevalecer desde os tempos de Pitágoras, é com Diofanto que tem o início do desenvolvimento do simbolismo algébrico moderno. [...] A Álgebra grega do tempo de Pitágoras, Euclides, Arquimedes e Apolônio era geométrica, isso devido à dificuldade de um sistema numérico, precário, [...] além, é claro, da tradição da matemática geométrica grega. (CONTADOR, 2006, p. 426).

A história da Álgebra revela que muitos trabalhos que envolviam resolução de equações eram solucionados com a utilização de símbolos algébricos e métodos analíticos. Naquela época, as razões eram atribuídas às dificuldades, principalmente em relação ao manuseio com os números irracionais. Mesmo com Diofanto, as resoluções não estavam totalmente desvinculadas da Geometria, Matemática grega. Por que não trabalhar a Álgebra que envolve o estudo de funções em sintonia com a Geometria? Se as dificuldades em resolver equações algébricas eram sanadas com a utilização da Geometria, trabalhar Geometria e Álgebra de maneira conjunta poderá facilitar a compreensão de toda a simbologia que envolve o estudo da função polinomial do 1º grau.

Euclides deu uma solução geométrica para a equação do segundo grau, utilizando régua e compasso e Diofanto resolveu algebricamente, desenvolvendo um

método geral para solucionar estas equações. Pode-se observar que esta mudança não se deu de forma repentina. Fez parte de um processo de evolução gradual da Álgebra, através dos séculos.

A evolução do homem através do tempo, é de rara beleza em todos os sentidos [...] espécie que alcança um progresso espantoso em relação à todas as outras, [...] suas ideias e descobertas dão vida à mais elaborada e requintada das ciências que nasceu da necessidade e vive do poder mágico da criação e da imaginação; a matemática [...]. (CONTADOR, 2006, p. 19).

Segundo Contador (2006), a Álgebra percorreu um longo caminho de evolução até chegar ao que conhecemos hoje. Muitos dos trabalhos que envolviam a Matemática e especificamente a Álgebra, quando chegaram à Europa e foram traduzidos para o latim, tornaram-se fontes importantes de pesquisa e floresceram ainda mais no Renascimento, momento onde ocorreram grandes mudanças decorrentes da visão antropocêntrica do mundo com a valorização das potencialidades humanas, do racional, da capacidade de criação, de observação, de registro e cálculo de fenômenos naturais, entre outros. Época de novas experiências e desenvolvimento cultural.

Trabalhar a Matemática dentro de um contexto histórico, junto com a sua história, poderá nos ajudar a despertar o interesse pela Matemática de forma envolvente e prazerosa, além de responder a muitos questionamentos referentes ao “por que?”, “ao que” e ao “para que?”; isto fará com que percebam a importância de muitos dos conteúdos estudados. Temos vários exemplos que poderão ser utilizados como: Por que não mais se encontra latas de óleo com bases quadradas ou retangulares?

O matemático Pappus de Alexandria, 300 d.C., mostrou que havendo dois polígonos regulares com mesmo perímetro, o que tem maior número de lados terá maior área. Traçando dois polígonos inscritos, se o número de lados do maior for muito grande, sua área tenderá a área do círculo que o circunscreve. Como a área do círculo é a área máxima que o polígono inscrito de infinitos lados pode atingir, pensando em um cilindro, o de base circular terá o maior volume e assim será melhor utilizado. Pappus associou esta descoberta às casas hexagonais das abelhas. Ele fez esta afirmação sem apresentar provas, e somente no século XVII René Descartes apresentou a prova algébrica. Se a Álgebra não encanta e traz dificuldades de compreensão, a história nos mostra vários exemplos para

associarmos a Geometria com elementos da natureza ou da criação humana, para melhor compreendê-la. (CONTADOR, 2006).

A Geometria e a Álgebra se complementam e precisam ser bem trabalhadas para que o aluno faça as associações necessárias para uma compreensão que possa ampliar seus conhecimentos, obtendo uma Aprendizagem Significativa sobre o que está sendo estudado. Trabalhar a “Geometria e a Álgebra” fazendo referências as suas diversas formas de representar um objeto ou até mesmo resolver um problema, poderá facilitar o entendimento, a compreensão sobre o objeto estudado e/ou o problema a ser resolvido. Pode-se citar como exemplo a seguinte questão:

1. Considere as retas dadas pelas equações $y=x$ e $y= x+2$. “Quais os pontos do plano que satisfazem simultaneamente as duas equações?” Ou “Quais os pontos de interseção, se existirem, entre as duas retas dadas?” Ou “Elas se interceptam em algum ponto? Justifique”.

2. O que é solicitado pode ser resolvido algebricamente igualando as duas equações.

$$x = x + 2$$

$$x - x = 2$$

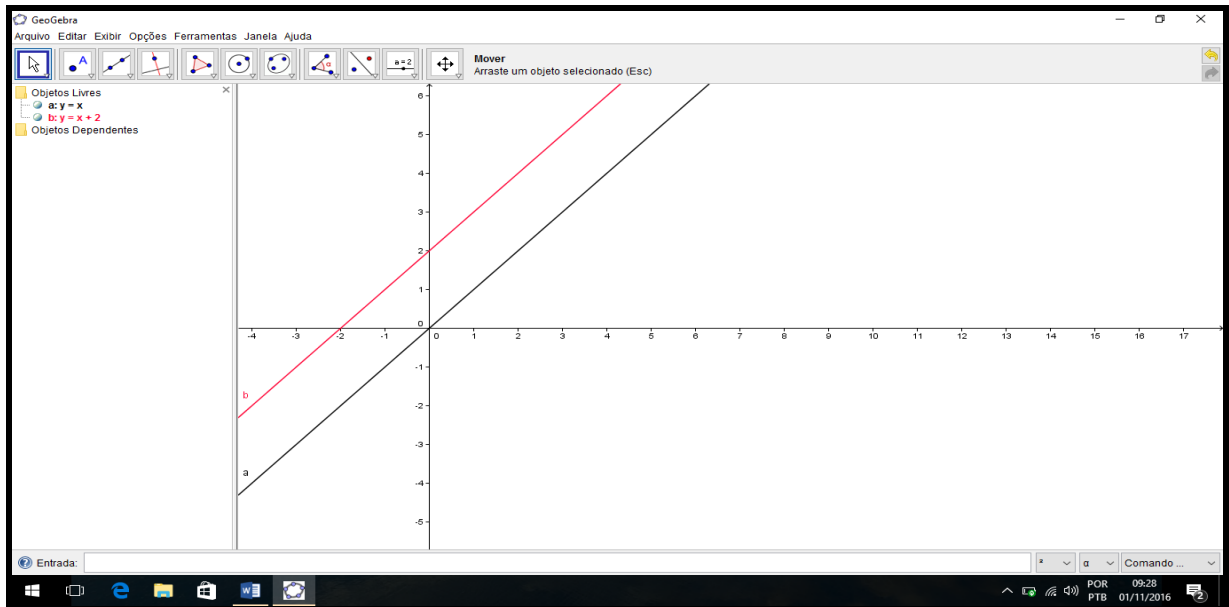
$$0 = 2 \text{ !!!!}$$

Isto significa que elas não possuem solução comum, não têm pontos ou ponto comum, não se interceptam, são paralelas. O aluno tem esta compreensão, este entendimento por aceitação ou consegue perceber como elas estão dispostas sem o registro da representação gráfica?

Qual o significado que o aluno dá para o registro “ $0=2$ ”? Impossibilidade? O que a impossibilidade está representando, neste caso específico?

Se forem representadas geometricamente as duas equações em um plano cartesiano, o aluno poderá ter uma melhor compreensão dos fatos, como é possível observar na Figura 2.

Figura 2 – Registros das representações geométricas e algébricas



Fonte: Arquivo da professora (P).

Se a Álgebra, muitas vezes, com sua simbologia dificulta e não encanta, a Geometria poderá facilitar o seu entendimento.

Compreender a evolução da Matemática durante a evolução do homem e a sua história, faz perceber que muitas de suas ações não foram guiadas pela lógica, simplesmente, mas principalmente pela sua intuição, experiência e necessidade. Isto reflete em mudança de percepção em relação à importância, necessidade e dificuldades. Talvez seus erros mais comuns sejam mais bem compreendidos e os porquês, respondidos.

Após refletir sobre estas questões alguns pontos são considerados e devem ser observados para que se possibilite novas maneiras de articular este conhecimento na sala de aula. Segundo Radford (2011), a maior parte das concepções dos professores sobre os conteúdos matemáticos ensinados é decorrente da formulação contemporânea; a história da Matemática como suporte para o entendimento de seu processo de construção não é trabalhada, normalmente, no ensino de graduação. Estas concepções, por sua vez, é resultado de um processo de transformação conceitual que vem sofrendo mudanças ao longo do tempo; assim, nada garante que esta seja a melhor forma no que se refere ao ponto de partida para que os alunos aprendam, principalmente em relação a sua organização e articulação com outros conhecimentos.

A formulação contemporânea da Álgebra, a forma e o momento em que ela é trabalhada, favorece um simbolismo extremo, trazendo inúmeros problemas e

dificuldades para a sua aprendizagem. Dessa forma, ela é vista como uma linguagem própria, formada por símbolos que os alunos devem ter domínio. [...] o “simbolismo” (em seu sentido moderno, aquele que encontramos nos livros didáticos atuais) só se tornou a força motriz do desenvolvimento algébrico no período da Renascença [...] (RADFORD, 2011, p.16). Logo, a Álgebra iniciou e permaneceu durante 30 séculos sem utilizar a simbologia conhecida hoje e que se tornou elemento principal para o estudo.

Como conceber a Álgebra sem utilizar a simbologia conhecida? Bem, se a sua existência não está relacionada ao uso desse simbolismo que tanto dificulta a aprendizagem por parte de nossos alunos, como ela foi trabalhada e estudada antes do Renascimento? Como esta atividade Matemática surgiu?

Se a Álgebra contemporânea favorece a uma simbologia extrema trazendo inúmeros problemas, por que não resgatar sua história para se ter uma base de como utilizar, pensando na forma como era utilizada antes do Renascimento?

Levando-se em conta que a Matemática é uma prática social, a atividade algébrica tem uma dimensão sociocultural que deve ser considerada.

[...] a álgebra, por muitos séculos, esteve baseada somente em uma incógnita. Uma análise didático – epistemológica exaustiva da álgebra em seus primórdios – isto é, quando ela tinha ainda somente uma incógnita – pode então nos ajudar a melhor compreender o significado profundo das primeiras ideias algébricas e então, ainda mais adiante, nos ajudar a retirar informações que pode ser usada no ensino (RADFORD, 2011, p. 19).

Historiadores, como Radford (2011), consideram que, do ponto de vista do ensino, deve-se entender as características do pensamento algébrico de 1 (uma) única incógnita para compreender mais claramente o processo do seu desenvolvimento.

Radford (2011), propõe estudar a Álgebra italiana medieval para retirar informações que poderão ser utilizadas no ensino; nela, encontra-se vários tipos de problemas e métodos para resolvê-los. Este estudo poderá ajudar, mas, deve-se considerar a dimensão sociocultural na qual a atividade está inserida.

A Álgebra ocidental tem suas raízes na Álgebra árabe (século XII). Com o desenvolvimento econômico de cidades como Florença, Pisa e Veneza, surgiu a necessidade de terem pessoas capazes de realizarem cálculos dos mais diversos tipos durante o desenvolvimento comercial. Assim, surge uma nova Instituição Educacional com a finalidade de atender a uma nova necessidade da época; a

Escola de Ábaco, dando início a uma nova formação profissional para pessoas que desejassem trabalhar em bancos, em empregos públicos ou escritório comercial.

Para Radford (2011), a Álgebra parece não fazer parte do ensino básico nas escolas de Ábaco, e sim para aqueles que desejavam se tornar mestres de ábaco. Ao estudar um pouco sobre a história da Álgebra italiana medieval, percebe-se que ela surgiu como uma ferramenta para solução de problemas e foi amplamente utilizada em aplicações comerciais. Nesta época, o estudo e o desenvolvimento da Álgebra foram motivados pelo prestígio e reconhecimento aos mestres do ábaco, além do seu potencial na aplicabilidade em problemas comerciais não práticos; nesses casos ela surgiu como uma ferramenta.

Segundo Rodford (2011), o que se sabe da Álgebra medieval italiana vem dos trabalhos dos mestres e, em alguns casos, o assunto era apresentado de uma forma mais estruturada para introduzir os três tipos de números muito utilizados, que é o radix (a raiz), que era chamada pelos mestres de ábaco de (*a coisa*); o censos (*o tesouro*), que é o quadrado da coisa e o denariis (sinais) ou número simples. Em notação moderna, os casos simples são: $ax^2 = bx$, $ax^2 = c$, $ax = b$. Para cada caso uma regra ou algoritmo com a finalidade de encontrar "*a coisa*" e "*o tesouro*".

Ao resgatar a história, há a apropriação de elementos que contribuem para uma maior clareza e compreensão da forma como ela foi se desenvolvendo com toda a sua simbologia.

A atividade Matemática italiana dos séculos XIII-XV, no que se refere a Álgebra, era uma ferramenta ou técnica para resolver problemas ou enigmas e quem a exercia gozava de prestígio social. Talvez seja importante considerar estas informações quando se procura entender as razões que, ainda hoje, levam muitas pessoas a afirmarem que Matemática não é para todos. É cultural? Com o surgimento da burguesia, uma nova classe social, detentora de riqueza, não pertencente a nobreza ou ao clero, surge; junto, veio a necessidade de obterem mais habilidades com cálculo e surgem as escolas de Ábaco, onde se trabalhavam técnicas e métodos de Matemática comercial. Neste momento fica claro a divisão sobre os conhecimentos voltados para cada uma das classes sociais no que se refere a Matemática. Tinha-se os conhecedores dos meios e técnicas e os detentores de um conhecimento bem estruturado, voltado para uma fundamentação lógica, filosófica e empírica.

Comparando com outras ciências, pode-se verificar que, no caso da Matemática, o simples fazer e o pensar se distanciaram em determinadas épocas, cada vez mais, para atender as necessidades imediatas. Se a predisposição para aprender é uma condição indispensável quando se pretende uma Aprendizagem Significativa, essa ideia enraizada culturalmente deve ser desconstruída porque se torna um empecilho. Se o aluno não se sente capaz, ele dificilmente irá despertar uma predisposição para aprender. Esta ideia vem de uma cultura que impossibilitava a todos o acesso a informações e a construção do conhecimento; em relação à Matemática, o que era atribuído era mais subdividido, disponibilizado para cada uma das classes sociais.

Refletindo sobre a história da Álgebra, percebe-se que ela traz uma grande contribuição quando pontua a ocorrência do surgimento de trabalhos com mais de uma variável. Constata-se a dificuldade de se trabalhar com várias incógnitas e que, inicialmente, a Álgebra medieval italiana envolvia uma só incógnita e só depois de alguns anos é que outras incógnitas foram introduzidas.

A Álgebra é introduzida atualmente no ensino básico, quando os alunos ingressam no 7º ano, inicialmente para substituir um valor desconhecido e, posteriormente, como variável propriamente dita, sem um trabalho anterior para que possam compreender melhor toda a sua simbologia e seu significado; comparando com as etapas de desenvolvimento resgatadas na história, compreende-se melhor os problemas surgidos durante o seu estudo desde a sua introdução.

É através da Álgebra que as ideias gerais que envolvem valores numéricos são comunicadas. Esta linguagem e sua simbologia precisa ser entendida, interpretada e aplicada. Como trabalhar a Álgebra diante de toda esta problemática? Como fazer com que os alunos a compreendam, interpretem e a utilizem nas diversas situações em que ela se faz presente? Como trabalhar toda esta simbologia, representações e linguagem sem excluir, despertando todo o encanto e possibilidades que ela traz?

No que se refere a Álgebra que envolve o estudo da função polinomial do 1º grau, uma alternativa seria procurar motivá-los com traçados geométricos ou mesmo desenhos, desafiando-os como seria sua escrita algébrica, usando toda a simbologia tão criticada da Álgebra. Para isso, é necessário buscar relações entre as diversas formas de registros de representação semiótica, que poderão ter um objeto matemático em estudo.

2.4 REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA MATEMÁTICA

A Álgebra, com seu simbolismo, introduzindo letras para substituir grandezas, trouxe uma nova fase no desenvolvimento do pensamento matemático, possibilitando conexões entre as diversas formas de representação do objeto em estudo.

Para Duval (2011), a Matemática é um campo de conhecimento em que normalmente as representações são priorizadas em relação ao objeto por não se ter acesso direto ao objeto matemático em estudo. A principal dificuldade em Matemática é a distinção entre o seu objeto e suas múltiplas representações. O funcionamento cognitivo do pensamento matemático tem como centro as representações semióticas.

[...] o que é o conhecimento matemático e sobre o que pode ter de diferente em relação aos outros tipos de conhecimento. [...] A análise do conhecimento não deve considerar apenas a natureza dos objetos estudados, mas igualmente a forma como os objetos nos são apresentados ou como podemos ter acesso a eles por nós mesmos. [...]. Ela está no coração do que chamamos compreensão e, em matemática, ela não pode se reduzir aos elementos de prova e justificação [...]. (DUVAL, 2011, p.15).

As representações semióticas possibilitam uma extensão dos debates, proporcionando um mundo amplo com suas diversas representações, criando novas notações e ampliando o conhecimento matemático, com possibilidades ilimitadas de acesso indireto aos objetos matemáticos, tão necessários a compreensão de todo o processo que faz parte do ensino-aprendizagem.

[...] as representações semióticas são as frases em linguagem natural, as equações, e não as palavras, os algarismos e as letras. São as figuras, os esquemas, os gráficos e não os pontos, raramente visíveis, ou os traços. Muitas vezes associamos os signos a essas unidades elementares de sentido, que são apenas caracteres para codificar: letras, siglas, algarismos, às vezes palavras-chave, ou os gestos da mão [...]. (DUVAL, 2011, p. 38).

A função dos registros de representações semióticas é comunicar principalmente o que não está claro para a grande maioria das pessoas. Através deles o pensamento, algo que não é óbvio, é comunicado. Durante as aulas, a comunicação, na maioria das vezes, se dá através da língua e esta não pode se reduzir a uma simples atividade de comunicação; ela desempenha uma função cognitiva com ideias fundamentadas, metodológicas, cognitivas e lógicas. As ideias metodológicas conduzem todo o discurso que poderá ser oral ou escrito e ambos se decompõem em unidades de sentido como palavras, algarismos, símbolos, formas e

outros. As operações discursivas podem levar a um discurso ou um discurso poderá levar a operações discursivas, tão solicitadas em Matemática.

[...] introduziram-se em larga escala, programas de atividades, métodos de projectos, várias formas de se maximizar a experiência não verbal na sala de aula e uma ênfase da “autodescoberta” e da aprendizagem para e através da resolução de problema, uma resposta à vasta insatisfação em relação às técnicas de instrução verbal [...] estas atividades surgiram sobretudo devido às inadequações gerais da instrução verbal, tal como praticadas na escola [...] as generalizações significativas não se podem apresentar ou “dar” ao aprendiz, mas apenas ser adquiridas como um produto da atividade de resolução de problema [...] as tentativas para se dominarem os conceitos e as proposições verbais são formas de verbalismo vazio, a não ser que o aprendiz possua uma experiência anterior recente com as realidades concretas a que se referem estas construções verbais. (AUSUBEL, 2000, p. 6).

Assim, as operações verbais dos alunos são determinantes para a produção do conhecimento matemático, no momento em que buscam identificar conceitos bem estruturados que possam servir como conectores entre novas ideias. Estas só serão socializadas através dos registros de representações, possibilitando assim o diálogo para maior compreensão, reflexão e construção do conhecimento.

A análise cognitiva da atividade matemática estuda os problemas e os processos de compreensão em matemática. Mas, os critérios da compreensão não são exatamente do ponto de vista cognitivo e matemático. Do ponto de vista matemático, a compreensão começa com o que denominamos, [...] “justificação”, “prova”, “demonstração”. Do ponto de vista cognitivo, duas condições maiores são necessárias para que possamos falar em compreensão. [...] para que possamos reconhecer os objetos estudados por meio de suas múltiplas representações ou manifestações possíveis e, de outro lado, para que possamos por nós mesmos tomar a iniciativa de exploração dos objetos estudados e controlar sua pertinência. (DUVAL, 2011, p. 65).

De acordo com Duval (2011), se for realizada uma análise da atividade cognitiva quando se estuda Matemática, deve-se considerar duas questões imprescindíveis, que são: o modo de acesso aos objetos matemáticos e a natureza da atividade Matemática. O critério de realidade é diferente daquele trabalhado empiricamente, possível de ser construído. Quando se observa o estudo feito por um aluno, em Física, Química, Geologia e em um curso de Matemática, pode-se verificar que não é apenas o objeto de estudo que o diferencia, são os encaminhamentos; ainda, o pensamento que está sendo trabalhado e explorado não são os mesmos. Além disso, é preciso considerar as representações que podem ser mobilizadas no momento que são explicitados os pensamentos, gestos intelectuais necessários para a realização de qualquer atividade Matemática.

Para Duval (2011), o conhecimento, em Matemática, começa quando não se adota a representação do objeto no lugar do objeto. Existem muitas representações para um mesmo objeto, em decorrência da diversidade de sistemas semióticos que permitem produzir várias representações; estas mudam de acordo com o ponto de vista considerado e os sistemas considerados.

De acordo com Duval (2009), a Matemática, de um modo geral, é um campo privilegiado para analisar atividades cognitivas. As atividades cognitivas fundamentais como conceitualização, raciocínio, resolução de problema e compreensão de textos requerem a utilização de sistemas de expressão e representação além da linguagem natural ou das imagens. Como o objeto de estudo na Matemática não é acessível ao sujeito de forma concreta, ele precisa ser representado e a utilização de diversos meios de representação é essencial para o desenvolvimento da atividade cognitiva.

[...] não se pode ter compreensão em matemáticas, se nós não distinguimos um objeto de sua representação. É essencial jamais confundir os objetos matemáticos, como os números, as funções, as retas, etc., com suas representações, quer dizer, as escrituras decimais ou fracionárias, os símbolos, os gráficos, os traçados de figuras... porque um mesmo objeto matemático pode ser dado através de representações bem diferentes. (DUVAL, 2009, p. 14).

Durante o estudo de funções, quando se utiliza um sistema de eixos coordenados, pode-se fazer conexões entre as equações (representações algébricas) e suas representações gráficas porque diferentes termos de uma equação informam características das figuras geométricas representadas graficamente.

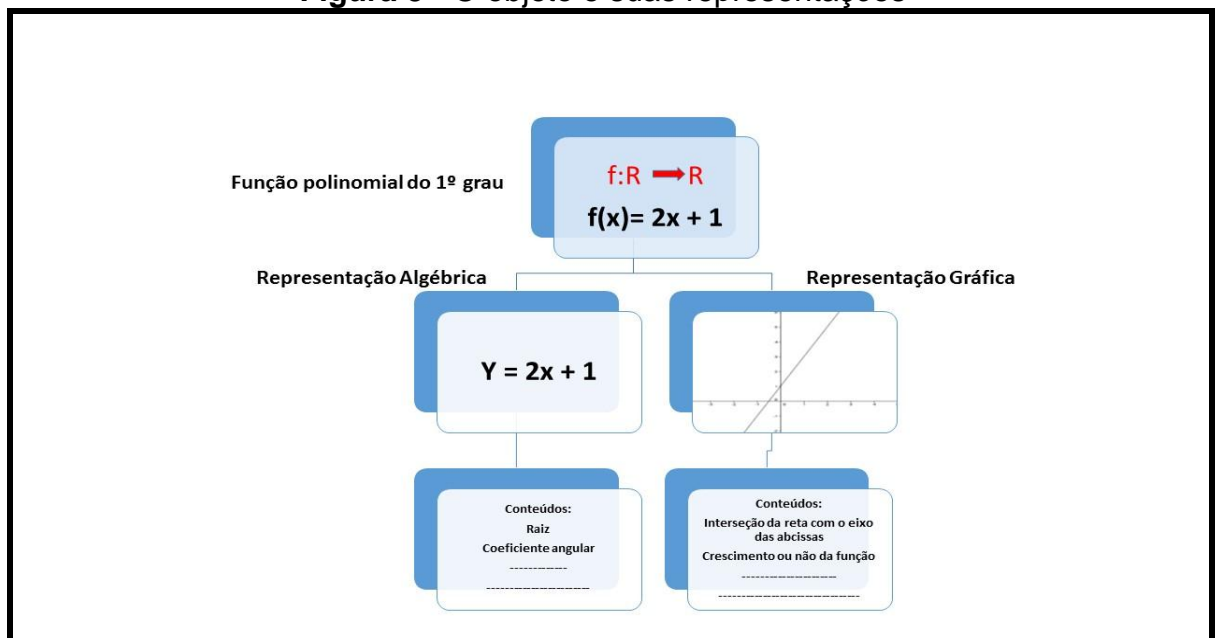
Os termos da equação trazem informações sobre a figura que ela representa. Ao analisar os dois tipos de representação, o ideal é que o pensamento matemático funcione simultaneamente. Pode-se pensar na equação da reta e sua representação gráfica em um sistema de eixos coordenados. Na equação (representação algébrica), a organização é fundamentada na sucessão de uma sequência de termos e as unidades de sentido são os termos; na reta representada graficamente, a organização é fundamentada em uma apreensão bidimensional simultânea onde não há uma ordem para a leitura e as unidades de sentido são as qualidades visuais de um traçado.

É importante observar que as representações do objeto representado são diferentes. Embora funcionem em sinergia, os sistemas semióticos também são

diferentes, pois se tem uma representação algébrica e uma representação gráfica. O que mais importa nas representações semióticas é a potencialidade intrínseca que existe em cada uma delas de serem transformadas em outras, porque em Matemática é fundamental colocar as representações em correspondência.

Segundo Duval (2011), falar sobre os conteúdos de uma representação é falar de uma relação complexa, pois o conteúdo depende do tipo de representação utilizada e do objeto representado, como é possível observar na Figura 3. As variações de conteúdos entre as representações de um registro devem ser colocadas em correspondência.

Figura 3 - O objeto e suas representações



Fonte: Arquivo da professora (P).

Representações diferentes de um mesmo objeto envolvem conteúdos diferentes; isto gera uma dificuldade cognitiva. Se as representações são heterogêneas, seus conteúdos mobilizam unidades de sentido de natureza diferentes⁶, dificultando assim que o objeto seja reconhecido. Neste caso, é necessário colocar as unidades de sentido em correspondência para facilitar o pensamento matemático; este consiste na mobilização de conceitos e utilização das capacidades comuns de raciocínio. Para isso, depende das representações semióticas mobilizadas e das etapas do pensamento matemático.

⁶Unidades de sentido de naturezas diferentes podem ser exemplificadas por: palavras, símbolos, formas 2d e 3d,...

Diante das representações semióticas, da importância dos registros dessas representações para o pensamento matemático e da utilização de *softwares* nas aulas de matemática, especificamente durante o estudo das funções, deve-se considerar que, segundo Duval (2011), da máquina de Turing até o surgimento do primeiro computador, chegando aos anos de 1970 com a microinformática até 1990, ocorreram mudanças acentuadas em todos os setores da sociedade e nas aulas de Matemática, especificamente o quadro negro, o papel e a caneta começaram a ser substituídos pelo monitor e teclado. Algumas considerações importantes são feitas pelo autor no que se refere à utilização de computadores e *softwares* nas aulas de Matemática.

Os computadores não constituem um novo registro de representação [...] as representações que elas exibem são as mesmas que aquelas produzidas graficamente no papel para uma apreensão visual. [...] eles constituem um modo fenomenológico de produção radicalmente novo [...] as representações semióticas não discursivas tornam-se manipuláveis como objetos reais [...]. (DUVAL, 2011, p. 137).

“O que é matematicamente essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação” (DUVAL, 2011, p. 68). A atividade Matemática mobiliza, explicitamente ou não, dois tipos de transformações, que são os tratamentos e conversões.

Os tratamentos são atividades cognitivas que acontecem internamente, obedecendo a regras que expandem suas informações e favorecem outra representação, mas sempre no mesmo registro.

Dada a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, com $f(x) = x + \frac{1}{4}$, quando é solicitado ao aluno que encontre o valor de $f(1/2)$, temos como exemplo a resolução da expressão aritmética $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$, que para ser resolvida é necessário o conhecimento de regras próprias e seu resultado se encontra no mesmo registro, não é necessário mudar o registro para resolver, só é necessário um tratamento.

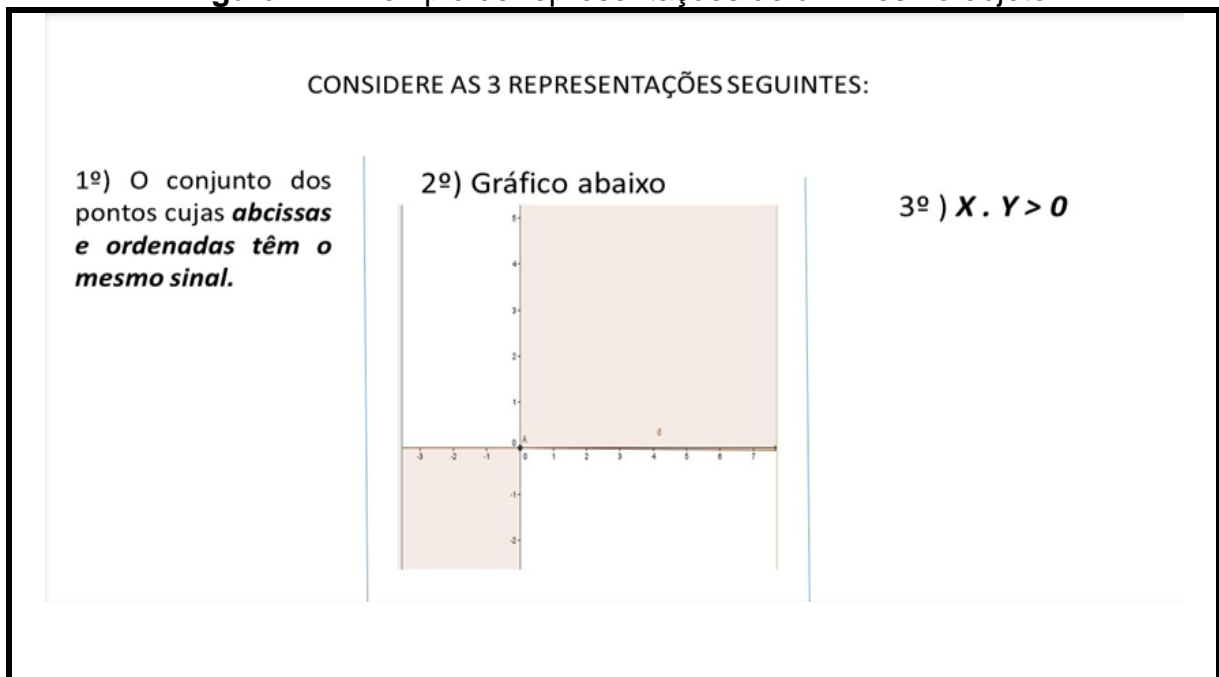
As conversões transformam as representações dadas em um registro em outro registro, diferente do inicial. Pensando o registro exemplificado anteriormente, pode-se converter a escrita fracionária em escrita decimal.

As conversões e os tratamentos constituem a dinâmica cognitiva de toda atividade Matemática. As operações que permitem transformar uma representação dada não dependem apenas do conteúdo ou de uma simples aplicação de regras; dependem do tipo de representação. Elas são determinantes para o processo de compreensão e conseqüentemente da Aprendizagem.

A passagem de um sistema de representação a um outro ou a mobilização simultânea de vários sistemas de representação no decorrer de um mesmo percurso, fenômenos tão familiares e tão frequentes na atividade matemática, não têm nada de evidente e de espontâneo para a maior parte dos alunos e dos estudantes. Estes, frequentemente, não reconhecem o mesmo objeto através das representações que lhe podem ser dadas nos sistemas semióticos diferentes: a escrita algébrica de uma relação e sua representação gráfica, a escritura numérica de um relatório e sua representação geométrica sobre uma reta ou no plano [...] de maneira mais significativa, uma tal separação persiste mesmo após, no processo de ensino, tendo sido bastante utilizados esses diferentes sistemas semióticos de representação. (DUVAL, 2009, p. 18).

Normalmente não se presta muita atenção a esta separação, que ocorre no processo de ensino, entre os sistemas semióticos de representação. Existe um distanciamento considerável entre os enunciados representados de formas diversas, mesmo referentes ao mesmo problema. Isto reflete uma distância cognitiva que separa as representações de um mesmo objeto, em registros diferentes. Observe a Figura 4.

Figura 4 – Exemplo de representações de um mesmo objeto



Fonte: Duval (2011, p. 122).

As três representações consideradas no exemplo da Figura 4 não são congruentes; assim, seus conteúdos receptivos não apresentam os elementos comuns que podem ser colocados em correspondência. Segundo Duval (2011), entre as expressões “*mesmo sinal*” e “ >0 ” não existe nenhuma congruência. Neste caso, os únicos elementos que podem ser colocados em correspondência

“concernem às menções e ao traçado das abcissas e das ordenadas”. Para a expressão “ >0 ”, a interpretação congruente é “*maior do que 0*”.

As variações de congruência e não congruência mostram *que não existe nenhum isomorfismo entre as representações de um objeto matemático em um registro e suas possíveis representações nos outros registros*. O fato de as conversões de representações serem operações cognitivas não reversíveis corrobora esse dado fundamental para a análise do funcionamento cognitivo do pensamento em matemática. (DUVAL, 2011, p. 124).

Quando um objeto matemático é representado em um registro e, em seguida, em outro, as variações de congruência, ou não, independem da existência de isomorfismo; se nas suas diversas formas de representação sua estrutura não é preservada, não existe isomorfismo⁷.

Para Duval (2011), para cada registro existe um funcionamento semiótico específico; para a passagem de um registro em outro é exigido um desenvolvimento de coordenação entre dois registros, pelo menos.

É importante considerar que a análise do funcionamento cognitivo em relação a um registro específico é feito com referência a um segundo registro; logo, a distância cognitiva entre eles se torna menor. Conseqüentemente, as variações dos conteúdos entre as representações de um registro em outro devem ser colocados em correspondência.

No caso da visualização gráfica e da escrita algébrica, optando por analisar o registro da língua natural, encontra-se uma distância cognitiva entre elas, uma vez que os conteúdos dos registros são diferentes. A língua natural é utilizada em Matemática como registro, principalmente para definir teoremas, justificar soluções e efetuar raciocínios matemáticos, mas de forma diferente da praticada fora da Matemática. Isto é um grande problema, razão da importância de se trabalhar a linguagem matemática através da linguagem natural. Todas estas questões devem ser consideradas quando se pretende construir e aplicar uma proposta metodológica para estudar um objeto específico da Matemática, com o propósito de se obter uma Aprendizagem Significativa.

Aprendizagem Significativa está diretamente voltada à estrutura cognitiva do sujeito, as ideias bem estruturadas, bem fundamentadas. Em Matemática, por não se ter acesso ao objeto do estudo, as representações semióticas são

⁷É uma transformação linear $T: A \rightarrow B$ onde T é uma bijeção linear entre A e B . Suas estruturas são preservadas, são indistinguíveis; pode-se provar uma propriedade em um espaço conhecido e esta propriedade vale para o outro se forem dois espaços isomorfos.

imprescindíveis por possibilitar seu acesso para que ocorra comunicação, diálogo, compreensão. O pensamento ou ideias, bem elaboradas ou não, só são acessíveis através de seus registros de representação semiótica; logo, não se pode pensar em Aprendizagem em Matemática e Aprendizagem Significativa sem considerar os registros de representação semiótica.

2.5 APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

A todo o momento, o homem é obrigado a tomar decisões. E estas são frutos do que se quer ou/e do que se deve fazer. Quando as ações são realizadas com base no que está estabelecido e é resultado de ações conscientes que envolvem aceitação social, hábitos e atitudes realizadas pela grande maioria, a impessoalidade se sobrepõe a uma participação ativa, gerando ações de simples execuções.

Se a sociedade através da escola busca uma proposta inovadora, em que o foco é a humanização dos sujeitos envolvidos, ela se torna um espaço de produção, de conhecimento⁸, dando significado e sentido às ações realizadas por cada um dos sujeitos; assim, a cognição emerge como elemento básico a ser considerado, porque é um processo onde se dá sentido e significado as ações realizadas, envolvendo tudo o que cada um vivencia, a realidade do sujeito.

A filosofia cognitivista trabalha com os processos mentais e defende que a estrutura cognitiva é construída ao longo do tempo, na medida em que o sujeito interpreta e representa o mundo a sua volta de acordo com suas vivências, experiências, saberes e conhecimentos. Este processo é contínuo e dinâmico e ocorre na estrutura cognitiva onde se encontram ideias, significados que ancoram novas ideias, que modificam e são modificadas pelos pontos de ancoragem.

A teoria cognitivista de David Ausubel se preocupa com a compreensão, transformação, armazenamento e todos os aspectos relevantes que envolvem o conhecimento e o uso das informações existentes e acolhidas na estrutura cognitiva do sujeito. Para Ausubel (2000), o conhecimento significativo pode ser definido como o produto de um processo psicológico cognitivo, o qual envolve a interação entre ideias “logicamente” significativas, “ancoradas” importantes da estrutura cognitiva do

⁸Entende-se como o resultado de um processo de interação entre ideias bem estruturadas e organizadas na estrutura cognitiva do sujeito, resultado de um processo contínuo e dinâmico.

aprendiz e o “mecanismo” mental deste sujeito, fazendo-o adquirir e construir conhecimentos de modo significativo.

Para Ausubel (2000), o conhecimento é significativo por definição. Se a Aprendizagem Significativa é um processo em que novas ideias se relacionam com aspectos relevantes, bem estruturados na mente humana, se não houver interação entre ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva do aprendiz e novas ideias que são apresentadas, não irá estabelecer relações e não ocorrerá construção do conhecimento⁹. Em contextos escolares de sala de aula muitos dos conceitos considerados da teoria levam a uma profunda reflexão sobre o que é ensinar e aprender. O conceito de Aprendizagem é basilar para a Psicologia e para a Pedagogia; envolve variáveis, sujeitas a fatores externos, internos, individuais e sociais. No século XX, as teorias psicopedagógicas que marcaram a época foram o Neo-behaviorismo de Skinner, em que a base dos seus trabalhos era o comportamento animal, mas com aplicações a conduta humana, e Cognitivismo (construtivismo social) de Bruner, que tinha como foco observações de crianças em situações de Aprendizagem.

O Neo-behaviorismo trabalhava a dimensão quantitativa dos saberes, onde os conteúdos e as tarefas eram parceladas. Existia uma hierarquização dos conhecimentos a serem adquiridos de forma sequencial e linear, cumulativa, sem visão de conjunto na grande maioria das vezes. Pode-se fazer um comparativo em relação às teorias cognitivistas e perceber que a grande diferença se concentra nos processos cognitivos onde compreender, dar sentido e saber usar o que se aprende é a base da teoria no que se refere à Aprendizagem. No modelo pedagógico Neobehaviorista de Skinner, o aluno tem o papel passivo e o professor se torna executor dos objetivos propostos; nele, o processo de retenção e transferência está presente. Nessa época, começa a se falar sobre a necessidade de ensinar aos alunos o processo de aprendizagem “*ensinar a aprender*”. Surge Bruner com sua teoria evolucionista, incorporando aspectos cognitivos de Piaget, acrescentando o contexto cultural, colocando a linguagem como fator importante no processo. Assim, a ferramenta intelectual que proporciona pensamento e interação é a linguagem.

A teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel foi apresentada em 1963 em sua obra *Psicologia da Aprendizagem Verbal Significativa (The Psychology*

⁹Termo reservado para as memórias significativas, apreendidas a longo prazo e de forma significativa e organizada.

of *Meaningful Verbal Learning*, 1963), momento em que predominavam as ideias behavioristas¹⁰, e inspirou muitos educadores insatisfeitos. Não se considerava as ideias bem elaboradas existentes na estrutura cognitiva do aprendiz como ponto de partida. Acreditava-se que os alunos aprendiam se alguém os ensinasse e que o meio tinha uma grande influência sobre o sujeito.

[...] apresentar uma teoria cognitiva de aprendizagem significativa em oposição a uma aprendizagem verbal por memorização. Baseava-se na proposição de que a aquisição e a retenção de conhecimentos (particularmente de conhecimentos verbais, tal como por exemplo na escola ou na aprendizagem de matérias) são o produto de um processo activo, integrador e interactivo entre o material de instrução (matérias) e as ideias relevantes da estrutura cognitiva do aprendiz, com as quais as novas ideias estão relacionadas de formas particulares. [...] necessidade de resposta ao colapso [...] da orientação teórica neobehaviorista da aprendizagem durante os últimos quarenta anos; [...]. (AUSUBEL, 2000, p. 11)

Para David Ausubel, aprender de forma significativa é ampliar e (re)organizar ideias, relacionar conteúdos e acessar novas ideias. No contexto de sala de aula o ensino deve levar em conta a história de vida dos sujeitos, pois ao longo dela muitos saberes, vivências e conhecimentos foram construídos; assim, o professor terá condições de criar situações que favoreçam a aprendizagem, condição defendida por Ausubel (2000) no momento em que ele coloca condições básicas para sua ocorrência como: o material a ser aprendido seja potencialmente significativo, que se relacione de forma lógica com as ideias bem estruturadas de conhecimentos existentes e que o aprendiz se predisponha a aprender relacionando novas ideias com as já existentes de maneira não literal e não arbitrária. Se a intenção do aprendiz for simplesmente de memorizar, tanto o processo de aprendizagem como o resultado obtido serão mecânicos, sem significado; no caso de o material não ser potencialmente significativo, independente da predisposição do aluno em aprender, não ocorrerá Aprendizagem Significativa e sim, mecânica.

A Aprendizagem mecânica se dá quando novas informações são apresentadas e o sujeito não as relaciona com as ideias bem estruturadas já existentes na sua estrutura cognitiva ou as relacionam de forma muito fraca, com pouca ou nenhuma interação.

A Aprendizagem Significativa pressupõe existência de conhecimentos prévios na estrutura cognitiva do aprendiz, mas nem sempre estes conhecimentos estão presentes; neste caso, a aprendizagem mecânica se faz necessário. Isto é muito

¹⁰Que acredita na mudança de comportamento baseada em estímulos. Para cada grupo de estímulos o indivíduo produz um comportamento diferente, de certa forma previsível.

comum quando se trata de algo absolutamente novo. Na medida em que estes conhecimentos se organizam, inicialmente de forma pouca elaborada, até que novos conhecimentos venham a se relacionar com eles, neste momento começam a se tornar significativos.

[...] Ausubel não estabelece a distinção entre aprendizagem significativa e mecânica como sendo uma dicotomia, e sim como um continuum. Da mesma forma, essa distinção não deve ser confundida com a que há entre aprendizagem por descoberta e aprendizagem por recepção. Segundo Ausubel, na aprendizagem por recepção o que deve ser aprendido é apresentado ao aprendiz em sua forma final, enquanto que na aprendizagem por descoberta o conteúdo principal a ser aprendido é descoberto pelo aprendiz. Entretanto, após a descoberta em si, a aprendizagem só é significativa se o conteúdo descoberto relacionar-se a conceitos subsunçores relevantes já existentes na estrutura cognitiva. Ou seja, por recepção ou por descoberta, a aprendizagem é significativa, segundo a concepção ausubeliana, se a nova informação incorporar-se de forma não arbitrária e não literal à estrutura cognitiva. (MOREIRA; MASINI, 2011, p. 19).

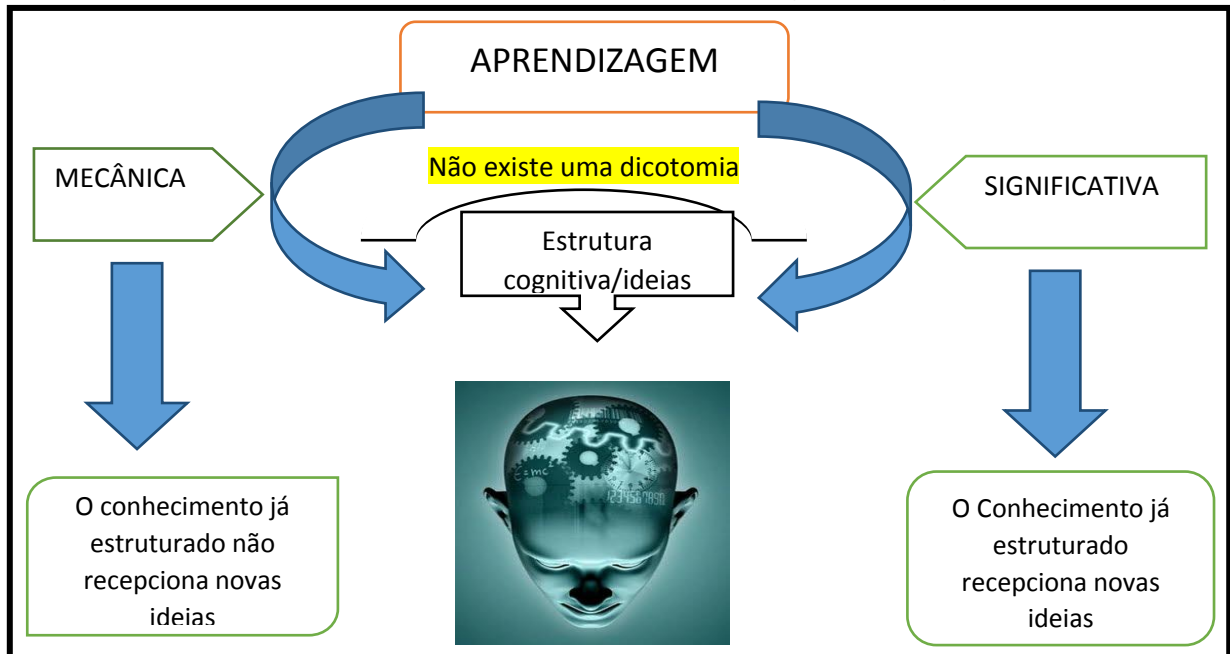
É importante considerar que a teoria de David Ausubel, representante do cognitivismo, trata da aprendizagem cognitiva, mas reconhece a afetiva e a psicomotora. Propõe uma teoria para explicar como se dá o processo de Aprendizagem do ponto de vista cognitivista, embora considere a experiência afetiva muito importante no processo da Aprendizagem. Ele parte do pressuposto de que existe uma estrutura cognitiva; nela ocorre uma organização e integração de ideias. Assim, a aprendizagem ocorre da seguinte forma: novas ideias são acolhidas ou não na estrutura cognitiva do sujeito; quando elas se relacionam com ideias preexistentes, bem estruturadas, elas interagem modificando as existentes e sendo modificadas por elas. Quando novas ideias não são recepcionadas, neste momento a aprendizagem se dá de forma mecânica, mas como o processo é contínuo ela poderá, ao longo do tempo, torna-se bem elaborada.

A interação entre conhecimentos prévios e novos conhecimentos é o que caracteriza a Aprendizagem Significativa. Durante o processo, se dá a aprendizagem os novos conhecimentos adquirem significado e os conhecimentos já existentes obtêm uma maior estabilidade cognitiva; ao longo do processo, novas aprendizagens significativas vão ocorrendo e estas ideias que serviram como âncoras vão adquirindo muitos outros significados, capazes de cada vez mais servir de ideia-âncora para outras novas ideias.

Imaginando o processo de aprendizagem com base na teoria da Aprendizagem Significativa, tem-se o recorte exemplificado na Figura 5. O recorte foi realizado para possibilitar um melhor entendimento, porque o processo ocorre em

um contexto onde diversos fatores influenciam e sofrem influência. São várias conexões em um contexto amplo, complexo, contínuo, com todas as ideias conectadas se (re)estruturam, se (re)constroem a todo o momento.

Figura 5 - Recorte sobre o processo da aprendizagem no cognitivo do sujeito



Fonte: Arquivo da professora (P).

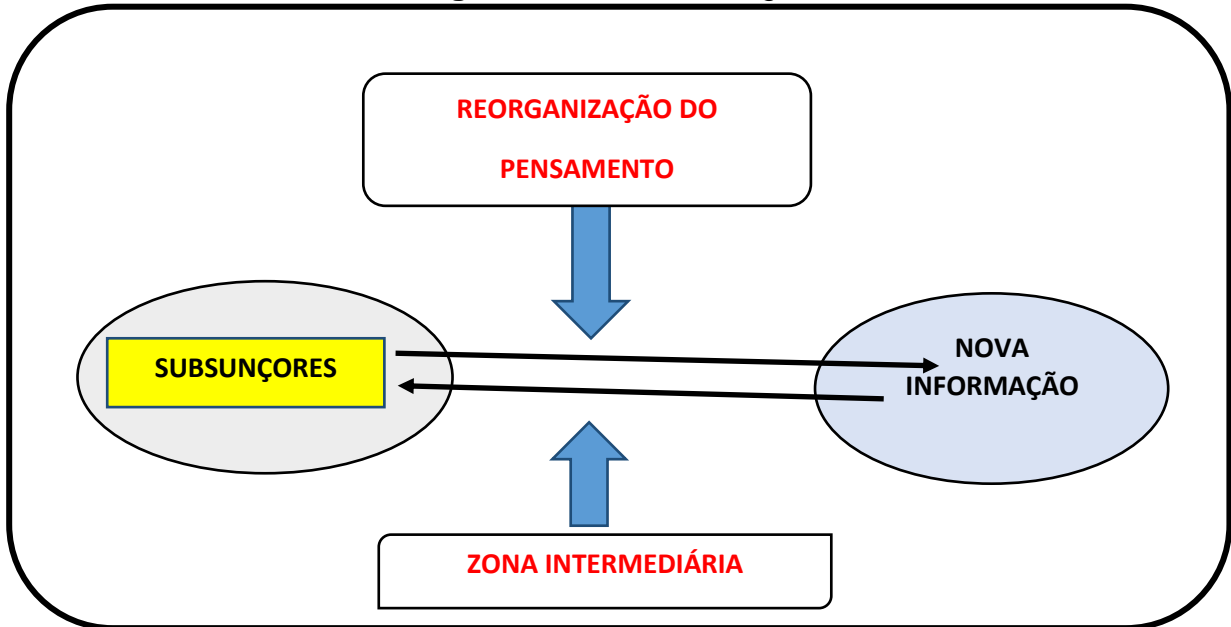
Se na estrutura cognitiva do sujeito ocorre o processo de construção do conhecimento e este é contínuo e cíclico, esta dinâmica impede a existência de uma separação durante o processo. Assim sendo, não existe uma dicotomia entre a aprendizagem mecânica e a aprendizagem significativa; o processo se dá numa zona intermediária.

[...] atenção de Ausubel está constantemente voltada para a aprendizagem, tal como ela ocorre na sala de aula, no dia a dia da grande maioria das escolas. Para ele, o fator isolado que mais influencia a aprendizagem é aquilo que o aluno já sabe (cabe ao professor identificar isso e ensinar de acordo). Novas ideias e informações podem ser aprendidas e retidas na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, dessa forma como ponto de ancoragem às novas ideias e conceitos. Entretanto a experiência cognitiva não se restringe à influência direta dos conceitos já aprendidos sobre componentes da nova aprendizagem, mas abrange também modificações relevantes nos atributos da estrutura cognitiva pela influência do novo material. (MOREIRA, 2011, p. 160).

Quando na estrutura cognitiva do aprendiz existem conceitos relevantes e inclusivos que interagem com novas informações de forma clara, estes são ditos subsunçores. Esta interação se dá na zona intermediária, Figura 6, onde o aprendiz reorganiza suas ideias e reestrutura seu pensamento até que estes subsunçores se

tornem cada vez mais bem elaborados e façam parte da estrutura cognitiva para recepcionar novas ideias.

Figura 6 – Estrutura Cognitiva



Fonte: Arquivo da professora (P).

O conhecimento é gerado, organizado, (re)organizado e difundido em um processo cíclico e contínuo. Ele sofre influência de vários fatores que estão presentes na vida do indivíduo, como o emocional, intuitivo, sensorial e outros, além de cada nova informação.

De acordo com a concepção de David Ausubel, os novos conhecimentos devem se incorporar de forma não arbitrária, sendo logicamente significativos e não literal, assim o material a ser aprendido é considerado potencialmente significativo. Esta é uma condição básica, necessária, mas não suficiente. O aluno tem que ter predisposição para aprender. Se o aluno manifesta uma predisposição para relacionar as novas ideias que constam no material apresentado de maneira substantiva e não arbitrária e o material for potencialmente significativo, as condições para ocorrência de Aprendizagem Significativa estão satisfeitas, embora não poderá ser assegurada, porque se dá ao longo do processo e muitas variáveis e fatores interferem.

Independente de quão potencialmente significativo seja o material a ser aprendido, se o aluno pensa em memorizá-lo de forma arbitrária e literal, o resultado do processo de aprendizagem será mecânico; no caso do aluno com predisposição, se o material não for potencialmente significativo não irá ocorrer aprendizagem

significativa. É importante considerar que não se pode garantir a ocorrência da Aprendizagem Significativa, mas deve-se procurar evidências.

Segundo Moreira (2011), a compreensão de um conceito ou uma proposição implica em ser capaz de expressar significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis. Assim, uma das formas de se obter evidências de compreensão significativa e, conseqüentemente, Aprendizagem Significativa sobre o objeto em estudo, é utilizar problemas ou questões não familiares que para serem resolvidos requeiram um grande número de transformações do conhecimento existente; solicitar que diferenciem ideias que sejam relacionadas, mas não idênticas; que identifiquem elementos referentes a um conceito de uma lista que contenha elementos de conceitos diversos, mas similares ou proponha tarefas de aprendizagem sequencialmente dependentes e que não possam ser executadas sem o perfeito domínio da precedente.

Na Aprendizagem Significativa, a assimilação é sinônimo de ancoragem e facilita a retenção no processo de subsunção. Normalmente, um conceito mais inclusivo, já existente na estrutura cognitiva do aprendiz, ancora uma nova ideia mais específica e o resultado dessa relação é um produto interacional, (MOREIRA, 2011), o qual pode ser representado da seguinte forma: (nova informação assimilada por um conceito mais inclusivo) $a \longrightarrow A = a \longleftrightarrow A = a'A'$ (produto interacional durante um certo período de tempo é dissociável). Em um segundo estágio ocorre a assimilação obliteradora, onde as novas informações tornam-se, progressivamente e de forma espontânea, cada vez menos dissociáveis de suas ideias âncoras, até chegar um momento onde elas não se dissociam. No caso teríamos em um primeiro momento: $a'A' \longleftrightarrow a' + A' \longleftrightarrow (aA)' = K$ (subsunção modificado), (MOREIRA, 2011).

Em toda Aprendizagem Significativa ocorre assimilação obliteradora, é inevitável; com o tempo, o produto das interações entre novas ideias e subsunções se tornam indissociáveis. Um dos propósitos no que se refere aos conteúdos de disciplinas acadêmicas é tornar o nível de assimilação obliteradora baixo, tornando o processo de aquisição de significados mais ativos. Se o produto da interação, com o tempo, se torna indissociável, a possibilidade de novas associações é diminuída.

Tem-se o caso que uma proposição potencialmente significativa a é assimilada sob uma ideia mais geral, inclusiva A . Neste caso se dá a subsunção subordinada e a Aprendizagem Superordenada. Pode-se exemplificar o caso dos

conjuntos numéricos. Inicialmente o aluno estuda o conjunto dos números naturais e depois que esta ideia está bem estruturada vem um conceito mais amplo que é o do conjunto dos números inteiros como uma nova ideia, mais inclusiva. Os conceitos existentes são subordinados e a aprendizagem é superordenada.

Quando ocorre Aprendizagem Significativa, considerando que a aprendizagem é um processo dinâmico e constante, os conceitos são elaborados e diferenciados a todo o momento em decorrência de sucessivas interações.

[...] ponto de vista ausubeliano, o desenvolvimento de conceitos é facilitado quando os elementos mais gerais, mais inclusivos de um conceito são introduzidos em primeiro lugar e, posteriormente então é progressivamente diferenciado, em termos de detalhes e especificidade [...]. (MOREIRA; MASINI, 2011, p. 29).

Durante a Aprendizagem Significativa podem ocorrer dois processos relacionados, que são a diferenciação progressiva, ligada a aprendizagem subordinada, e a reconciliação integrativa, relacionada às aprendizagens superordenada e combinatória. Ao se programar um conteúdo, deve-se levar em conta o princípio da diferenciação progressiva, neste, um conceito ou proposição é aprendido por subordinação.

[...] diferenciação progressiva é vista como um princípio programático da matéria de ensino, segundo o qual as ideias, conceitos, proposições mais gerais e inclusivos do conteúdo devem ser apresentados no início da instrução e, progressivamente, diferenciados em termos de detalhes e especificidades [...] é menos difícil para seres humanos captar aspectos diferenciados de um todo mais inclusivo previamente aprendido, do que chegar ao todo a partir de suas partes diferenciadas previamente aprendidas [...]. (MOREIRA, 2011, p. 169).

Para Ausubel (2000), a forma como o cérebro organiza suas ideias é bem estruturada e bem organizada e a organização do conteúdo de uma certa disciplina, na estrutura cognitiva do aluno é hierárquica, onde ideias mais inclusivas e gerais estão no topo e progressivamente as proposições e conceitos menos inclusivos e mais diferenciados são incorporados posteriormente. Estes princípios podem ser utilizados na prática através de organizadores prévios, que são materiais introdutórios, apresentados em um nível mais alto do que o material que deverá ser aprendido, em relação ao conteúdo, e funcionam como pontes cognitivas. Os organizadores prévios são estratégias utilizadas para manipular a estrutura cognitiva do aluno com o propósito de facilitar a Aprendizagem, mas só será efetivado através da mediação, elemento indispensável no processo de construção do conhecimento com base na teoria da Aprendizagem Significativa. Muitas vezes o conteúdo a ser

aprendido é relativamente familiar para o aluno e, neste caso, pode-se trabalhar com organizadores prévios comparativos, que deve servir para identificar conteúdo relevante na estrutura cognitiva do aprendiz e chamar atenção para esta relevância. Nunca deverá ser utilizado para uma simples comparação introdutória.

Os seres humanos interpretam experiências em termos de conceitos particulares e estes constituem os alicerces para a Aprendizagem por recepção significativa de proposições declarativas para a resolução de problemas.

[...] os conceitos possuem nomes, tal como no caso de objetos ou de acontecimentos particulares, é possível manipular, compreender e transferir mais rapidamente os conceitos com nome dos que os que não possuem. Os nomes dos conceitos adquirem-se através da aprendizagem representacional significativa depois de se terem adquirido os significados dos próprios conceitos [...]. (AUSUBEL, 2000, p. 2).

Segundo Ausubel (2000), a Aprendizagem Significativa de proposições verbais, depois de uma atividade potencialmente significativa, é semelhante a Aprendizagem dos significados das palavras, embora mais complexa; assim, a Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012) poderá identificar conceitos emergentes importantíssimos para o processo de construção do conhecimento com base na teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e poderá ser a base para uma avaliação do processo de Aprendizagem.

As atividades realizadas devem ser elaboradas com o propósito de serem potencialmente significativas para o aluno. Com base em proposições declarativas, utilizando a Metodologia de Emergência de Conceitos, são identificados conceitos emergentes; estes serão a base para a construção do conhecimento com o propósito de se obter uma Aprendizagem Significativa. Esta metodologia, aplicada ao término das atividades realizadas, poderá identificar prováveis subsunçores, que serão a base para a construção de novos conhecimentos.

2.6 METODOLOGIA DE EMERGÊNCIA DE CONCEITOS

A Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012) foi criada para análise cognitiva, identificação de conceitos emergentes e suas representações em um campo, chamado conhecimento. Para uma melhor compreensão, é necessário definir alguns termos utilizados por ele ao aplicá-la, como: conhecimento, complexidade, sistemas complexos, entes cognitivos e aprendizagem.

Conforme Pinheiro (2012), o conhecimento é um fenômeno multidimensional, onde o físico, psicológico, cerebral, mental, cultural e social fazem parte do contexto sistêmico em que ele se encontra. O conhecimento é gerado, organizado, (re)organizado e difundido em um processo contínuo. Ele sofre influência de vários fatores que estão presentes na vida do indivíduo como o emocional, intuitivo, sensorial e outros além de cada nova informação. Logo, as variáveis que poderão interferir no resultado do estudo são inúmeras, formando um sistema complexo que envolve um grande número de agentes com comportamento não linear, não podendo ser resultado do somatório do comportamento dos agentes individuais. O que se chama parte, pelo simples fato de ter sua própria existência em si mesmo, não pode ser vista como parte de um todo; assim, tem sua constituição própria, organização, regulação e realiza suas próprias operações.

Segundo Morin (2006), um sistema complexo de base não pode ser reduzido a unidades elementares e, neste caso, a unidade complexa é um sistema.

[...] características da complexidade aproximam o olhar sobre o conhecimento de uma rede de relações capaz de perceber a multirreferencialidade, o sentido holográfico do conhecer, as relações que legitimam a identidade e a vizinhança dos saberes. É percebido um movimento que permite tanto o mergulho nas especificidades dos conceitos quanto um afastamento para o entendimento das relações desses conceitos, aproximando o que é conhecer da sensível, do observável. (PINHEIRO, 2012, p. 27).

Em um sistema complexo, cada uma das partes que o compõe o todo estão conectadas de alguma forma e cada uma das partes apresenta um ou mais comportamentos como um todo; neste caso, o observador assume um importante papel; é ele quem constrói diferenciações internas para dar conta da complexidade.

Neste contexto, a representação do sistema ou parte do sistema é imprescindível para viabilizar seu estudo. Para estudar um sistema complexo é necessário optar por um tipo de representação, sendo a maneira mais natural por meio de uma rede constituída por um conjunto de itens conectados, onde cada um desses itens é chamado de vértices ou nós e as ligações entre os vértices ou nós, são chamadas de arestas. Em muitas redes é possível observar nós com um alto grau de ligações, conexões, estes são chamados HUBs (responsáveis pela interligação do sistema) e determinam estabilidade ou não do sistema e seu comportamento dinâmico.

Este sistema complexo que envolve diversos fatores como o social, cultural, pessoal, psicológico e natural, constitui um campo multidisciplinar, denominado

campo conhecimento. A fonte geradora que impulsiona o sujeito a uma dinâmica de troca de saberes na busca do conhecimento é chamada de ente cognitivo.

[...] campo conhecimento surge no contexto comunicacional, que é reconfigurado pelas fontes de cognição que denomino Entes cognitivos, os quais tencionam o contexto, fazendo emergir potenciais de saberes que, em contato com outros Entes cognitivos, possibilitam o surgimento de itinerâncias capazes de gerar um tráfego entre os potenciais de saberes, revelando assim a aprendizagem [...]. (PINHEIRO, 2012, p. 33).

Segundo Pinheiro (2012), as teorias da aprendizagem mais aceitas atualmente conduzem a uma percepção sócio-interacionista, possibilitando assim olhar e pensar o conhecimento como campo onde diversas linguagens permeiam este contexto fazendo emergir saberes. Para Pinheiro (2012), trafegar nesses saberes é a própria aprendizagem.

[...] o tratamento do conhecimento como algo que se revela e é posto à disposição, que remete a uma visão corpuscular de unidades-pacotes com os quais somos capazes de lidar por meio de retóricas, discussões e apropriações – já que esses pacotes são internalizados pelo sujeito e provocam reestruturações de conceitos até então cristalizados –, colocando-nos em um estado de vir a ser [...]. (PINHEIRO, 2012, p. 31).

A Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012) é utilizada para análise do processo de construção do conhecimento. A estruturação da emergência de conceitos definida a partir da Aprendizagem Significativa se dá através da articulação entre um analisador semântico, o TROPES¹¹ e um analisador de redes, o GEPHI¹², plataforma de visualização dos mais diversos tipos de redes, sistemas complexos e gráficos. Essa articulação é fruto da Análise de Emergência de Conceitos (AEC), uma proposta metodológica para análise cognitiva, (PINHEIRO, 2012), que possibilita a identificação de conceitos e suas relações.

O TROPES, a partir da análise semântica realizada, constrói universos de referências com esferas que tem como órbita um conceito central escolhido como referencial. A superfície esférica referenciada em cada um dos gráficos é proporcional ao número de vezes que a palavra escolhida foi citada no material utilizado para análise e a distância entre a esfera que representa o conceito central escolhido e as demais esferas é proporcional ao número de relações existentes entre elas no material analisado. Com base na análise semântica realizada, poderão ser escolhidos termos que farão emergir conceitos determinantes para a ocorrência

¹¹ Software especializado para análise semântica, comercializado pela Cyber Lex – Gestão da Informação e do Conhecimento Ltda, versão demonstrativa dispon.

¹² Programa em código aberto para Windows, desenvolvido para análise de rede e visualização. Este software é baseado na metodologia de softwares livres e está disponível em <http://gephi.org/>.

de significados com as conexões necessárias durante o processo de construção do conhecimento significativo. O TROPES, além de identificar estes termos, dá a frequência com que cada um dos termos escolhidos foi conectado. Com estes dados foi construído um arquivo para ser utilizado no GEPHI. Este arquivo, planilha, é construído de forma que os vértices e suas ligações já tinham sido previamente definidos. Nele, consta o número de vértices (nós) e número de ligações (edges). O arquivo, salvo no formato net, gera as redes no GEPHI.

O GEPHI dá um mapa de rede, útil para simplificar e explicar sistemas complexos. A disposição dos conceitos na rede é consequência da forma como os Entes Cognitivos¹³ constroem coletivamente o conhecimento. Neste contexto, o campo conhecimento se torna uma forma orgânica capaz de gerar aprendizagem e (re)significar o próprio currículo. A atuação dos Entes Cognitivos se desdobra em um navegar entre potenciais de saberes gerando aprendizagem em uma construção permanente do campo conhecimento. O conhecimento é potencializado em torno dos Entes Cognitivos que também são sistemas complexos que interferem no campo com seus saberes, impulsionando o processo em uma dinâmica de troca, gerando conhecimento.

As redes são dados estruturados de forma que as pessoas tenham condições de analisar suas conexões e possam classificar os atores envolvidos quanto a sua posição na rede. Eles podem ter uma posição central na rede ou de “ponte”. Os modelos de rede são muito úteis para compreendê-las; assim, a metodologia de análise de rede tem a sua importância.

[...] as expressivas disponibilidades de dados agregados pelas mediações tecnológicas têm despertado a atenção de pesquisadores [...] o mundo passou a ser estudado como rede [...] vértices passam a ser sinônimo de atores sociais e suas conexões são demarcadas como arestas. (RECUERO, 2015, p. 21).

A Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012) é utilizada para análise do estudo da função polinomial do 1º grau com o propósito de obter uma Aprendizagem Significativa. Neste sentido, Ausubel (2000) contribui com a identificação de termos que foram determinantes no processo de construção do conhecimento do objeto em estudo.

Para a teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, descobrir o que o aluno sabe, seus conhecimentos prévios, é determinante para o processo de

¹³Todos os atores que fizeram parte do processo de construção do conhecimento.

aprendizagem. Este saber é resultado de vivências; o homem está imerso em um ambiente que ele influencia e sofre influência do meio. Considerando o afetivo, predisposição para aprender, como condição determinante, Ausubel (2000) considera o social, psicológico, cultural e racional, além de todas as variáveis presentes que envolvem o homem no seu meio ambiente, local onde ele está inserido socialmente.

Fazendo uma correlação entre as considerações feitas por David Ausubel sobre as condições para ocorrência de Aprendizagem Significativa e a metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012), pode-se afirmar que o conhecimento pode ser tratado como um campo, os saberes poderão ser comparados com os conhecimentos prévios que estão sendo (re)significados a todo o momento e a aprendizagem, segundo Pinheiro (2012), constitui-se no tráfegar nesses saberes.

O conhecimento poderá ser definido como um campo, sistema complexo mais bem estruturado onde o sujeito o constrói a todo instante, mas cada uma dessas unidades com estruturas mais sólidas lhe dá condições de um tráfegar com mais consistência, fundamentação, propriedade.

2.7 AVALIAÇÃO PROCESSUAL INTERATIVA EM APRENDIZAGEM

O mundo atual vem sofrendo grandes transformações em decorrência das três grandes revoluções do momento: a ecológica, voltada ao ser integrado a natureza; a tecnológica, em que as mudanças na área da ciência e tecnologia vêm ocorrendo em uma velocidade nunca antes vista, refletindo diretamente na educação formal, principalmente no que se refere aos seus propósitos, como habilidades a serem desenvolvidas, o significado de aprender, ensinar e construir conhecimentos; por fim, a globalização, onde todos estão em uma posição de mútua dependência.

Os momentos de mudanças e grandes contestações são marcados por buscas de novas práticas que atentam ao contexto histórico e do momento vivido, o atual. Assim, as inovações constantes nos fazem seguir novos caminhos, (re)significando a educação e o papel da escola. Neste contexto, surgem alguns questionamentos como: o papel da escola é preparar para o mundo do trabalho simplesmente ou possibilitar o desenvolvimento de saberes para que os indivíduos

possam ser agentes transformadores e participativos de uma sociedade da qual fazem parte? A opção política pedagógica determina a prática educativa e avaliativa.

[...] escola, assim, é um lugar político-pedagógico que contribui para a interseção da diversidade cultural que a circunda e a constitui, sendo espaço de significar, de dar sentido, de produzir conhecimentos, valores e competências fundamentais para a formação humana dos que ensinam e dos que aprendem. [...] o papel da avaliação é acompanhar a relação ensino e aprendizagem para possibilitar as informações necessárias para manter o diálogo entre as intervenções dos docentes e dos educandos. (DA SILVA; HOFFMANN; ESTEBAN, 2012, p. 11).

Para da Silva, Hoffmann e Esteban (2012), o paradigma das aprendizagens significativas é um movimento que (re)significa o processo ensino-aprendizagem quando considera que o aluno tem potencial para aprender desde que se considere seus percursos, condicionados as suas vivências e diversidades socioculturais. Assim, conhecimento deve ser entendido como uma construção histórica e social dentro de um contexto, e não de forma isolada.

Se o conhecimento faz parte de um contexto histórico e social, o ensino não pode ser considerado, definido como um conjunto de ações que visa transmitir informações sobre determinado conteúdo, de forma linear, mecânica, fechada e pronta, do docente para o educando.

[...] o ensino [...] um processo de construção de significados, fundados nos contextos históricos em que se ensina e se aprende e, conseqüentemente, se avalia. [...] o espaço educativo se transforma em ambiente de superação de desafios pedagógicos que dinamiza e significa a aprendizagem, que passa a ser compreendida como construção de conhecimento e desenvolvimento de competências [...]. Entre as diversas perspectivas acerca do campo da avaliação educacional, trabalharemos com a formativa reguladora, que, por sua vez, insere-se numa prática pedagógica intelectual reflexiva transformadora [...] (DA SILVA; HOFFMANN; ESTEBAN, 2012, p. 12).

Quando se reconhece as diversas trajetórias de vida dos educandos, os objetivos são flexibilizados, os conteúdos, as avaliações e a forma de ensiná-los são questionadas, repensadas e reestruturadas. Vários questionamentos são considerados, como: Quem são os alunos? Quais os seus conhecimentos sobre o conteúdo que será trabalhado? Quais os seus interesses? Como deve ser ensinado determinado conteúdo? Diante de todas essas questões é fundamental que o professor tenha domínio e conhecimento amplo sobre o que será ensinado, sua relevância social e cognitiva para avaliar e materializar o material que constitui a avaliação de todo o processo de construção do conhecimento sobre o objeto estudado.

Todas estas questões levam a reflexões que fazem surgir ações que aproximam todos os envolvidos no trabalho docente, onde o diálogo surge como elemento indispensável para a construção do conhecimento.

“No paradigma educacional centrado nas aprendizagens significativas” (apoiado na pedagogia diferenciada e da autonomia), a avaliação é concebida como processo/instrumento de coleta de informações, sistematização e interpretação das informações, julgamento de valor do objeto avaliado através das informações tratadas e decifradas, e, por fim, tomada de decisão (como intervir para promover o desenvolvimento das aprendizagens significativas). [...] a avaliação é espaço de mediação/aproximação/diálogo entre formas de ensino dos professores e percursos de aprendizagens dos alunos. (DA SILVA; HOFFMANN; ESTEBAN, 2012, p. 15).

A avaliação consiste em acompanhar todo o processo de construção do conhecimento e tem como objetivo informar a todos os envolvidos no processo sobre os resultados das ações planejadas, possibilitando intervenções para atingir os objetivos propostos. Como a avaliação se dá ao longo de todo o processo, ela se materializa através dos instrumentos utilizados durante a construção do conhecimento. Dessa forma, eles são elaborados de maneira que garanta continuidade de forma lógica, buscando coerência didática e pedagógica, evitando fragmentação, dando uma ideia de integralidade e coesão.

[...] é imperativo lançar mão de um maior número de instrumentos avaliativos perpassando o trabalho pedagógico. Essa atitude possibilita coletar o máximo de informações possíveis em torno das aprendizagens e das histórias de vida dos aprendentes e das intervenções e das posturas dos docentes. [...] restringir a avaliação aos testes finais e aos aprendentes implica não avaliar certos aspectos dos estudantes como o desempenho oral, a capacidade investigativa e a participação em trabalhos em grupos, nem tampouco o desenvolvimento da aquisição dos conceitos testados finalisticamente e também não toma a intervenção didática como objeto da avaliação. (DA SILVA; HOFFMANN; ESTEBAN, 2012, p. 17).

Esta nova postura avaliativa, para ser efetivada, requer uma desconstrução da antiga prática avaliativa, quase por completo. Em um ensino onde prevalece a cultura memorística, para que ocorram as mudanças necessárias, é preciso um diálogo entre todos os envolvidos no trabalho docente para que reflitam sobre várias questões como: O que é avaliar? O que avaliar? Quando avaliar? Como e para que avaliar? As respostas para estas questões contribuem para uma fundamentação teórica e prática do fazer docente de forma consistente, sistemática e significativa.

[...] questões básicas constitutivas do conceber e do fazer avaliativo conduz os educadores a identificarem e usarem os três tipos de avaliação: a diagnóstica ou prognóstica, a reguladora e a somativa. A primeira dá as condições ao docente de identificar o que os alunos e as alunas sabem sobre algum prognóstico nas relações entre objetivos, conteúdos e

realidade sociocognitivos dos educandos. A segunda traz as informações para fazer as regulações no trabalho do professor e da professora em função do desenvolvimento dos aprendentes, conscientizando-os dos seus percursos de aprendizagens. A terceira dá o resultado integral e final, em um tempo pedagógico determinado da interação entre docentes/conteúdos/objetivos/metodologias/educandos. (DA SILVA; HOFFMANN; ESTEBAN, 2012, p. 19).

É necessário elaborar atividades avaliativas de acordo com as novas práticas educativas. Práticas inovadoras devem considerar as novas formas avaliativas vigentes. É necessário que haja coerência entre planejamento, ensino-aprendizagem e avaliação no contexto escolar.

Segundo Luckesi (2015), o processo avaliativo sempre esteve presente em toda prática pedagógica, causando grandes temores, pois ao longo do tempo ele sempre se referiu a cobranças feitas ao aluno. Isto vem gerando preconceitos e muitos questionamentos sobre o uso discriminatório e punitivo em relação aos seus resultados. Atualmente, novas questões têm sido levantadas, como: Que tipo de mudança deve ocorrer na prática docente do professor para que o aluno possa alcançar os objetivos pretendidos? Que atividades devem ser trabalhadas com aquele aluno? Por que aquele aluno cometeu tal erro ou usou aquela estratégia?

A prática da avaliação está presente em todo planejamento, embora ela nem sempre se encontre de forma sistematizada. Todo processo avaliativo se refere aos objetivos propostos, presentes na prática docente, sendo trazidos elementos como: competências, habilidades e atitudes a serem desenvolvidas e conceitos e procedimentos a serem construídos. Além dos aspectos cognitivos, muitos outros precisam ser desenvolvidos como competência para se trabalhar em grupo de forma colaborativa. Na Matemática, principalmente, o trabalho individual sempre foi muito valorizado, além de considerarmos grandes dificuldades de externalizar o pensamento matemático para um coletivo pensante, no momento onde não se tem acesso ao objeto que está sendo trabalhado, de forma concreta. Nestas condições, existe uma tendência de direcionar o diálogo para o indivíduo que se manifesta tentando explicitar seu pensamento, ideias, que necessariamente não refletem a ideia dos demais e muitas vezes o grupo não tem a clareza de perceber a diversidade das mesmas, suas causas e consequências, diferente daquela que está sendo discutida, esclarecida. Esta dificuldade obriga todos a trabalharem a Matemática por meio de representações, na tentativa de comunicar algo sobre o que está sendo estudado, tentando uma compreensão com significado.

[...] mapear a relação entre o ensino e as aprendizagens para um ajustamento do planejado, dos objetivos pretendidos, da intervenção docente em função das necessidades de aprendizagem dos educandos. [...] numa reflexão da relação entre o ensino da matemática e a prática avaliativa é importante se discutir desde uma análise *a priori* do planejamento até uma análise da produção dos alunos, intencionando compreender os seus distanciamentos e as suas aproximações. (DA SILVA, HOFFMANN; ESTEBAN, 2012, p. 67).

A avaliação, durante todo o processo de construção do conhecimento, auxilia o professor no sentido de possibilitar uma melhor compreensão sobre o desenvolvimento do seu trabalho. Desta forma, ele poderá planejar-avaliar-(re)planejar para atingir os objetivos pretendidos. Estes deverão estar bem claros e definidos no seu planejamento. Esse conjunto de atividades planejadas e articuladas com objetivo didático para alcançar os objetivos pretendidos em torno do estudo de um determinado conteúdo é o que se chama de sequência didática. A avaliação, durante sua elaboração, é de extrema importância; avaliar com base nos conceitos emergentes, identificados a partir da Metodologia de Emergência de Conceitos, irá possibilitar uma maior segurança no momento em que se elege os conceitos emergentes como futuros subsunçores para acolher e recepcionar novas ideias.

2.8 SEQUÊNCIA DIDÁTICA INTERATIVA

O aprender depende de um ensinar e o ensino só tem sentido quando visa uma Aprendizagem, no contexto de sala de aula. A construção do conhecimento ocorre em uma relação entre sujeitos em que o ensinar e aprender requer planejamento.

Denomina-se Sequência Didática o planejamento de procedimentos que envolvem atividades conectadas que deverão ser trabalhadas em etapas onde os conteúdos disciplinares explorados estão presentes de forma integrada, em uma proposta, com o objetivo de serem aplicados com dinamismo para se obter a produção esperada.

[...] sequência didática é um procedimento para sistematização do processo ensino-aprendizagem, sendo de fundamental importância a efetiva participação dos alunos. Essa participação vai desde o planejamento inicial informado aos alunos o real objetivo da realização da sequência didática no contexto de sala de aula, até o final da sequência para avaliar e informar os resultados. (OLIVEIRA, 2013, p. 41).

Se uma sequência didática está sendo construída, deve-se considerar questões fundamentais para professores e alunos no processo de construção do conhecimento, que são: o aprender, o ensinar e o avaliar, que deverão estar presentes, descritos de forma clara.

Considerando o aprender com base na teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, o aluno aprende significativamente ou não; quando ele é capaz de utilizar os conhecimentos supostamente aprendidos em situações diversas fazendo conexões com novas ideias que são apresentadas, pode-se afirmar que ele obteve uma Aprendizagem Significativa; quando isto não acontece, a Aprendizagem se deu mecanicamente. Se o propósito é obter uma Aprendizagem Significativa, o ensinar é dar oportunidade para que os alunos possam construir o conhecimento sobre o objeto em estudo; o professor tem o papel de mediador no processo, respeitando as características psicossociais e cognitivas dos alunos. Neste contexto, a avaliação deverá ocorrer ao longo de todo o processo, mas priorizando dois momentos: o inicial – para investigar os conhecimentos prévios e, a partir deles, aplicar atividades; e o final, para se ter uma visão geral dos resultados e obter subsídios para elaboração de novas sequências, com atividades partindo de conceitos emergentes, identificados durante o estudo, prováveis subsunçores que irão receber novas ideias.

A sequência didática irá ajudar na condução das ações previstas com objetivos bem determinados, especificando-os de forma clara e direcionando todos os envolvidos no processo, para futuras ações.

Segundo Oliveira (2013), a Sequência Didática, atualmente, adota os seguintes passos: escolha do tema a ser trabalhado, questionamentos para problematização do assunto a ser trabalhado, planejamento dos conteúdos, objetivos a serem atingidos no processo ensino-aprendizagem e delimitação da sequência de atividades, levando-se em consideração a formação de grupos, material didático, cronograma, integração entre cada atividade e etapas, além da avaliação dos resultados.

Ela deverá ser elaborada em etapas; inicialmente, a proposta para cada uma delas está descrita da seguinte forma: 1ª etapa – é o momento reservado para conversar sobre o tema a ser trabalhado, sua importância e aplicabilidades; deve-se sugerir que o estudo seja realizado em grupo, ouvir a opinião dos alunos; solicitar uma pesquisa sobre o tema a ser estudado para ser discutido e apresentado.

Este primeiro momento é de grande importância para a continuidade do trabalho. Seus resultados irão dar embasamento às outras atividades, pois é através dele que é utilizada a Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012), a partir da qual serão identificados os conhecimentos prévios sobre conceitos necessários para dar continuidade ao processo de construção do conhecimento, imprescindíveis quando se trabalha com base na teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.

Na 2ª etapa consta uma aula expositiva, mas participativa, com apoio do livro didático para dar embasamento teórico sobre o tema a ser estudado.

Na 3ª etapa, deve-se trabalhar o embasamento teórico com realização de atividades. O ambiente criado para este momento deve possibilitar uma maior interação entre as diversas representações do objeto em estudo. Todo o material de pesquisa que os alunos tiverem acesso, sem restrições, deve ser disponibilizado. Todas as atividades serão realizadas com a mediação da professora, que irá conduzir toda a construção, realização das atividades.

A 4ª etapa é reservada para a apresentação dos trabalhos e é importante que seja solicitado a cada um dos grupos um relatório que deverá ser entregue, constando a descrição da forma como as atividades foram realizadas, explicando cada um dos passos e o porquê dos procedimentos.

Este momento terá grande importância, pois todo o material elaborado por cada um dos grupos será utilizado para uma análise cognitiva com base na Metodologia de Emergência de Conceitos. Os resultados servirão de base para o prosseguimento do estudo.

A 5ª etapa será o momento de socialização, com uma proposta de seminário e fechamento, formalizando o conteúdo estudado.

A sequência didática é o meio de sistematizar todo planejamento que envolve o trabalho do professor no contexto de sala de aula. Durante a sua construção, em etapas, questões fundamentais como o aprender, o ensinar e o avaliar deverão ser consideradas para que a sua aplicação atenda aos propósitos pela qual foi criada: construir conhecimento sobre o objeto a ser estudado, no século XXI.

3 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

O objetivo da pesquisa foi propor uma metodologia para construir e aplicar uma sequência didática com base na teoria da Aprendizagem Significativa e na Metodologia de Emergência de Conceitos para o estudo da função polinomial do 1º grau.

Quando se pensa em metodologia, para ser construída, aplicada e avaliada de maneira que atenda aos propósitos educacionais do século XXI, questões referentes ao contexto sociocultural, aos sujeitos envolvidos e recursos tecnológicos disponíveis deverão ser consideradas.

A pesquisa foi realizada com base nas aulas sobre função polinomial do 1º grau e seguiu um planejamento, uma sequência didática, que para ser construída muitos estudos foram realizados. Durante sua elaboração, várias questões surgiram, gerando muitos conflitos.

Como construir uma sequência didática para ser efetivamente aplicada, em um momento específico, com objetivos bem determinados? Pensar na educação e seu contexto social, na escola e seus propósitos, nos alunos e sua realidade, nos professores e sua formação, na tecnologia e suas possibilidades, na Matemática, na Álgebra e suas dificuldades, nas teorias da Aprendizagem que atendam aos propósitos educacionais atuais e da pesquisa, foi o caminho percorrido para elaborar a proposta metodológica.

Para entender estas questões foi preciso conhecer o significado de aprender e ensinar nos dias atuais e, conseqüentemente, como deve ser a postura do professor na sala de aula com a presença das TIC, fazendo parte de forma constante e intensa em nossas vidas.

[...] capacidade de aprender, de que decorre a de ensinar, sugere ou, mais do que isso, implica a nossa habilidade de aprender a substantividade do objeto aprendido. A memorização mecânica do perfil do objeto não é aprendizado verdadeiro do objeto ou do conteúdo. Neste caso, o aprendiz funciona muito mais como paciente da transferência do objeto ou do conteúdo do que como sujeito crítico, epistemologicamente curioso, que constrói o conhecimento do objeto ou participa de sua construção. (FREIRE, 2004, p. 69).

Obter uma Aprendizagem Significativa durante o estudo da função polinomial do 1º grau é um dos objetivos a ser alcançado; assim, identificar os conhecimentos prévios dos alunos é prioridade. Como identificar estes conhecimentos? A Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012), ao ser aplicada,

identifica conceitos emergentes durante ou após a realização de atividades. Assim, foram escolhidos dois momentos para ser aplicada. Inicialmente, com atividades propostas para este fim, identificar ideias bem estruturadas e a partir delas iniciar o processo de construção do conhecimento, e após todo o estudo, com o propósito de identificar futuros subsunçores; estes, foram a base para a elaboração de novas atividades, para recepcionar novas ideias, possibilitando a ocorrência de uma Aprendizagem Significativa em relação a continuidade dos estudos sobre funções.

Esta proposta poderá contribuir para uma aprendizagem com mais significado, uma vez que coloca o aluno como centro do processo educacional, enfatizando-o como ser ativo na construção do conhecimento e fazendo conexões com conhecimentos pré-existentes na sua estrutura cognitiva.

Os instrumentos utilizados durante as aulas foram escolhidos de forma que os alunos pudessem dar significado as regras e fórmulas que normalmente são memorizadas durante o estudo da função polinomial do 1º grau, criando possibilidades para que todos pudessem participar efetivamente do processo. O professor exerceu o papel de mediador, conduzindo os trabalhos de forma que chegasse aos objetivos pretendidos, sem deixar que os alunos se sentissem sozinhos, sem respostas, impossibilitados de prosseguir o estudo; por sua vez, este foi realizado com o suporte tecnológico, com o *software* GeoGebra, por proporcionar uma integração entre palavras, imagens e representações algébricas dentro de um contexto comunicacional afetivo, de forte impacto emocional, facilitando a predisposição do aluno a aceitar mais facilmente a mensagem de forma compreensível, articulando ideias.

3.1 OPÇÃO METODOLÓGICA DA PESQUISA

A pesquisa foi realizada dentro de uma abordagem qualitativa de natureza aplicada. Não houve uma preocupação com a representatividade numérica, generalizações estatísticas e relações lineares de causa e efeito.

[...] método qualitativo difere do quantitativo não só por não empregar instrumentos estatísticos, mas também pela forma de coleta e análise de dados [...] preocupa-se em analisar e interpretar aspectos mais profundos, descrevendo a complexidade do comportamento humano. Fornece análise mais detalhada sobre as investigações, hábitos, atitudes [...]. (LAKATOS; MARCONI, 2007, p. 11).

Embora podendo utilizar dados estatísticos, a preocupação do pesquisador está em se aprofundar na compreensão do fenômeno estudado.

A natureza é de uma pesquisa participante e os dados foram obtidos através de relatos, registros realizados durante as aulas e observações. A participação de todos os envolvidos se dá com base na aplicação de uma sequência didática interativa. Professores e alunos, participantes da pesquisa, são mentores ativos durante todo o processo de construção do conhecimento. Antes e durante a aplicação das atividades são valorizados e considerados os saberes, sugestões e necessidades de todos os participantes, por meio do diálogo, criando, assim, oportunidades para que todos possam expressar suas ideias.

Segundo Thiollent (1986), em uma pesquisa participante é necessário que o observador e todas as pessoas implicadas no problema investigado participem ativamente do processo. No caso deste estudo, o pesquisador é professor da rede estadual de ensino e atua na escola, lócus da pesquisa; conta com a participação e colaboração direta de outros professores, direção e alunos, envolvidos; assim, ele estabelece relações entre todos os participantes. O objeto do estudo foi escolhido com base nas discussões sobre a sua importância e toda uma problemática que envolve seu ensino e aprendizagem.

3.2 LÓCUS DA PESQUISA – ESCOLA E COMUNIDADE

A pesquisa foi realizada no Colégio Estadual Deputado Manoel Novaes, localizado no bairro do Canela, na cidade do Salvador-Ba.

Este colégio tem características diferenciadas dos demais, devido a sua história. O propósito para o qual foi fundado foi formar profissionais na área musical e realizar um trabalho voltado para uma educação artística, desenvolvendo atividades com dança, canto, teatro, pintura e outras. Por ser única, esta proposta gerou uma grande procura por parte da comunidade e pela qualidade do trabalho que já desempenhou. Atualmente, o Colégio realiza trabalhos excelentes, mas muitas mudanças ocorreram ao longo dos anos que não contribuíram para permanecer com a proposta inicial.

O Colégio foi fundado em 1992 com a finalidade de ser uma Escola Pública de Formação Musical. Nesta época, o seu currículo era direcionado para a orientação artística com aulas de teatro, dança, canto, artes plásticas, esportes e música. O

projeto de organização do currículo foi realizado por profissionais que tiveram como uma das preocupações a implantação do Curso de Instrumentos Musicais. A arte, em geral, sempre esteve presente de maneira muito forte e a música, com seus encantos, era motivação para a procura de vagas durante a época de matrícula.

Em 1997, o Colégio oferecia tanto o Ensino Fundamental como o Médio, tendo a opção de fazer Formação Geral ou optar pela formação profissional em Música.

Em 2000, algumas alterações ocorreram e o Colégio passou a oferecer Oficinas de Música; o aluno tinha aulas específicas no turno oposto ao das oficinas. No caso dos alunos que mostravam interesse, eram selecionados. A procura era imensa e o Colégio era conhecido pelo ótimo trabalho que desempenhava, principalmente no que se refere a música e artes de uma maneira geral. Em 2006, a Secretaria de Educação, levando em consideração a vocação da escola pela arte, a música especialmente, incluiu o Colégio no projeto piloto da rede pública oferecendo cursos de Ensino Profissionalizante – o que gerou uma grande satisfação para a comunidade. Muitos alunos veem esta escola como a única oportunidade de estudar música com seriedade, compromisso e dedicação por parte de todos os envolvidos. No que se refere a música, ele coloca os alunos em condições de igualdade com qualquer outra escola, seja da rede pública ou privada. Atualmente, o Colégio realiza vários projetos como Café Filosófico Literário, Africanidades, Meio Ambiente, Gincana Solidária, dentre outros, com o objetivo de integrar cada vez mais o aluno, a escola e a comunidade.

A realidade da escola, o contexto em que ela está inserida, reflete nas ações e propósitos de toda comunidade escolar. Desta forma, muitos alunos, ao ingressarem no Manoel Novaes, normalmente direcionam seus interesses pelas artes em geral, desenvolvendo uma forte motivação para estar e continuar na escola. Estar matriculado e estudando em um ambiente e local valorizado é de grande importância para toda a comunidade escolar e poderá fazer a diferença. Estas questões direcionaram as ações para a realização das atividades propostas. Estudar função polinomial do 1º grau desenhando foi uma atividade desenvolvida nesta escola e valorizada. Quanto a permanência do aluno na escola nos dois turnos, para muitos é habitual, pois diversas oficinas são realizadas no turno oposto ao das aulas do curso regular.

3.3 CONSIDERAÇÕES – LIVRO DIDÁTICO UTILIZADO

Entre os livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio indicados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), Matemática Contexto e Aplicações, de Luiz Roberto Dante, é um dos mais adotados na rede pública e privada. Este foi o livro escolhido para ser consultado durante a realização das atividades. A forma como o conteúdo é abordado pelo autor é de grande importância para o desenvolvimento do trabalho.

O livro didático é um referencial para alunos e professores durante seus estudos. Mesmo quando são disponibilizados diversos meios para pesquisa, professores e alunos têm como base a ser seguida o livro adotado; assim, ele precisa de um olhar diferenciado e a forma como o assunto é trabalhado tem que ser considerada.

O autor inicia o capítulo sobre funções falando da sua importância, principalmente pela sua aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento, e traz algumas informações, um pouco de sua história. No momento em que ele exemplifica com situações diárias, ele mostra ao aluno suas diversas formas de utilização.

A parte histórica é abordada da seguinte forma: fala sobre Leibniz e sua contribuição com a denominação “função” utilizada hoje; Euler com a representação de uma função pela notação $f(x)$; e a Dirichlet, que escreveu uma primeira definição de função, semelhante a que é usada atualmente. Estes comentários têm a sua importância, mas a história sempre vem como um informativo.

Dante (2014) faz alguns comentários sobre a ideia de funções dos babilônios por volta do ano 2.000 a.C, quando utilizavam tabelas em 2 (duas) colunas e a relação dos números que se posicionavam horizontalmente com base em uma constante de proporcionalidade; este é um procedimento muito utilizado quando se inicia o estudo de funções. O autor faz um breve comentário sobre o seu desenvolvimento até os dias atuais e define função de uma variável chamando “ x ” de variável independente e “ y ” de variável dependente. Segue comentando que no século XIX, com a disseminação da teoria dos conjuntos, tornou-se possível a definição formal do conceito de função por meio de conjuntos.

Uma variável y se diz função de uma variável x se, para todo valor atribuído a x , corresponde, por alguma lei ou regra, um único valor de y . Nesse caso, x denomina-se variável **independente** e y , variável **dependente** [...]. Dados os conjuntos X e Y , uma função $f: X \rightarrow Y$ (lê-se: uma função de X em Y) é

uma regra que determina como associar a cada elemento de $x \in X$ um único $y = f(x) \in Y$. (DANTE, 2014, p. 41).

Após definir, o autor segue solicitando que o aluno sente com um colega e responda a algumas questões sobre a variável dependente e a independente em cada um dos casos apresentados por ele. Neste momento, ele incentiva o diálogo, indiretamente, visto que sugere sentar com um colega para responder questões – ponto importante a ser considerado no momento em que se pretende incentivar o trabalho colaborativo. Posteriormente, faz comentários sobre explorar a noção intuitiva de função dizendo que ela relaciona duas grandezas variáveis e dá vários exemplos onde o aluno coloca os dados em uma tabela e tenta descobrir a lei da função ou representação analítica da função, ou fórmula matemática da função ou regra da função. Para que o aluno descubra a lei da função, precisa observar, analisar, conjecturar, experimentar e concluir. Ele sai de uma situação de passividade habitual e começa a tomar decisões; deixa de ser observador ou simples ouvinte durante as aulas. O autor segue definindo função e dando alguns exemplos.

Dados dois conjuntos não vazios, A e B , uma função de A em B é uma regra que indica como associar cada elemento $x \in A$ a um único elemento $y \in B$. [...] $f: A \rightarrow B$ ou $A \xrightarrow{f} B$ (lê-se: f é uma função de A em B). A função f transforma x de A em y de B [...] $y = f(x)$ (lê-se: y é igual a f de x) [...]. (DANTE, 2014, p. 46).

Após definir formalmente uma função e falar sobre sua notação, dá alguns exemplos, do tipo: “Quais dos seguintes diagramas representam uma função de A em B ?”, “Dados $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{-1, 0, 1, 3, 4\}$ e a correspondência entre A e B dada por $y = x^2$, com $x \in A$ e $y \in B$, faça um diagrama e diga se f é uma função de A em B ”.

Neste caso, as questões são elaboradas com o objetivo de o aluno verificar se é função ou não com base na definição dada. Nota-se que existe uma preocupação voltada para as variáveis no sentido de identificar e calcular o valor de cada uma delas, mas pouco se trata dessa variação. Todas as questões propostas são idênticas as resolvidas no livro. Se ao longo do estudo não apresenta situações novas para os alunos, eles dificilmente farão conexões com novas ideias referentes a outras possibilidades, ampliando, assim, seu conhecimento.

O autor não trata as aplicações de forma diversificada, em situações diversas, diferente das exemplificadas por ele. Como fazer o aluno refletir, questionar, conjecturar, experimentar, concluir, durante todo o processo? Ele precisa refletir

para fazer conexões com o que sabe, com conhecimentos bem estruturados, para que a aprendizagem se torne significativa.

[...] fontes de evidências inter-relacionadas apontam, e sugerem empiricamente, para a conclusão de que a aprendizagem e a retenção significativas são mais eficazes do que as correspondentes por memorização. [...] o fato de o material de instrução na aprendizagem significativa ser logicamente, e, por isso, potencialmente significativo, contribui sem dúvida com algo significativo [...]. (AUSUBEL, 2000, p. 15).

Nas atividades propostas pelo autor, os alunos são solicitados a realizar ações repetitivas; não são conduzidos a maiores questionamentos. Se o aluno não questiona, o como e o porquê não aparecem e isso dificulta o trabalho do professor quando se pretende formar pessoas questionadoras, pensantes, com um olhar crítico-constructivo. Outra questão importante que se pode constatar e gera muitos problemas é em relação a diferença entre os termos incógnita e variável e quando utilizá-los. Os alunos confundem e não percebem a diferença entre elas. É comum encontrar alunos resolvendo equações do 1º grau denominando o valor encontrado para a solução variável no sentido restrito.

Ao longo do capítulo que trata de funções, é clara a preocupação do autor em relação a lei de formação da função, mas a forma como sua representação algébrica ou gráfica é tratada pode conduzir a uma aprendizagem mecânica. Para obter a representação gráfica da função, o autor conduz as atividades de forma a traçar os pontos observando uma tabela de valores. Ele define função e mostra como se pode representar graficamente uma função, atribuindo valores. O aluno pode confundir a função com sua representação gráfica e ele não perceber a diferença entre a função e sua representação algébrica ou equação da reta que a representa graficamente.

Durante o estudo não existe interlocução entre as representações. Percebe-se que ele traz uma escrita como consequência da outra sem fazer uma correlação entre as duas representações, além de não criar situações para que o aluno perceba a diferença entre a função e sua representação gráfica. A função é uma relação entre os elementos de dois conjuntos com uma regra que os relacionam. Na função do 1º grau existe uma proporcionalidade entre seus elementos. Quando se representa a função do 1º grau graficamente, estes elementos são colocados em um gráfico e percebe-se que fazem parte de uma reta. Esta é representada algebricamente por uma equação. O assunto é trabalhado como um conjunto de regras para serem aplicadas em situações diversas pré-estabelecidas e dá continuidade ao assunto definindo conjunto domínio e conjunto imagem.

Existe uma sequência em relação a forma como o conteúdo é abordado. O autor define, exemplifica, segue com exercícios resolvidos e logo após com exercícios para que os alunos resolvam, baseados nos modelos dados.

[...] cabe ao professor incentivar seus alunos a fazerem tentativas e propostas plausíveis, o que pode ser alcançado se o professor estimular o pensamento intuitivo deles para que construam suas heurísticas, isto é, caminhos para encontrar soluções. Cabe ao professor organizar e apresentar contraexemplos e situações paradoxais com o objetivo de conduzir os alunos à reflexão a respeito de suas observações, inferências, conclusões [...]. (LORENZATO, 2010, p. 82).

Qual a importância e o significado dos conjuntos domínio e imagem em uma função? As regras trabalhadas são técnicas aplicadas sem maiores informações e parte-se do princípio de que os alunos já as dominam. Qual o propósito que se tem? Essa questão de trabalhar a técnica desprezando os porquês não atende aos propósitos desta pesquisa. Considerando que o conhecimento é algo que se constrói com ações e reflexões, este não é o saber fazer e jamais poderá ser transmitido. Este saber fazer é a técnica, o fazer mecânico.

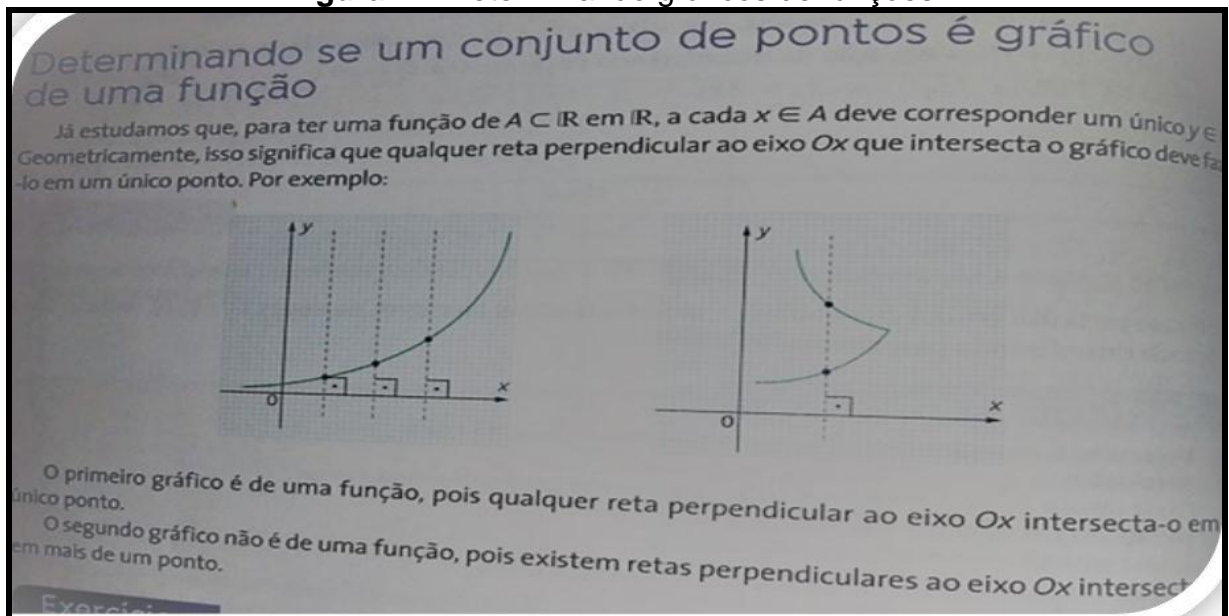
[...] o ponto P está localizado a uma latitude de 20° S e a uma longitude de 40° L. Indicamos esse ponto assim: P (20° S, 40° L) ou P(-20° , $+40^\circ$). Estimem a latitude e a longitude de cada um dos pontos a seguir e indiquem-nas usando o mesmo procedimento que fizemos com o ponto P. Observação: Mantivemos aqui o que se faz em cartografia: primeiro escrevemos a latitude, depois a longitude. Mas não se esqueça de que nas coordenadas cartesianas é o inverso: a primeira coordenada está sempre na horizontal e a segunda, na vertical. (DANTE, 2014, p. 50).

Pode-se observar que o autor não traz explicações sobre o porquê da mudança, quando coloca a observação no enunciado sobre latitude e longitude, em cartografia, esperando simplesmente que o aluno aceite sem saber as razões, se isto é comum, se ocorre em outros casos e em que situações. Faz comentários sobre coordenadas cartesianas, eixos ortogonais, distância entre dois pontos, simplifica de forma contextualizada fazendo referências sobre sua utilização na Geografia quando calculam latitude e longitude, mas por nenhum momento faz referências ou algum comentário sobre a possibilidade de se traçar eixos com referências diversas, em outros posicionamentos.

Quanto aos gráficos de funções, trabalha bastante com a construção de gráficos. É dada a lei da função considerando o conjunto domínio como sendo o conjunto dos números reais, faz uma tabela, encontra os pontos no plano cartesiano e liga-os. Os alunos se habitam a regras e traçados, chegando a ligar os pontos encontrados sem observar a razão que os leva a isso. Percebe-se frequentemente

que eles sempre ligam os pontos dos gráficos traçados sem considerar o conjunto domínio que estão trabalhando. Para determinar se um conjunto de pontos representa gráfico de uma função, Figura 7, diz: “geometricamente significa que qualquer reta perpendicular ao eixo das abcissas “OX” que intercepta o gráfico, deve fazê-lo em um único ponto” (DANTE, 2014). O aluno automaticamente adquire o hábito de traçar retas paralelas ao eixo das ordenadas “OY” e, se cada uma das retas traçadas ao longo do gráfico tocar o gráfico em um só ponto, conclui-se que este gráfico representa uma função, sem analisar o que está acontecendo em cada um dos casos, com base na definição. Os alunos, seguindo a orientação do livro, simplesmente decoram as regras e aplicam. Isto é possível observar na Figura 7.

Figura 7 – Determinando gráficos de funções



Fonte: Dante, 2014 p. 52.

Na Figura 7, o autor segue com dois exemplos onde um dos gráficos representa o gráfico de uma função e o segundo gráfico não representa uma função. Ele justifica dizendo que “O primeiro gráfico é de uma função, pois qualquer reta perpendicular ao eixo OX intercepta-o em um único ponto” e segue explicando um segundo gráfico: “O segundo gráfico não é de uma função, pois existem retas perpendiculares ao eixo OX interceptando-o em mais de um ponto”. Em nenhum momento o autor justifica fazendo alguma referência à definição de função, de forma direta.

O autor segue analisando gráficos de função crescente e decrescente com exemplos e algumas observações, exercícios resolvidos e propostos.

Posteriormente, segue explicando taxa de variação média de uma função, definindo e fazendo observações. Neste caso, faz comentários sobre a sua importância em Física, dando um exemplo sobre o espaço percorrido em função do tempo; neste caso a taxa de variação média corresponde a velocidade média. Será que nesse momento o aluno tem noção do que significa velocidade média? Será que ele sabe que essa velocidade é a média nesse intervalo de tempo e não a velocidade em um determinado instante?

O autor ao longo do livro traz algumas curiosidades, mas se o professor não conduzir a linha de raciocínio do aluno para que ele ao menos compreenda o que está sendo colocado, este momento irá servir para afastar o aluno da leitura do livro, cada vez mais, porque ele não tem condições de entender o que está sendo tratado.

Muitas atividades que podem ser interessantes se tornam empecilhos diante do fato de os alunos simplesmente tentarem ler, entender e resolver sozinhos, sem uma mediação por parte do professor para que as torne interessantes. São verdadeiros desafios, difíceis de serem compreendidos e resolvidos pelos alunos; se não têm autonomia, não têm condições nem hábito para buscar. Para exemplificar, tem-se uma curiosidade, cujo propósito é tratar função bijetiva e correspondência biunívoca.

Você sabia? Dois conjuntos, A e B, têm o mesmo número cardinal quando se pode definir uma correspondência biunívoca $f: A \rightarrow B$. Por exemplo, se $A=\{1,2,3,4\}$ e $B=\{3,6,9,12\}$ e $f:A \rightarrow B$ definida por $f(x)=3x$, temos uma correspondência biunívoca. Os conjuntos A e B têm o mesmo número cardinal, que é igual a 4. Uma curiosidade descoberta por Galileu Galilei, é que o conjunto dos números naturais pares P tem o mesmo cardinal que o conjunto dos números naturais N, embora P seja subconjunto de N. A correspondência biunívoca é dada por $N: N \rightarrow P$, $f(n)=2n$ para todo $n \in N$. (DANTE, 2014, p. 62).

Considerando que o aluno, do 7º ao 9º ano, deve ser capaz de usar a Álgebra simbólica para representar situações e resolver problemas, em especial aqueles envolvendo relações lineares, (VAN DE WALLE, 2009), quando chegam no Ensino Médio sentindo dificuldade em utilizar a Álgebra simbólica para representar e explicar relações matemáticas, o ensino da Álgebra, com sua simbologia, durante todo o Ensino Médio, se torna um problema.

Quanto a utilização de tecnologias digitais, o autor sugere a utilização do *software* “LibreOffice”, que é um gerenciador de banco de dados utilizado para criação e modificação de tabelas, consultas, relatórios e formulários; é livre e

disponível em várias plataformas como Windows, Linux e outras. É utilizado para construção de gráficos e dá o passo a passo para que o gráfico seja construído.

As informações e orientações sobre o *software* são referentes unicamente a comandos, conforme Figura 8.

Alguns exemplos dados e questões exploradas como sugestões para utilização do *software* utiliza-o como uma ferramenta que faz um trabalho de suplementação em relação ao do professor. Ele é utilizado como uma ferramenta para possibilitar ao aluno uma melhor visualização, ajudando assim a obter conclusões; mas ele não está sendo utilizado para experimentar, conjecturar, testar, refletir e concluir. Ele está sendo utilizado para comprovar as regras estudadas na grande maioria das vezes. É importante que o aluno visualize, no entanto, que tem um grande potencial que não é explorado.

[...] a maioria das ações de inserção da tecnologia nas escolas desconsidera os estudos sobre cognição, que levam em conta as mudanças culturais produzidas pela onipresença das tecnologias digitais nas sociedades contemporâneas. [...] os projetos e modelos educacionais associados ao uso de computadores, internet e dispositivos móveis na educação formal seque ancorados em conceitos e pressupostos sobre cognição e aprendizagem formulados em contextos históricos muito distintos deste em que estamos vivendo e no qual estão sendo formadas as novas gerações. (BANNELL et al.,2016, p. 57).

Figura 8 – Gráficos no computador

Gráfico da função quadrática no computador

Agora, vamos aprender a construir gráficos de funções quadráticas usando outro *software* livre, o **Geogebra**.

Este é um *software* matemático, criado por Markus Hohenwarter, que reúne Álgebra e Geometria. Ele pode ser utilizado em todos os níveis de ensino e já recebeu diversos prêmios na Europa e nos Estados Unidos.

A instalação desse *software* é simples:

- Acesse o site <www.geogebra.org/cms/pt_BR> e clique em "Download".

Veja a reprodução da tela a seguir:

Agora, faça as atividades a seguir.

1. Construa o gráfico da função quadrática $f(x) = x^2 - 6x + 5$ e destaque alguns pontos importantes. Para isso, siga os passos abaixo.

1º passo: No campo **Entrada** (situado na parte inferior da tela) escreva a função $f(x) = x^2 - 6x + 5$ e teclie "Enter". Observe que "^" indica a operação de potenciação.

2º passo: Para obter as raízes da função f , ainda no campo de entrada, digite **raiz [f]** e teclie "Enter". Veja que foram criados os pontos $A = (1, 0)$ e $B = (5, 0)$, que são as raízes da função.

Fonte: Dante, 2014, p. 126.

Diante de uma tecnologia que nos possibilita explorar potencialidades das mais diversas, por que não explorar? Por que reduzir seu uso para visualizar e desenhar gráficos utilizando os comandos, tornando os alunos meros observadores?

É esta a forma como se deve utilizar *software* nas aulas de Matemática para que os alunos desenvolvam as habilidades e competências necessárias? Como utilizar o conteúdo estudado em situações diversas, se o estudo se resume a um decorar fórmulas e procedimentos?

O autor segue uma estratégia. Ele tem a preocupação de inicialmente fazer algumas conexões com assuntos tratados e traz algumas questões contextualizadas, mas a forma como o conteúdo é abordado ao longo do livro, pode conduzir o aluno e professor a um ensino e aprendizagem de forma mecanizada. Se não ocorrer pelo menos (re)organização de pensamento e conexão do novo com o velho, não ocorre aprendizagem significativa. Tem que produzir novas ideias, novas ações durante todo o processo. Não poderá ocorrer comodismo e aceitação sem conflitos. O conteúdo é apresentado como algo pronto e acabado, como uma verdade absoluta, inquestionável. As questões envolvem modelos que deverão ser seguidos com base em exercícios resolvidos. Ele define zero da função, diz o seu significado geométrico, trata do estudo de sinal de uma função, dá exemplos com exercícios resolvidos e propostos. Percebe-se que o autor acredita que, inicialmente, deve-se dominar a técnica para posteriormente resolver problemas contextualizados e fazer conexões com outros conteúdos.

De acordo com a teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel (2000), o aluno tem que ter predisposição para aprender e ele aprende partindo de conhecimentos prévios, ou seja, daquilo que já sabe. Não é um processo de forma passiva; assim, ele deve fazer conexões, entender refletindo, reorganizando a forma de pensar com os conhecimentos já sedimentados e os novos, quando recepcionados, reorganizando seu pensamento em um processo contínuo, com reflexões, questionamentos, experimentações, conclusões, construindo e desconstruindo, organizando e reorganizando durante todo o processo ensino-aprendizagem. Os conhecimentos prévios são determinantes. O que fazer para descobrir os conhecimentos que servirão como âncora para os novos que serão formados? Que ações deverão fazer parte da prática do professor? Que papel e como ele exercerá este papel durante o desenvolvimento das atividades escolhidas e propostas? Estes são pontos importantíssimos que o professor não poderá deixar de considerar. O problema é: Considerando todos eles, como colocá-los em prática?

[...] inegável o fato de que o povo gera conhecimento. Esse mesmo conhecimento passa, após ter sido expropriado pelos grupos de poder, por um processo de estruturação e codificação. Assim, esse mesmo

conhecimento, que foi originado do povo, torna-se inacessível a ele, povo. Mas esse conhecimento, essencial para a sobrevivência do povo, é devolvida a ele apenas numa forma estruturada e codificada mistificada por meio de instituições de devolução, que são as chamadas escolas, as profissões, os graus acadêmicos e toda uma série de mecanismos de habilitação e de credenciamento. [...] O trabalho do educador não é servir a esse sistema de filtros, mas sim estimular cada indivíduo a atingir sua potencialidade criativa e também estimular e facilitar a ação comum. Efetivamente, a criatividade e a ação comum têm sido as responsáveis pelas (r)evoluções no ciclo de conhecimento. (D'AMBROSIO, 2014, p. 55).

Como se pode observar, existe uma diversidade de fatores que deverão ser considerados, nada, nenhuma ação é antecipadamente determinada como pronta e acabada. Neste contexto, a postura do professor é determinante para que o processo de troca ocorra em decorrência do ambiente que irá se formar. É importante resgatar o conhecimento como resultado de um ciclo, de um processo para que se possa quebrar a barreira entre os envolvidos. Os professores se comportam como detentores de conhecimento e alunos como receptores.

3.4 PROPOSTA METODOLÓGICA - CONSTRUÇÃO

Segundo Oliveira (2013), a metodologia é um processo que utiliza métodos, técnicas e bases epistemológicas; quando se refere a metodologia de ensino, ela define como uma prática em toda a sua dimensão de complexidade.

[...] não é possível compreender a realidade em estudo dentro de um pensamento linear e fechado, mas entender o pensamento complexo, caracterizado como um sistema aberto, dialógico que apresenta incertezas e incompletudes, e que, segundo Freire (2004, p.50) é preciso ter consciência do inacabado: “Na verdade, o inacabamento do ser ou sua inconclusão é próprio da experiência vital. Onde há vida há inacabamento”. (OLIVEIRA, 2013, p. 37).

A proposta foi pensada para atender a uma metodologia baseada em atividades de natureza investigativa que convidem os alunos ao raciocínio matemático, formulando e resolvendo questões voltadas a resolução das atividades propostas e do trabalho em grupo; nesta, a investigação deverá estar sempre presente e o aluno é estimulado durante todo momento a refletir sobre suas ideias. Para aplicar a metodologia proposta é necessária a construção de uma sequência didática com etapas planejadas bem delimitadas, onde os conteúdos a serem trabalhados devem estar integrados e conectados em atividades que possibilitem uma participação ativa dos alunos durante todo o processo de construção do conhecimento.

O ensinar e o aprender implicam uma relação entre sujeito que se propõe a trabalhar e socializar saberes, e alguém que está aberto a ouvir e aprender novos saberes para aprofundar conhecimentos já existentes. No âmbito da sala de aula, para que de fato se possa socializar e produzir novos conhecimentos e saberes, é necessário um planejamento que implique na realização de atividades para tornar as aulas mais dinâmicas e produtivas. (OLIVEIRA, 2013, p. 39).

As etapas foram elaboradas antecipadamente com base nas teorias referenciadas, mas as técnicas e métodos aplicados devem ser escolhidos à medida que as necessidades surgirem, com o propósito de melhorar a dinâmica no processo ensino-aprendizagem.

[...] a estratégia de ação educativa, depende de facilitar a troca de informações, conhecimentos e habilidades entre alunos e professor/aluno, através de uma socialização de esforços em direção a uma tarefa comum. Esta socialização pode ser um projeto, uma tarefa, uma discussão, uma reflexão e inúmeras outras modalidades de ação comum, em que cada indivíduo contribui com o que sabe, com o que tem, com o que pode, levando ao máximo o seu empenho na concretização do objetivo comum. (D'AMBRÓSIO, 2011, p. 145).

A sequência didática irá ajudar na condução das ações previstas com objetivos claros e bem determinados, embora algumas considerações devam ser feitas antes e durante a sua aplicação, como:

1. Procurar conhecer, inicialmente, o perfil da turma para agir de forma a proporcionar um ambiente favorável para trabalhar os conteúdos previstos. O aluno precisa se sentir incluído, considerando, sempre que possível, seus interesses, dificuldades, anseios, realidade e necessidades;
2. Colocar o aluno como centro do processo ensino-aprendizagem, considerando-o como ser capaz de aprender;
3. Trabalhar com tarefas desafiadoras, mas possíveis de serem realizadas por eles, motivando-os sem dar soluções prontas e acabadas.

Segundo Ausubel (2000), a predisposição para aprender é um dos fatores determinantes para a ocorrência da aprendizagem significativa; assim, é necessário despertar nos alunos este sentimento e transformá-los em atores principais do processo de aprendizagem; e não simples coadjuvantes.

O ponto de partida para a aplicação da sequência didática interativa está focado em uma atividade motivacional, por meio de dialogicidade entre professor e alunos, [...] o que se pretende é uma sondagem inicial quando às concepções dos diferentes grupos sobre a temática que se pretende estudar. [...] a SDI é uma ferramenta didática que privilegia a base conceitual para sistematizar saberes e produzir um novo conhecimento e saber, [...]. É de competência do professor e/ou coordenador dos trabalhos, planejarem a sequência de atividades para avançar quanto a

fundamentação teórica do tema em estudo, para que se adquiram subsídios para a construção de um novo conhecimento. (OLIVEIRA, 2013, p. 63).

Conforme Moreira; Masini (2011), a ideia mais importante, central, que mais influencia a teoria de David Ausubel, é aquilo que o aluno já sabe. É a partir desses conhecimentos que irão se estruturar novas ideias, cabendo ao professor descobri-los. Desta forma, a preocupação inicial deverá ser em procurar meios para se obter estes conhecimentos tão importantes, determinantes para a aprendizagem sobre função polinomial do 1º grau, com base na teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel; para isso, foi aplicada a Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012).

A sequência didática elaborada para estudar a função polinomial do 1º grau foi previamente planejada para ser aplicada em etapas, no total de 5 (cinco).

Cada uma das etapas foi planejada da seguinte forma:

1ª Etapa: De grande importância para a continuidade dos trabalhos. Seus resultados irão dar embasamento às outras atividades; nela, serão identificados os conhecimentos prévios, através da Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012), necessários para dar continuidade ao processo de construção do conhecimento, imprescindíveis quando se trabalha com base na teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel.

Nesta etapa constam 3 (três) momentos importantes, indispensáveis, mas não devem ocorrer, necessariamente, em uma ordem pré-determinada; dependerá da necessidade do grupo.

1º Momento: Reservado para as informações sobre como as atividades que devem ser realizadas e toda explicação necessária para a execução da proposta de trabalho;

2º Momento: Identificar conhecimentos prévios bem estruturados, se existirem. É importante salientar que estes conhecimentos considerados prévios, não são necessariamente corretos; caso não sejam corretos, matematicamente falando, eles devem ser desconstruídos, pois serão o ponto de partida para receber novas ideias. Para identificá-los, podem ser usados relatos, questionários ou até mesmo atividades onde se cobre conhecimentos específicos, preferencialmente de forma contextualizada, que

façam parte da realidade dos alunos. Todo esse material deverá ser utilizado para uma análise cognitiva com base na Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012);

3º Momento: Devem ser realizadas ações, com o propósito de despertar interesse, a predisposição do aluno para aprender. Estas, não garantem despertar este sentimento no aluno, mas são necessárias; esta é uma das condições indispensáveis para a ocorrência da Aprendizagem Significativa.

Durante a 1ª etapa as atividades realizadas devem ser feitas em grupo. Todas devem ser registradas, para, por meio da Metodologia de Emergência de Conceitos (PINHEIRO, 2012), ser realizada uma análise cognitiva e identificados os prováveis conhecimentos prévios.

Uma aprendizagem ou um conhecimento aprendido é inteligível quando se tem o domínio da razão de ser ou do funcionamento de alguma coisa. Isso significa que, na escola ou em qualquer outra situação, não basta um ensino e uma aprendizagem que se deem de forma mecânica ou somente de memória. Há necessidade do entendimento do que se ensina e do que se aprende. O educando precisa aprender as ações mentais (como realizá-las). (LUCKESI, 2011, p.104).

Supõe-se que os conceitos que mais emergiram, identificados durante a análise cognitiva, se tornarão inteligíveis, assim, serão a base para acolher novos conceitos. Neste contexto, a avaliação é determinante para prosseguir com o processo de construção do conhecimento.

Considerando o planejamento uma prática indissociável da avaliação, esta está prevista na sequência didática elaborada, pois é nela que consta todo o planejamento para o estudo que será realizado.

[...] avaliação não é o ponto final, a classificação de cada indivíduo a partir do resultado do processo ensino-aprendizagem, pelo contrário, é um conjunto de ações desempenhadas no processo pedagógico [...] avaliação faz emergir limites e possibilidades, conhecimentos e desconhecimentos; caminhos, atalhos, obstáculos e desvios; explicita o que já foi feito e indica o que pode ser explorado. (DA SILVA; HOFFMANN; ESTEBAN, 2012, p. 93).

Segundo da Silva; Hoffmann; Esteban (2012), a avaliação tem um papel muito importante na relação ensino-aprendizagem por acompanhar todo o processo e possibilitar intervenções. Vale ressaltar sua importância antes de iniciar a 2ª etapa, pois ela será a base para dar prosseguimento ao trabalho.

Na 2ª Etapa está prevista uma aula expositiva, mas participativa, com o apoio do livro didático, para que os alunos façam uma revisão sobre os conteúdos já

trabalhados para um melhor embasamento teórico. Durante a aula, deverão realizar atividades com o GeoGebra, quando ele será apresentado.

O professor deverá dar algumas informações sobre o GeoGebra, dizendo que ele é um *software* livre de Matemática dinâmica, que qualquer pessoa poderá utilizar sem custo, muito utilizado em Matemática para construir objetos como pontos, segmentos, retas, gráficos que representam funções e outros. É importante que baixem o programa em seus computadores e para facilitar, deve ser dado o site, endereço (<http://www.geogebra.org>).

Nesta etapa, o professor deve solicitar sugestões sobre a forma que gostariam de trabalhar em grupo, e aceitá-las, se estas não fugirem ou interferirem no objetivo da proposta de trabalho. Esta poderá ser uma das maneiras utilizadas para que os alunos sejam motivados a se manifestar e participarem ativamente do processo. É importante que toda participação por parte dos alunos seja incentivada. Ainda, que os trabalhos sejam sempre realizados em grupo, divididos de acordo com interesses e afinidades. Todos os recursos, inclusive o material didático a ser utilizado, deve ser discutido e apresentado.

3ª Etapa: Refere-se à construção, “efetivamente falando”, do conhecimento sobre o objeto a ser estudado. Durante a realização das atividades, deverá ser valorizado o ambiente que o GeoGebra proporciona, possibilitando o diálogo entre as duas representações de cada uma das funções estudadas;

4ª Etapa: Socialização do conhecimento construído e apresentação das atividades realizadas;

5ª Etapa: Formalização, por parte do professor e avaliação do processo de construção colaborativa do conhecimento.

3.4.1 Desenvolvimento da Proposta

A sequência didática ajuda na condução das ações previstas. Seus objetivos devem estar bem determinados em cada uma das etapas.

Como a proposta é construir uma metodologia para o estudo da função polinomial do 1º grau, ela precisa ser aplicada para ser concretizada. Logo, a construção e aplicação de uma sequência didática é imprescindível.

Alunos e professores do Colégio Estadual Manoel Novaes foram convidados a participarem da pesquisa. O critério de escolha das turmas foram as referências

dadas pelos professores sobre assiduidade, interesse e dificuldades. Dois professores participaram mais diretamente por serem das turmas escolhidas e terem manifestado, de alguma forma, vontade de contribuir com o trabalho. Após uma conversa sobre a pesquisa, informaram das dificuldades encontradas pelos alunos em Matemática em conhecimentos básicos e elementares. Seguem alguns comentários dos professores¹⁴ acerca das turmas:

(P1)¹⁵ – “A turma B, é fraca, mas, é a mais interessada”.

(P) – “Eu só preciso de alunos que queiram aprender”.

(P2)¹⁶ – “Eu tenho duas turmas da tarde e uma da manhã. Os alunos são muito fracos, mas os da manhã são melhores”.

(P) – “Vou tentar organizar os horários e convidá-los, caso queiram e possam estar na escola no turno oposto, trabalharei com eles”.

Aos professores, foram dadas todas as informações sobre a pesquisa, inclusive como os trabalhos seriam realizados e avaliados.

Para os alunos, os primeiros informes foram dados pelos professores de cada uma das turmas e os interessados colocaram seus nomes em uma lista. Todos foram muito solidários e incentivaram os alunos a participarem.

As inscrições ocorreram durante duas tardes na sala da coordenação pedagógica da escola. Os alunos deram os nomes, escolheram os horários e receberam o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE), além de uma declaração para o participante ou responsável assinar, constando os objetivos da pesquisa e todas as informações necessárias, com dias, horários e local.

Após entregarem o TCLE e a Declaração devidamente assinados, receberam o material que seria utilizado durante as aulas. Para cada aluno inscrito, foi entregue uma pasta com um bloco de atividades, caneta, lápis, borracha, papéis milimétricos e papéis de ofício, como mostrado na Figura 9.

¹⁴É importante salientar que, a fim de preservar a identidade dos professores colaboradores, todos aqui mencionados serão representados pela letra P, algumas vezes antecedendo um algarismo.

¹⁵Professor de matemática de uma das turmas convidadas que usa uma metodologia voltada para resolução de listas de exercícios e aulas expositivas

¹⁶Professora de Matemática de turmas de alunos que participaram da pesquisa com metodologia mais inovadora.

Figura 9 – Material entregue aos alunos durante a inscrição



Fonte: Arquivo da Professora (P).

Inicialmente, trinta e três (33) alunos foram inscritos: vinte e quatro (24) alunos do professor (P2) e nove (9) alunos do professor (P1), todos do turno vespertino. Alguns alunos do turno matutino, ao saberem das aulas sobre um conteúdo que seria cobrado durante a unidade, se interessaram e procuraram informações sobre a inscrição. Foram informados que esperassem outro momento, pois era preciso organizar os horários. As turmas foram formadas e os horários marcados. Ficou determinado que os dias e horários seriam os seguintes: segundas, quartas e sextas, no turno matutino, das 8:00 às 11:00 horas; e para os que não tivessem condições de estarem na escola no turno oposto, teriam a opção do horário nas terças e quintas, de 17:30 até as 18:30.

Os grupos foram formados de acordo com a disponibilidade e vontade de cada um; não foram separados em razão das turmas que pertenciam, embora, no ato da inscrição, as pastas entregues tinham cores diferentes, a depender da turma de origem. Esta escolha foi para atender a uma solicitação dos professores, no sentido de acompanharem o desenvolvimento dos seus alunos; assim, iria facilitar a identificação. Estarem, neste momento, em turmas de professores com práticas diferenciadas, iria ajudar no sentido de mudança de postura do grupo como um todo. O comportamento passivo, habitual, por parte de muitos, deveria ser evitado.

As aulas estavam previstas para serem iniciadas após o recesso junino e seriam dadas no laboratório de informática, durante cinco (5) encontros para os alunos que optaram pelo turno matutino e dez (10), para os demais. Os alunos do

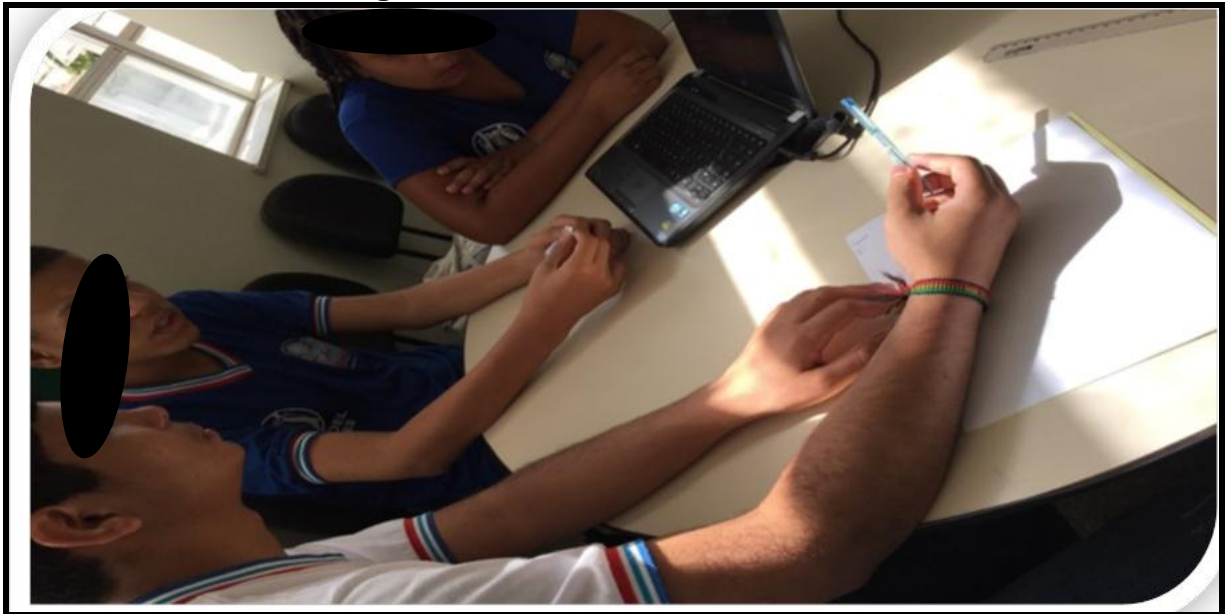
turno oposto ao das aulas trabalhariam durante uma semana, de segunda a sexta com duração de três (3) horas diárias. Iniciamos as atividades, mas, devido as paralisações e interrupções, as aulas foram suspensas temporariamente. O valor do transporte, o dinheiro do almoço e muitas paralisações levaram muitos alunos a desistirem. Quando optaram pelo turno oposto, pensaram em permanecer na escola para assistirem as aulas da tarde; sem elas, com tantas paralisações, com tantas interrupções, ficaram sem condições, muitos desistiram.

Precisava agilizar os trabalhos e a única alternativa foi trabalhar com três (3) grupos de seis (6) alunos cada. No turno matutino, foi formado um grupo, denominado de “GM¹⁷” e no turno vespertino, dois grupos, denominados “GV1¹⁸” e “GV2”. Os trabalhos foram reiniciados com dezoito (18) alunos no total, que permaneceram até o final. Estes três (3) grupos são os que estão, efetivamente, como participantes da pesquisa.

As aulas para o grupo “GM”, naquele momento, não poderiam ser dadas no laboratório de informática; estava interdito. Com a autorização para utilizar a sala do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), foram iniciadas as atividades com um grupo de seis (6) alunos, no turno matutino. Para este grupo, foram combinados encontros de segunda a sexta, durante uma semana. O horário determinado foi de 9:00 às 12:00. Como não era possível utilizar, naquele momento, o laboratório de informática da escola, os trabalhos foram realizados com o auxílio de quatro (4) *laptops*. Levaria três (3) máquinas e usaria uma da escola.

¹⁷As iniciais GM representam Grupo Matutino.

¹⁸ As iniciais GV representam Grupo Vespertino. Como há dois grupos, os algarismos que os precede foi utilizado para facilitar a identificação dos mesmos.

Figura 10 – Alunos na sala do PIBID

Fonte: Arquivo da professora (P).

Seguindo as etapas previstas na sequência didática, os trabalhos com o grupo denominado GM (Grupo Matutino) foram iniciados. As aulas foram desenvolvidas conforme a descrição abaixo.

A 1ª etapa, dividida em três (3) momentos, ocorreu da seguinte forma:

No primeiro momento os alunos tiveram informações detalhadas sobre a forma que deveriam se comportar durante as aulas. Estavam sendo convidados a participarem de um trabalho para estudar a função polinomial do 1º grau, com uma metodologia, de forma que o professor não desse respostas prontas. O professor deveria ajudá-los a pensar, elaborar hipótese, experimentos e tirar conclusões. Alguns esclarecimentos foram dados, pois se tornaram necessários durante a apresentação da proposta, quando surgiram alguns questionamentos, como:

- Por que não pode ensinar como a gente está acostumado? Não vamos ter aula?

A proposta trazia diferenças em relação ao comportamento do professor e aluno durante as aulas e foi necessário maior esclarecimento.

Foi explicado para o grupo GM que nos primeiros anos do século XX o foco da educação era a aquisição das habilidades de leitura, escrita e cálculos básicos; aprender significava ser capaz de repetir informações. Hoje, significa saber encontrar e utilizar informações. Acredita-se que o aluno aprende quando é capaz de usar esse conhecimento para solucionar novos problemas. A regra era treinar e

não pensar criticamente. Estas habilidades não atendem mais as necessidades atuais. Antes, a escola era a maior fonte de informação e o modelo era dar instrução, mandar, controlar, avaliar; hoje é inspirar, envolver, capacitar, prestar apoio, criar equipes, aprender a inovar.

Os alunos foram informados sobre o significado de “aprender” e “ensinar” no contexto educacional atual, o papel do professor naquele momento e que iriam utilizar suporte tecnológico além de todos os materiais que pudessem ser disponibilizados como livros, cadernos e internet, para pesquisa. Foram dadas todas as informações necessárias, inclusive que o trabalho seria realizado em grupos pequenos e ao fim de cada uma das atividades teriam que escolher uma forma de socializarem suas descobertas com os demais colegas. Durante as informações sobre os procedimentos, foram alertados sobre a necessidade de se manifestarem a todo o momento, tirando dúvidas de qualquer ordem ou natureza.

O comportamento dos alunos durante a realização de cada uma das atividades é de grande importância. O como se comportar, principalmente em relação às dúvidas que poderão surgir, compromete a compreensão dos conceitos sobre os conteúdos que serão explorados, determinantes para fazerem conexões com novas ideias que serão apresentadas.

Neste 1º grupo de seis alunos, os trabalhos foram realizados em dois grupos de três (3) alunos, cada.

[...] elaborar conhecimento em cooperação com outros abre espaço, de maneira geral, a um intercâmbio que permite aprofundar as ideias em jogo num determinado momento. Dizer isso nos leva a considerar que é conveniente – porque de melhor qualidade – motivar os alunos ao trabalho em equipe. (SADOVSKY, 2010, p. 57).

A ideia era fazer com que os alunos interagissem de alguma forma para gerar mais discussões. Trabalhar com três alunos por grupo iria possibilitar uma maior troca de ideias e experiências.

De acordo com Freire (2004), fazer o aluno refletir, conjecturar, pesquisar, experimentar, concluir, sempre procurando avançar, é uma forma de atender aos requisitos fundamentais para se educar com base em uma prática transformadora, crítica e progressista. Assim, pretende-se que eles alcancem uma melhor compreensão e desenvolvam habilidades necessárias para construir um significado aceito por um coletivo, tornando a Aprendizagem Significativa e não simplesmente uma construção individual de sentido, voltada para o próprio indivíduo. Com o

propósito de identificar os conhecimentos prévios, foi realizado o 2º momento; para este, foram entregues duas atividades.

O objetivo era investigar os conhecimentos prévios dos alunos sobre ponto, reta, plano, segmento de reta, semirreta, conjuntos numéricos, localização de pontos no plano, conjuntos domínio e imagem, polígonos, equações, relação e função. Para isso, foi criado um ambiente de forma que os alunos puderam expressar seus saberes, conhecimentos sobre elementos importantes de Geometria e de Álgebra, de forma que não se sentissem inseguros, constrangidos, incapazes.

Foi solicitado que cada grupo pegasse uma folha de papel milimétrica, uma folha de ofício, régua, lápis, borracha e um bloco de rascunho; todo este material foi entregue no ato da inscrição. Com o material em mãos, receberam duas figuras recortadas em cartolina vermelha e as informações sobre a atividade.

Deveriam colar uma das figuras recebidas em qualquer local do papel milimétrico e em uma folha de ofício, anotar todas as informações possíveis para que o outro grupo pudesse encontrar o local exato, escolhido para colar uma das figuras, com base nas informações dadas. Diante dos dois grupos, o desafio foi lançado com as seguintes regras:

1. Cada grupo deve se posicionar de forma que nenhum outro grupo tenha condições de visualizar o que o outro está fazendo;
2. Escolher um local qualquer na folha milimétrica e colar uma das figuras;
3. A outra figura será colada, posteriormente, no local informado, com base nas orientações dadas pelos colegas;
4. Após posicionar a figura e colar, devem discutir e anotar todas as informações necessárias para que o outro grupo possa encontrar, exatamente, o local escolhido para colocar a figura.

Os alunos teriam que dar as informações “necessárias e suficientes” para que o outro grupo pudesse, no verso da folha, colar a outra figura recebida, exatamente no local escolhido por eles.

Algumas questões importantes surgiram após serem dadas as informações:

(A)¹⁹ – “Professora, quem ganha é quem acerta?”

(P) – “Estamos estudando, o objetivo é saber informar o posicionamento da figura, de forma que o colega consiga encontrar o local exato, escolhido pelo

¹⁹Representação para aluno(a) a fim de preservar sua identidade.

seu grupo para colar a figura. Será que vocês sabem passar informações sobre o local escolhido?”

(A) – “Quem ganha é quem acerta”.

(P) – “Não estou entendendo! Quem ganha? Tem de ganhar ou perder?”

(A) – “Ah, sim! Quem ganha ponto é quem acerta”.

(P) – “Ganha o quê?”

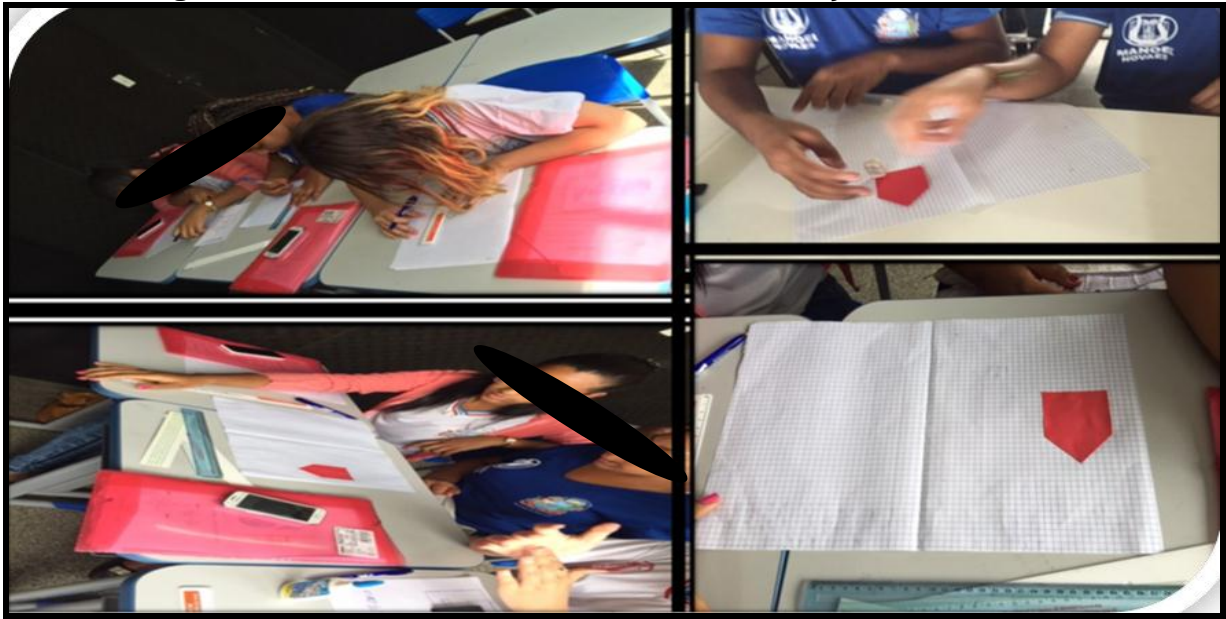
Muitos alunos não têm maturidade, não têm consciência da importância do aprender, do valor do conhecimento. Eles são impulsionados a fazerem as atividades para ganharem nota, para passarem de ano, como se fossem presenteados para realizarem as atividades durante as aulas. Estavam tão habituados a fazerem as tarefas para ganharem pontos adicionais que se comportavam como se isso fosse ocorrer. Esta é uma questão que precisa ser trabalhada, a motivação pelo aprender a aprender. Como fazer? O querer aprender é determinante.

A atividade não pode ser reduzida a um jogo, com o objetivo de ganhar pontuação ou ser aprovado na matéria. A finalidade não é saber quem é o ganhador ou o perdedor, naquele momento. É importante que, no caso dos alunos se envolverem inicialmente com o propósito de serem recompensados no decorrer do processo, durante a realização da atividade, o professor possa conduzir os trabalhos de forma que os alunos participem com argumentações, questionamentos e justificativas de escolhas e sintam a importância dos trabalhos para construir conhecimento; neste é que se encontra a razão de estarem estudando. O foco é o aprender de forma significativa e o “aprender a aprender”.

Mais uma vez, surgiu a necessidade de conversar com o grupo sobre a importância do trabalho, do conhecimento, do aprender, da escola e do papel do professor e aluno, naquele momento. Os trabalhos prosseguiram sem maiores problemas e os dois grupos se mostraram prontos para testarem suas anotações, orientações.

Querendo incentivá-los a colocar todas as informações sobre a localização escolhida, foi solicitado que colocassem, no mínimo, oito. Fizeram as escolhas, discutiram as informações que acharam necessárias sobre o posicionamento do desenho, como se pode observar na Figura 11.

Figura 11 – Os alunos trabalhando com localização e referências



Fonte: Arquivo da professora (P).

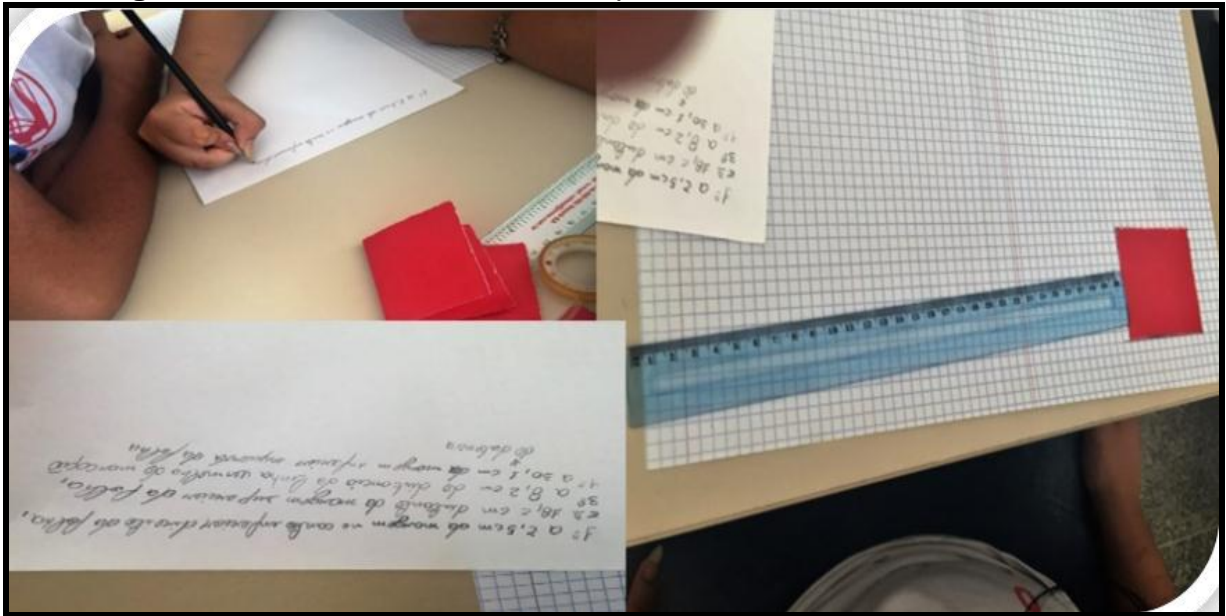
Após realizarem os registros sobre a localização da figura, foi escolhido o grupo que iria iniciar a leitura das informações. A ideia era dar continuidade aos trabalhos no sentido de pensar em possibilidades, discutir, testar e concluir. Um grupo lia uma informação, o outro pensava sobre ela, procurava encontrar e comentava. As ideias eram trocadas e novas informações eram acrescentadas. O trabalho seguia as regras parecidas com a do jogo “batalha naval”.

No momento em que cada um dos grupos estava tentando encontrar o local exato através da leitura das informações, perceberam a importância de se ter uma referência. Nenhum deles, até aquele momento, tinha conseguido descobrir o local exato da figura. Este foi um momento importantíssimo, pois ficou claro para ambos os grupos a importância de ter um referencial.

Retomaram as discussões, escolheram um referencial em comum e deram continuidade a atividade. O trabalho estava sendo desenvolvido com a participação de todos os alunos, nos dois grupos. Pareciam motivados, envolvidos, todos participando ativamente das discussões.

Concluíram que as informações podem ser dadas de forma que se possa encontrar o local exato onde a figura foi colada, mas teriam que ter um referencial, obrigatoriamente.

Figura 12 – Acrescentando dados após terem escolhido um referencial



Fonte: Arquivo da professora (P).

Após realizarem esta atividade, discutiram as diversas possibilidades e dificuldades que surgiram. Este foi um momento em que o diálogo e os questionamentos foram incentivados, pois os alunos foram solicitados a fazerem o registro dessas ideias em uma folha de papel e, em seguida, responderam a algumas questões sobre localização de pontos no plano, elementos básicos da Geometria como ponto, reta, plano, semirreta, segmento de reta, posicionamento de retas com um referencial, polígonos, conjuntos numéricos, resolução de equações, razão, proporção, relação e função. Os trabalhos foram desenvolvidos com base nas atividades realizadas anteriormente, quando foi solicitado aos alunos que desenhassem a figura colada em outro local do papel milimétrico e escrevessem em uma folha de papel, todas as informações sobre ele.

(P) – Qual o local escolhido por vocês?

(GM¹) – Neste lado da folha, professora.

(P) – Quero que identifiquem este local para ser reconhecido sem estar com a folha em mãos.

(GM¹) – Vou contar os quadrinhos para desenhar o plano cartesiano.

Os dois grupos se preocuparam em traçar o plano cartesiano, ter um referencial, para dar informações.

(GM²) – Professora, eu tenho um quadrado e um triângulo.

(P) – O que vocês entendem por quadrado e por triângulo?

(GM¹) – o quadrado tem quatro lados e o triângulo tem 3 lados.

(P) – O quadrado é um quadrilátero regular.

A intenção era provocar. Afirmar que o quadrado é um quadrilátero e conduz a um pensamento mais amplo sobre polígonos de quatro lados.

Segundo Ausubel (2000), as ideias mais inclusivas e gerais devem recepcionar conceitos menos inclusivos e diferenciados. Assim, a ideia era fazer refletir, pesquisar, discutir sobre quadriláteros, até chegar ao quadrilátero regular.

(GM¹) – Quadrilátero regular é porque tem 4 lados iguais e fala de ângulos também. Tem aqui no telefone.

(P) – O que está escrito sobre os ângulos? Vamos socializar?

Os alunos recorriam a internet para pesquisar, tirando dúvidas sobre termos e questões que não compreendiam. Esta atitude era valorizada, mas todas as informações obtidas eram apresentadas e discutidas por todos. O livro texto estava sendo pouco utilizado, diante da possibilidade de utilizarem a internet.

(GM²) – Eu achei um quadrilátero e um polígono de 4 lados. O que é polígono?

(P) – Vamos pesquisar?

A oportunidade que estava sendo dada para que os alunos pesquisassem e discutissem os resultados da pesquisa em grupo, possibilitava uma reflexão e olhar crítico sobre o objeto em estudo, no momento em que vários questionamentos surgiram naturalmente por parte dos demais alunos participantes.

O desenho solicitado teve como propósito criar um ambiente para que os alunos refletissem mais sobre os conteúdos que seriam tratados na atividade a seguir.

Registraram suas descobertas em relação à atividade anterior, mas precisavam escrever sobre cada um dos assuntos estudados, que foram utilizados de forma clara. Estavam confusos e não sabiam como iniciar. Parados e sem muita iniciativa, foi iniciada uma conversa sobre os conteúdos estudados. Alguns informaram que tinham estudado função polinomial do 1º e 2º grau no 9º ano e recentemente no 1º ano do ensino médio. A ideia era deixá-los à vontade para que, após discutirem nos grupos, redigissem sobre o que lembravam, sabiam, tinham dificuldade, tudo que fosse possível falar em relação aos tópicos listados.

Na tentativa de estimular o grupo, foi começado um diálogo:

(P) – O que entendem por reta?

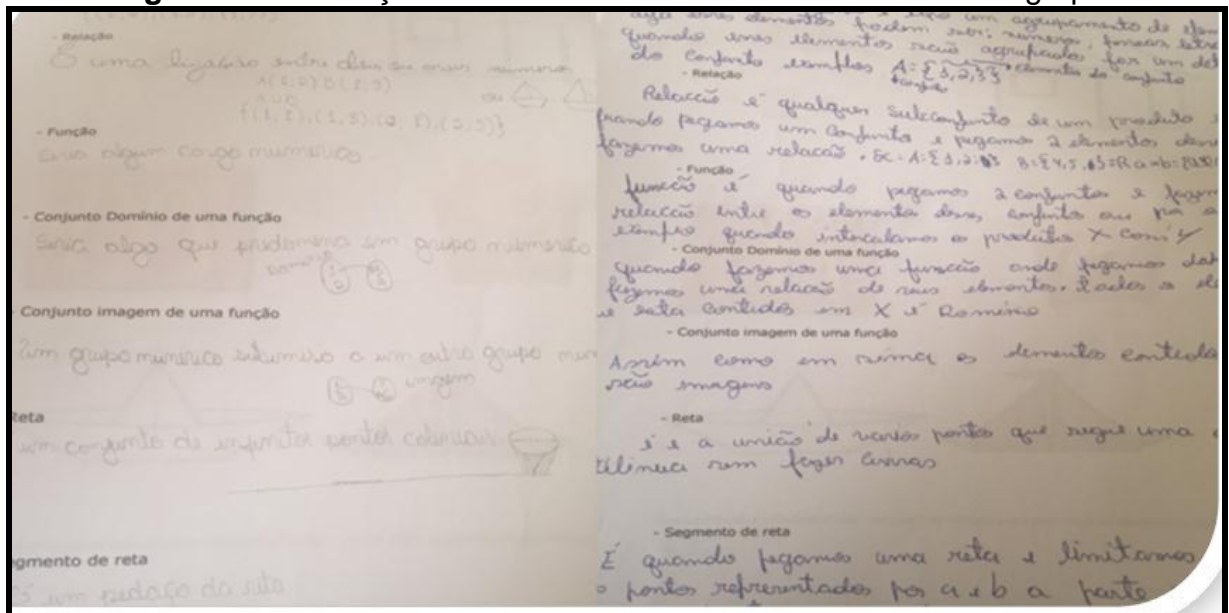
(GM¹)²⁰ – Entendemos que os dois números inteiros e consecutivos e que a reta é determinada em um só eixo.

(GM²)²¹ – É a união de vários pontos que segue uma direção retilínea sem fazer curvas.

Quanto às noções elementares da Geometria, ficou claro durante a conversa que estavam confusos. As questões surgiam e os grupos anotavam em uma folha de papel as conclusões sobre tudo que estava sendo discutido em relação às definições, conceitos, exemplos e dificuldades. O GM¹ se manifestou, afirmando que: “Segmento de reta é a reta que possui um ponto final e um ponto inicial”.

Precisavam refletir, discutir e entrar em um acordo para redigir em nome do grupo. Alguns alunos fizeram questão de afirmar que não lembravam os assuntos ou que não tinham estudado nos anos anteriores. Com a colaboração dos demais, começaram a contribuir de alguma forma. Cada grupo entregou suas anotações, conforme figura ilustrativa 13.

Figura 13 – Anotações dos alunos sobre conclusões tiradas no grupo



Fonte: Arquivo da professora (P).

Após os alunos entregarem seus registros, um por grupo, estes, foram digitados no bloco de notas para serem utilizados no TROPES, e assim realizar uma análise semântica com o propósito de identificar os conceitos que mais emergiram e

²⁰ Grupo Matutino 1.

²¹ Grupo Matutino 2.

que supostamente irão fazer o papel de subsunçores, se os conhecimentos prévios estiverem bem estruturados, recepcionando as novas ideias que surgirão ao longo do processo.

As atividades seguintes fizeram parte do 3º momento, que foi criado para incentivar uma reflexão de forma que esta venha acompanhada com o desejo de mudança sobre atitudes e comportamentos. Fazer uma reflexão sobre ações, expectativas, dificuldades, experiências, vivências, sonhos e mudanças, era o objetivo maior desse momento. Os alunos assistiram a um vídeo, desenho animado, baseado no livro Best-selling Business Book, “Who Moved My Cheese?”, com duração de 12 minutos, conforme demonstra a Figura 14, apresentada mais adiante.

Este é um momento que deve ser valorizado, sendo importante para todos os envolvidos, porque o que está sendo proposto para o grupo tem o propósito de desencadear mudanças bruscas de comportamento nos alunos, enquanto alunos. A ideia é torná-los pessoas ativas durante todo o processo, no momento em que o professor deixa de ser o detentor do conhecimento, responsável único pelas informações, propostas, ideias, caminhos a tomar, passando a ser o mediador do processo na construção do conhecimento. Este caminho será percorrido pelo aluno e nele o professor será o maestro.

Após o filme, foi solicitado que fizessem uma análise sobre suas posturas, suas pretensões como aluno, sonhos, ideias, anseios, dificuldades e estratégias para vencê-las. Neste momento, solicitaram que passasse o filme mais uma vez, para facilitar. O pedido foi atendido e nas demais turmas isto já ficou previsto antecipadamente. No caso de os alunos demonstrarem interesse ou necessidade que possa ocasionar alguma mudança, no planejamento, ela deverá ser atendida, exceto se a solicitação fugir do objetivo da proposta.

A predisposição para aprender é determinante para a ocorrência de Aprendizagem Significativa, assim, é necessário que reflitam sobre seus desejos e ações.

Após o filme, algumas questões foram lançadas para direcionar o trabalho, no sentido de ajudá-los a pensar e refletir sobre comportamentos e mudanças: Qual o porquê de estarem na escola? Qual o significado da escola para cada um de vocês? O que querem conquistar em termos profissionais? O que estão fazendo, hoje, para realizar este desejo? O que gostariam de mudar na escola? Sentem alguma

dificuldade em matemática? Qual? O que fazem para superar? O futuro está nas mãos de cada um de vocês!

Os alunos discutiram algumas questões entre eles e voltaram a assistir ao filme mais uma vez. Logo após, fizeram um breve relato sobre suas pretensões e sentimentos voltados para questões profissionais, estudo, dedicação e sonhos. O momento era reservado para reflexão.

Durante os comentários, ficou claro que o desejo de mudança foi manifestado pela grande maioria. Muitos reconheceram que não prestavam muita atenção nas aulas, não estudavam o suficiente para as provas e testes, prometiam mudanças para, no futuro, realizarem o desejo de ingressar numa faculdade e ter um trabalho digno.

Um ponto importante para ser colocado foi em relação as observações sobre a escola, os professores e as dificuldades que muitos encontram ao estudar conteúdos de Matemática. Normalmente os alunos reclamam dos professores e neste momento nada em relação a eles foi colocado. As reivindicações não apareceram. Assumiram as dificuldades, colocando a culpa no comportamento e falta de interesse.

Figura 14 – Alunos assistindo ao filme



Fonte: Arquivo da professora (P).

Segundo Moreira (2011), na Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, existem duas condições básicas para sua ocorrência: uma delas é que o material tenha relação com a estrutura cognitiva do aprendiz, o que significa que ele

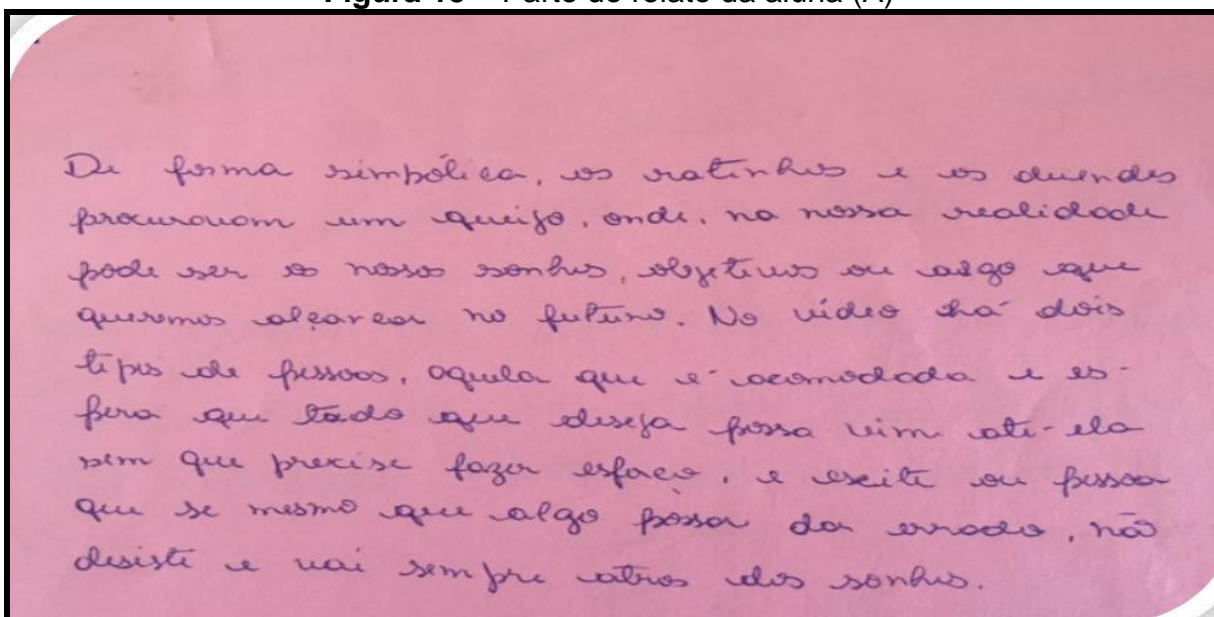
deve ser potencialmente significativo; e a outra é que o aluno se disponha a aprender. Assim, é necessário despertar este sentimento e transformá-lo em ator principal no processo da aprendizagem e não simples coadjuvantes.

[...] independentemente de quão potencialmente significativo seja o material a ser aprendido, se a intenção do aprendiz for simplesmente a de memorizá-lo, arbitrária e literalmente, tanto o processo de aprendizagem como seu produto serão mecânicos (ou automáticos). De maneira recíproca, independentemente de quão dispostos para aprender estiver o indivíduo, nem o processo nem o produto da aprendizagem, serão significativos, se o material não for potencialmente significativo (MOREIRA, 2011, p. 164).

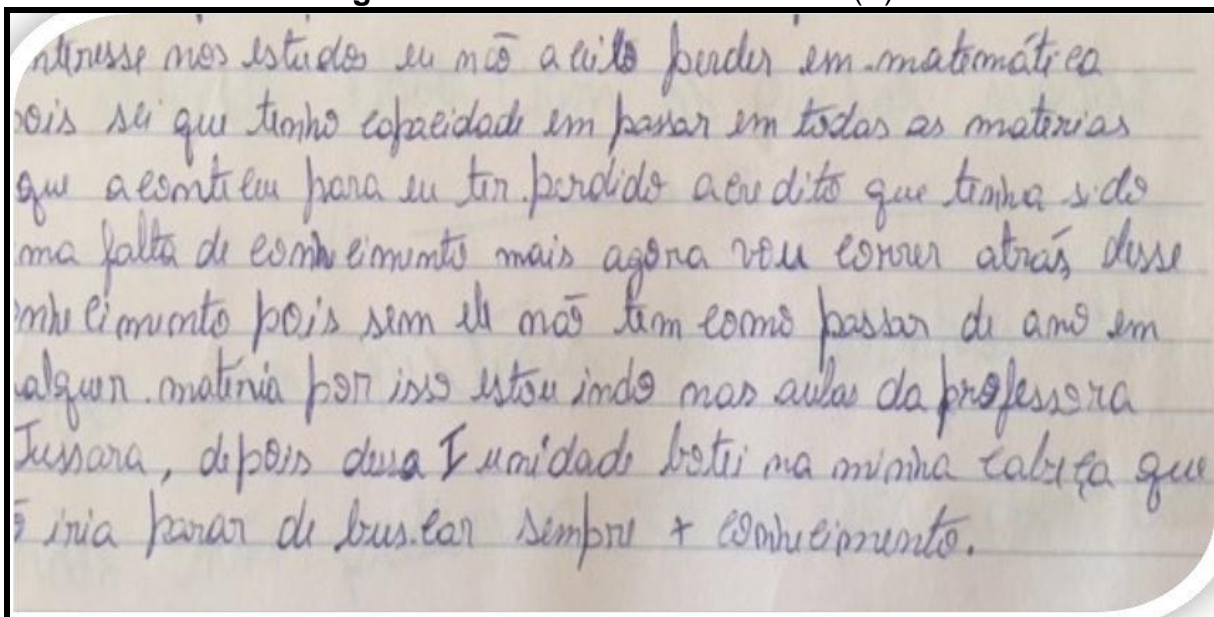
Se a predisposição para aprender é condição básica e indispensável, o afetivo deve ser considerado e, conseqüentemente, percebe-se uma relação com teorias humanistas. Neste caso, a referência maior foi Paulo Freire, uma vez que processo de conscientização pelo diálogo faz parte dos saberes necessários à prática educativa, segundo Freire (2004).

De acordo com Freire (2004, p. 117), “[...] quem tem o que dizer deve assumir o dever de motivar, de desafiar quem escuta, no sentido de que, quem escuta diga, fale, responda”. Os alunos precisavam se expressar, dialogar, ser ouvidos; para iniciar, o filme contribuiu para um diálogo muito rico, envolvendo questões afetivas e racionais, como podemos constatar nas Figuras 15, 16 e 17.

Figura 15 – Parte do relato da aluna (A)

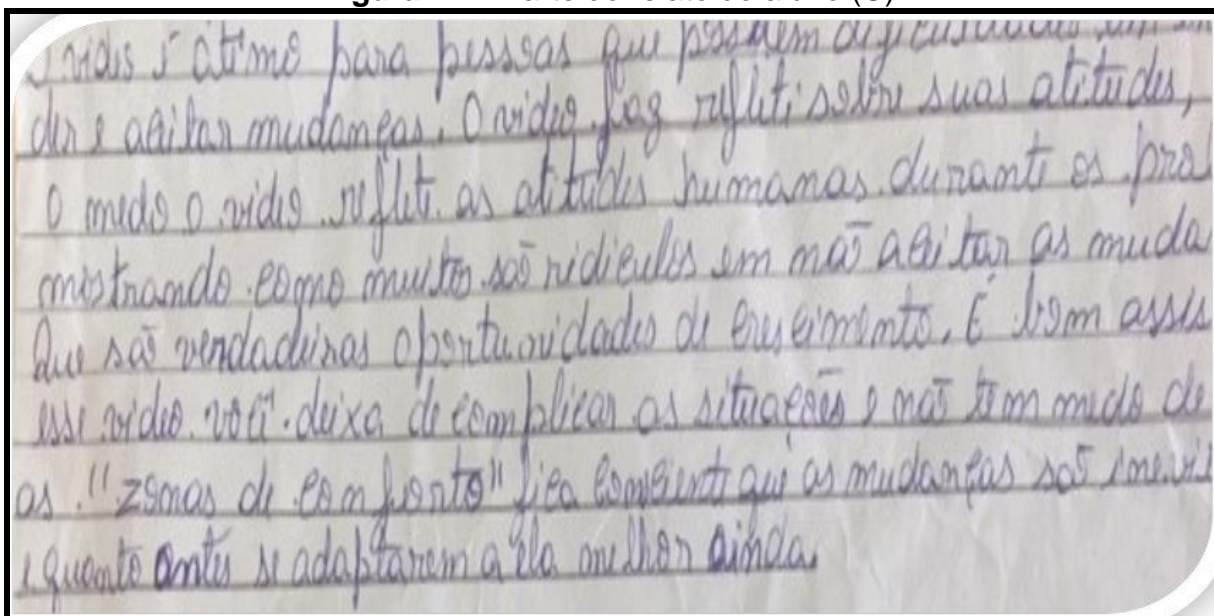


Fonte: Arquivo da professora (P).

Figura 16 – Parte do relato do aluno (B)


entresse nos estudos eu não acabo perder em matemática
 pois sei que tenho capacidade em passar em todas as matérias
 que a comenteu para eu ter perdido acredito que tenha sido
 uma falta de comprometimento mais agora vou correr atrás desse
 comprometimento pois sem ele não tem como passar de ano em
 qualquer matéria por isso estou indo nas aulas da professora
 Jussara, depois dessa Unidade beti na minha cabeça que
 é iria parar de buscar sempre + comprometimento.

Fonte: Arquivo da professora (P).

Figura 17 – Parte do relato do aluno (C)


O vídeo é ótimo para pessoas que possuem dificuldades em
 ler e ouvir mudanças. O vídeo fez refletir sobre suas atitudes,
 o medo o vídeo refleti as atitudes humanas durante os pro
 mostrando como muitos são ridículos em não aceitar as muda
 que são verdadeiras oportunidades de crescimento. É bom assim
 esse vídeo não deixa de complicar as situações e não tem medo de
 as "zonas de conforto" fica consciente que as mudanças são inevit
 e quanto antes se adaptarem a ela melhor ainda.

Fonte: Arquivo da professora (P).

Os pequenos relatos mostram que o filme foi um meio para introduzir um diálogo em torno de responsabilidades, atitudes e comportamentos necessários para se trabalhar com uma metodologia que possa desenvolver as habilidades necessárias e exigidas no momento atual.

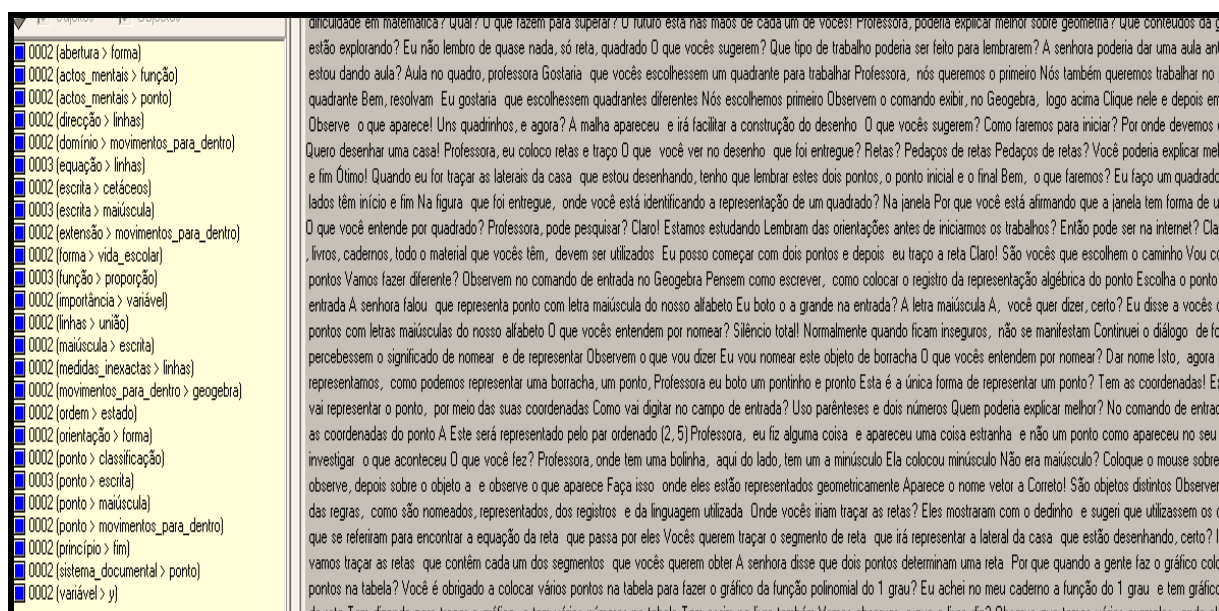
Para dar continuidade aos trabalhos, com o objetivo de identificar conceitos bem organizados na estrutura cognitiva dos alunos, foi utilizada a Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012). Com este objetivo, os registros

dos alunos foram digitados no bloco de notas e salvo em um arquivo “.txt”. Este arquivo foi utilizado no *software* TROPES para que os dados fossem relacionados de acordo com as referências escolhidas, que foram: Geometria, Matemática e Álgebra.

Neste arquivo, foram obtidos dados, os quais foram analisados com o objetivo de identificar conceitos emergentes, possíveis subsunçores.

Inicialmente foram observadas as relações com base nas referências escolhidas, e estas foram analisadas, conforme a ilustração da Figura 18.

Figura 18 – Relações obtidas com o TROPES com base nos textos elaborados



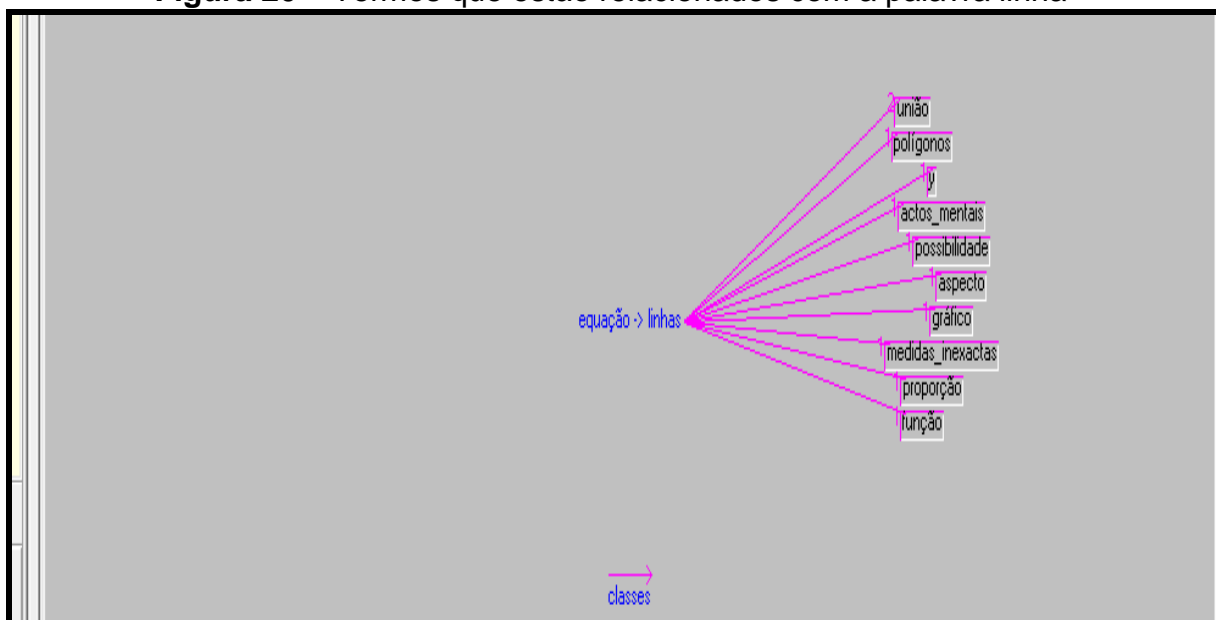
Fonte: Arquivo da professora (P).

Através dos dados organizados e disponibilizados no programa, foram observadas as relações entre os termos listados; nela, temos o número de vezes que estão relacionados. Os termos mais citados se referem aos conceitos que mais emergiram e estão representados pelas esferas com maior volume. Quanto maior o volume da esfera, maior foi a sua ocorrência e frequência com que foram citados.

Figura 19 – Representação por meio de esferas

Fonte – Arquivo da professora (P).

Durante os diálogos, o termo que mais foi citado foi linhas e muitas de suas relações podem ser visualizadas na Figura 20.

Figura 20 – Termos que estão relacionados com a palavra linha

Fonte: Arquivo da professora (P).

Para dar continuidade aos estudos, novas atividades foram elaboradas com base na análise cognitiva realizada. Esta identificou o conceito que mais emergiu durante a primeira etapa, quando se estava investigando os conhecimentos prévios. No caso, foi o conceito de linhas, e ficou claro, durante os diálogos, observando as

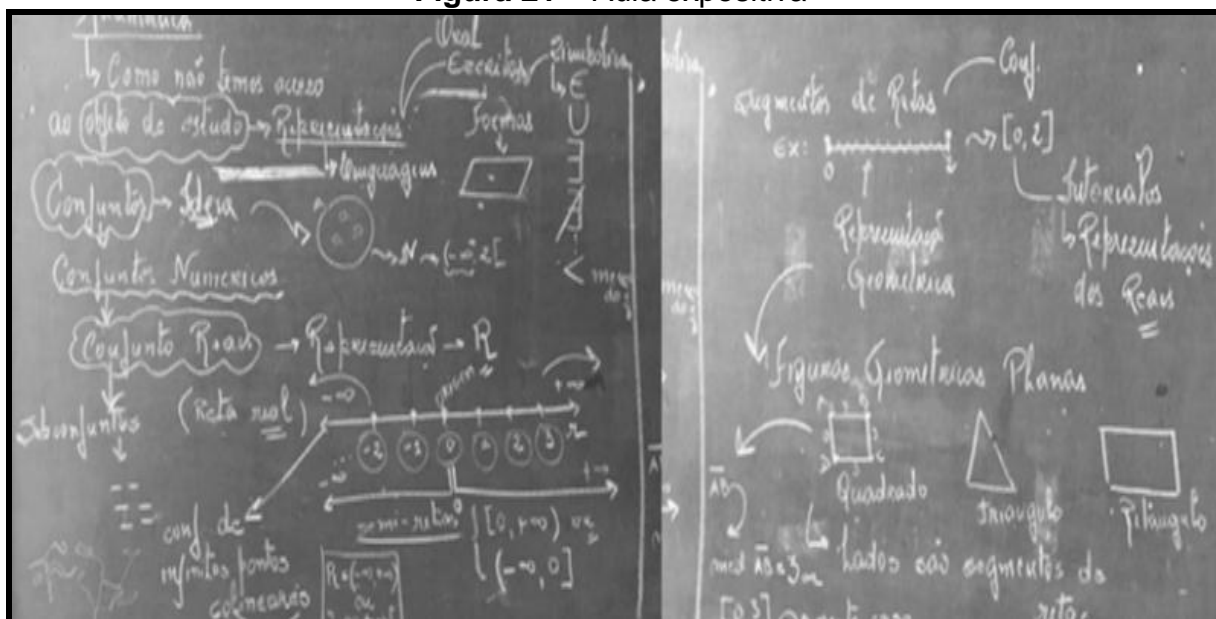
relações obtidas com o TROPES, que os alunos estavam se referindo a retas, embora seja possível perceber que eles identificam, mas não utilizam a linguagem apropriada quando faz referência a ela e nem aos elementos básicos da Geometria.

Nas figuras contendo os gráficos gerados pelo TROPES, os conceitos pesquisados não estão bem estruturados, não existem muitas conexões; as ideias estão meio soltas, mas a reta, neste caso, é a melhor referência que se tem para dar suporte às novas ideias. Espera-se que ao longo do processo eles (re)estruturem melhor a ideia que têm sobre reta e a transformem como um subsunçor, elemento indispensável para a ocorrência da aprendizagem significativa. O termo linhas foi identificado como um HUB. Os HUBs são considerados termos de referência para elaboração de propostas, ponto de partida para a ampliação do conhecimento. São importantes, pois sinalizam os conhecimentos prévios, bem estruturados, existentes na estrutura cognitiva do sujeito; são eles que irão recepcionar as novas ideias no processo de construção do conhecimento.

Para Ausubel (2000), o cérebro humano é organizado hierarquicamente, partindo de um todo, geral, para o específico. Desta forma, com base nos elementos analisados que se constatou um maior número de conexões, foi feito um trabalho com uma aula expositiva, partindo da reta, elemento que mais emergiu durante as atividades realizadas, e assim se iniciou outra etapa, já prevista.

A 2ª Etapa foi iniciada com uma aula expositiva, partindo da ideia que eles tinham sobre a reta, referência identificada durante a análise cognitiva, base para realizar todo o trabalho. A aula foi iniciada partindo de conjuntos, tendo como referência o conjunto dos números reais e sua representação geométrica, a reta, até chegarmos aos lados dos polígonos, segmentos de retas utilizados durante toda a construção dos desenhos que fazem parte da atividade (Figura 21).

Figura 21 – Aula expositiva



Fonte: Arquivo da professora (P).

Durante a aula, foi trabalhada a ideia de conjuntos, infinitos pontos colineares, coplanares, posicionamento de retas no plano cartesiano, semirretas, segmentos de retas e polígonos. A intenção foi partir de um conceito abrangente, mais geral, até chegar a um específico sem abandonar a ideia geral. Existe uma hierarquia e todos estão conectados, mas necessariamente não tem que ser um pensamento linear. Dependerá do pensar individual, mas, obrigatoriamente, tem-se um ponto de partida que será determinante, essencial para a condução do processo de aprendizagem. Este ponto de partida é o que o professor deverá saber, descobrir. Ele é o que deverá ser chamado de subsunção ou ponto de ancoragem e a Metodologia de Emergência de Conceitos, neste momento, é de grande importância, por possibilitar a sua descoberta. Deve-se considerar uma margem pequena de erro, por reconhecer que diversas variáveis influenciam e muitas não podem ser controladas.

Quando se planeja atividades para serem realizadas pelos alunos onde a postura investigativa é priorizada, é importante ter alguns cuidados em relação à aprendizagem por recepção ou por descoberta. Normalmente, nos livros didáticos, em jogos eletrônicos e na utilização de *softwares*, durante o estudo de funções, as propostas são realizadas para que a aprendizagem se dê por recepção onde o que deve ser aprendido é apresentado ao aluno de forma pronta e acabada. Quando existem conceitos na estrutura cognitiva do aprendiz que o recepcione para que faça as interligações necessárias, a aprendizagem poderá se dar de forma significativa; caso contrário ocorrerá mecanicamente.

[...] a aquisição de conhecimentos de matérias de qualquer cultura é, essencialmente, uma manifestação de aprendizagem por recepção. Ou seja, apresenta-se ao aprendiz, numa forma mais ou menos final e através de ensino expositivo, o conteúdo principal daquilo que o mesmo de aprender. Nestas circunstâncias, apenas se exige ao aprendiz que compreenda o material e o incorpore na própria estrutura cognitiva, de forma a ficar disponível quer para reprodução, para aprendizagem relacionada, quer para resolução de problemas futuros. [...]. Ao longo das últimas cinco décadas, introduziram-se em larga escala programas de atividades, métodos de projectos, várias formas de se maximizar a experiência não verbal na sala de aula e uma ênfase da “autodescoberta” e da aprendizagem para e através da resolução de problema, em resposta à vasta insatisfação em relação às técnicas de instrução verbal. [...] (AUSUBEL, 2000, p. 6).

No caso dessa proposta, pretende-se que o aluno aprenda por descoberta, preferencialmente; o conteúdo deverá ser descoberto pelo aluno durante todo o processo de construção, e este deverá estar ligado a conceitos subsunçores relevantes, existentes na estrutura cognitiva do aprendiz. Neste caso, a aprendizagem não deverá ocorrer de forma arbitrária. Este é o objetivo, embora seja importante levar em consideração o caso de não existir subsunçores e o novo conteúdo não estar sendo recepcionado. Bem, dessa forma, ocorrerá a aprendizagem mecânica. O indivíduo está adquirindo informação nova, em uma área de conhecimento nova e não consegue fazer nenhuma conexão com os conhecimentos ou ideias já formadas ou bem elaboradas na sua estrutura cognitiva; conseqüentemente, ao refletir, tentar analisar, ele vai aos poucos estruturando, de forma que, neste processo cíclico e contínuo, ele se torne capaz de ser âncora para outras que virão posteriormente.

A estrutura cognitiva do aprendiz ou de qualquer ser humano vive se (re)estruturando a todo o momento de acordo com suas ações, vivências, saberes, ambiente em que vive. No caso da aprendizagem sistematizada, na escola, organizadores prévios são de extrema importância para que a estrutura cognitiva do aprendiz possa ser manipulada com o propósito de facilitar a suposta ocorrência da Aprendizagem Significativa. Os organizadores prévios, segundo Moreira (2011), são materiais introdutórios, apresentados em um nível mais alto de abstração e generalidade; servem para introduzir o conteúdo a ser estudado e funcionam como pontes cognitivas.

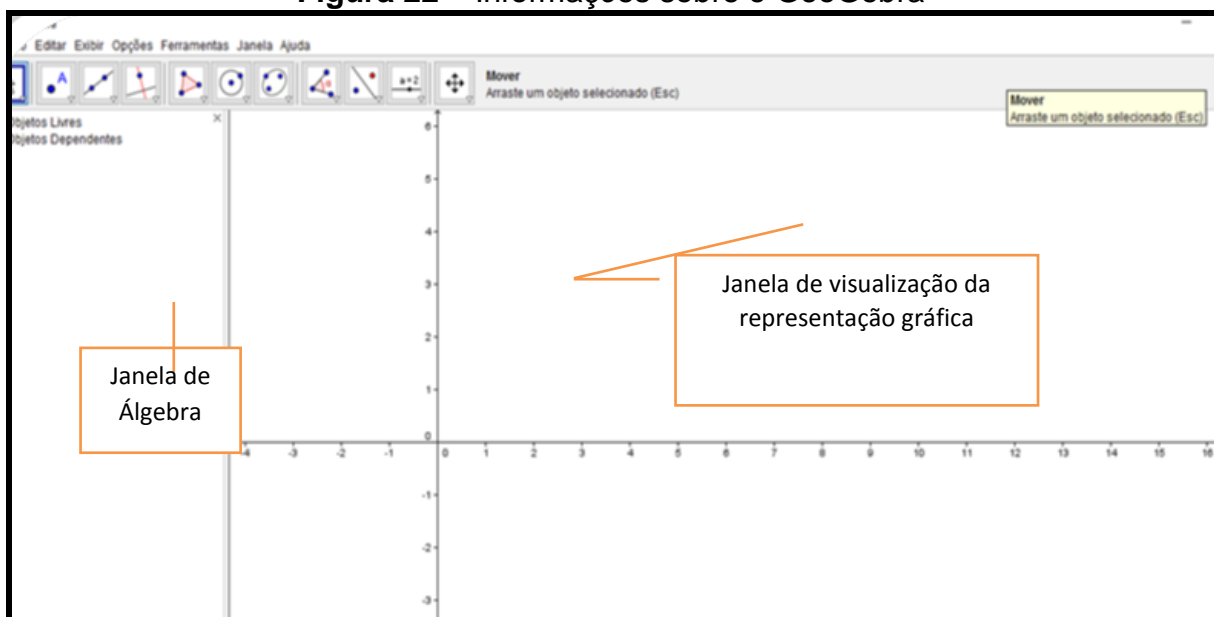
[...] tem sido vulgarmente aceite (pelo menos no reino da teoria educacional) que; (1) as generalizações significativas não se podem apresentar ou “dar” ao aprendiz, mas apenas ser adquirida como um produto da atividade de resolução de problema; e (2) Todas as tentativas para se dominarem os conceitos e as proposições verbais são formas de verbalismo vazio, a não ser que o aprendiz possua uma experiência anterior recente com as

realidades concretas a que se referem estas construções verbais. (AUSUBEL, 2000, p. 7).

Dando continuidade aos trabalhos, foi apresentado aos alunos o software GeoGebra (Figura 22). A ideia era fazer com que os alunos se familiarizassem com o programa. Durante a apresentação, algumas explicações foram dadas, pois muitos não o conhecia; neste momento foi incentivado o diálogo sobre o “como deve realizar o estudo”.

Os alunos estão habituados a utilizarem alguns *softwares* em Matemática para traçar gráficos e observa-los. Os comandos são realizados e são dados os passos o para o aluno. Este não é o objetivo de utilizar o GeoGebra; no caso, o aluno tem que pensar em possibilidades e experimentar para posteriormente analisar o que foi feito. Ele não parte de uma verdade, de um gráfico para observar seu comportamento ou de equações prontas. A tecnologia é um suporte importantíssimo, mas o comando está nas mãos dos alunos.

Figura 22 – Informações sobre o GeoGebra



Fonte: Arquivo da professora (P).

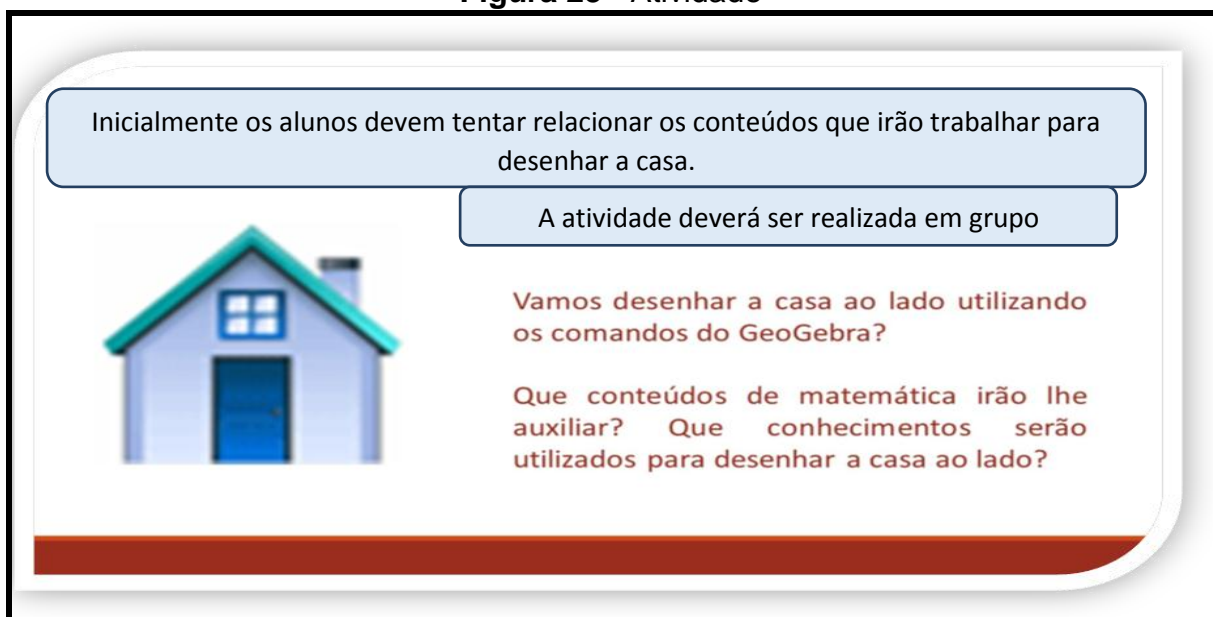
Os alunos se mostraram muito interessados pelo programa e pediram informações sobre como baixar. Este foi um momento reservado para que eles explorassem os comandos disponibilizados, livremente.

Foi iniciada a 3ª etapa no momento em que todos já tinham conhecimentos dos comandos no *software* e haviam explorado algumas de suas possibilidades.

Dando continuidade ao trabalho, foi entregue mais uma atividade (Figura 23),

que, de acordo com a proposta, é considerado um organizador prévio, pois a finalidade era servir como ponte entre o que o aprendiz já sabe, conteúdo cuidadosamente pesquisado, e aquilo que ele deve saber para prosseguir com o estudo. Ele foi elaborado para ser útil, facilitador da aprendizagem, funcionando como pontes cognitivas.

Figura 23 - Atividade



Inicialmente os alunos devem tentar relacionar os conteúdos que irão trabalhar para desenhar a casa.

A atividade deverá ser realizada em grupo

Vamos desenhar a casa ao lado utilizando os comandos do GeoGebra?

Que conteúdos de matemática irão lhe auxiliar? Que conhecimentos serão utilizados para desenhar a casa ao lado?

Fonte: Arquivo da professora (P).

Os problemas foram surgindo à medida que os alunos começaram a refletir sobre a forma como trabalhar para desenhar, utilizando conhecimentos matemáticos, supostamente bem organizados na estrutura cognitiva. Neste momento, solicitaram ajuda e foi sugerido que utilizassem todo o material disponível para pesquisa; estes talvez ajudassem a terem ideias de como realizar a atividade.

(G1) – Professora, poderia explicar melhor sobre Geometria?

(P) – Que conteúdos da Geometria vocês estão explorando?

(G1) – Eu não lembro de quase nada, só reta, quadrado, ...

(P) – O que vocês sugerem? Que tipo de trabalho poderia ser feito para lembrarem?

(G2) – A senhora poderia dar uma aula antes?

(P) – Eu não estou dando aula?

(G1) – Aula no quadro, professora.

Estavam solicitando uma aula expositiva. Diante da insistência, foram atendidos, mas de forma que todos participassem ativamente. Foi combinado que a construção da casa iria ser conduzida, mas que não teriam respostas prontas. A condução iria ajudá-los a pensar; para isso teriam que fazer muitos questionamentos. A construção foi iniciada, levantando algumas questões na tentativa de os alunos descobrirem o que estava sendo solicitado, por meio de um processo que incluía o pensar, discutir, refletir e experimentar para concluir, socializar e formalizar.

[...] a aprendizagem por recepção verbal não é necessariamente memorizada ou passiva [...] desde que se utilizam métodos de ensino expositivos, baseados na natureza, condições e considerações de desenvolvimento que caracterizem a aprendizagem por recepção significativa [...]. (AUSUBEL, 2000, p. 5).

Os diálogos foram surgindo com o propósito de conduzir o estudo, em decorrência das dificuldades encontradas pelos alunos.

(P) – Gostaria que vocês escolhessem um quadrante para trabalhar.

(GM¹) – Professora, nós queremos o primeiro.

(GM²) – Nós também queremos trabalhar no primeiro quadrante.

(P) – Bem, resolvam. Eu gostaria que escolhessem quadrantes diferentes.

(GM¹) – Nós escolhemos primeiro.

A ideia inicial era que cada grupo trabalhasse em quadrantes diferentes, mas para não criar um ambiente onde as escolhas pudessem determinar dificuldades, foi aceita a solicitação dos dois grupos em trabalharem no primeiro quadrante.

Trabalhar em quadrantes que tivessem coordenadas negativas iria ajudá-los a revisar operações com números negativos, pois, durante os registros, alguns alunos afirmaram sentir dificuldades em operar com estes números. Esta poderia ser uma boa oportunidade.

(P) – Vamos realizar a atividade no primeiro quadrante, juntos pensaremos em possibilidades; vocês devem registrar cada um dos passos em suas folhas, como vêm fazendo, um para cada grupo. Neste caso, como vou conduzir, teremos uma construção única para os dois grupos.

(P) – Observem o comando exibir no GeoGebra, logo acima. Cliquem nele e depois em malha. Observem o que irá aparecer!

(GM²) – Uns quadrinhos, e agora?

(P) – A malha apareceu e irá facilitar a construção do desenho. O que vocês sugerem? Como faremos para iniciar?

Como ninguém se manifestou, continuei o diálogo; conduzi, para terem uma ideia de como iniciar o desenho.

(P) – Por onde devemos começar? Quero desenhar uma casa!

(GM¹) – Professora, eu coloco retas e traço.

(P) – O que você vê no desenho que foi entregue? Retas?

(GM²) – Pedacos de retas.

(P) – Pedacos de retas? Você poderia explicar melhor?

(GM²) – Tem início e fim.

(P) – Ótimo! Quando eu for traçar as laterais da casa que estou desenhando, tenho que lembrar estes dois pontos, o ponto inicial e o final. Bem, o que faremos?

(GM¹) – Eu faço um quadrado, todos os lados têm lados iguais com início e fim.

(P) – Na figura que foi entregue, onde você está identificando a representação de um quadrado?

(GM¹) – Na janela.

(P) – Por que você está afirmando que a janela tem forma de um quadrado? O que você entende por quadrado?

(GM²) – Professora, pode pesquisar?

(P) – Claro! Estamos estudando. Lembram das orientações antes de iniciarmos os trabalhos?

(GM¹) – Então pode ser na internet?

(P) – Claro! Internet, livros, cadernos, todo o material que vocês têm deve ser utilizado.

(GM²) – Eu posso começar com dois pontos e depois eu traço a reta.

(P) – Claro! São vocês que escolhem o caminho.

Naquele momento tinha duas opções a seguir. Se optassem por trabalhar inicialmente com polígonos, teríamos que fazer o caminho oposto ao planejado. A ideia era facilitar, principalmente porque se pretendia evitar situações que poderiam agravar o entendimento dos alunos durante o processo de Aprendizagem. Este seria

o caminho mais difícil para percorrer. Polígono, segmento de reta, dois pontos distintos pertencentes ao segmento e depois determinar a reta que passa por estes dois pontos. O conjunto domínio e imagem não seriam tratados no final, assim, os alunos foram estimulados a iniciarem o desenho, traçando os pontos e a reta determinada por estes dois pontos. Este seria o ponto de partida; a reta foi o elemento que mais emergiu, durante os diálogos.

(GM¹) – Vou colocar os dois pontos.

Foi observado que o aluno com a ajuda do *mouse*, foi até a janela de pontos e clicou na tela, no 1º quadrante. Este procedimento foi feito várias vezes. A ideia era fazer e não optar por um caminho onde se encontra pronto. Os alunos deveriam escolher os pontos e depois encontrar a equação que representa a reta que passa pelos dois pontos escolhidos. Assim, foi dada uma sugestão.

(P) – Vamos fazer diferente? Observem no comando de entrada no GeoGebra. Pensem como escrever, como colocar o registro da representação algébrica do ponto. Escolha o ponto e coloque-o na entrada.

(GM²) – A senhora falou que representa ponto com letra maiúscula do nosso alfabeto. Eu boto o “a” grande na entrada?

(P) – A letra maiúscula “A”, você quer dizer, certo? Eu disse a vocês que nomeamos pontos com letras maiúsculas do nosso alfabeto. O que vocês entendem por nomear?

Silêncio total! Normalmente quando ficam inseguros, não se manifestam. Foi dada continuidade ao diálogo de forma que eles percebessem o significado de nomear e de representar.

(P) – Observem o que vou dizer. Eu vou nomear este objeto de borracha. O que vocês entendem por nomear?

(GM¹) – Dar nome.

(P) – Isto, agora pensem como representamos, como podemos representar uma borracha, um ponto, ...

(GM²) – Professora, eu boto um pontinho e pronto.

(P) – Esta é a única forma de representar um ponto?

(GM²) – Tem as coordenadas!

(P) – Excelente! Você vai representar o ponto, por meio das suas coordenadas. Como vai digitar no campo de entrada?

(GM¹). – Uso parênteses e dois números.

(P) – Quem poderia explicar melhor?

Não houve resposta. Com certeza, os alunos iriam colocar a representação do ponto no campo de entrada, corretamente, mas não se pode esquecer de trabalhar com a linguagem. Eles não aplicam os termos corretamente. Não se pode ignorar este fato. Assim, foi solicitado que escolhessem dois números para representarem as coordenadas do ponto A. Eles escolheram os números 2 e 5. Foi explicado que o ponto A seria representado pelo par ordenado (2,5). Estes números que seriam as coordenadas do ponto A.

(P) – No comando de entrada vamos digitar as coordenadas do ponto A. Este será representado pelo par ordenado (2,5).

Neste momento, os dois grupos estavam consultando o livro e foram incentivados a continuarem. O livro é para ser utilizado durante o estudo. Muitos o utilizam para resolverem exercícios. Foi solicitado que escolhessem quatro (4) pontos, com o propósito de iniciar o desenho da casa. Os números escolhidos foram: A = (1,2), B=(4,2), C=(1,5) e D=(4,5). Os dois grupos estavam trocando ideias e um aluno digitou, no campo de entrada do GeoGebra, a = (1,2). Apareceu a representação do vetor a. Não tinham até o momento percebido o erro cometido e estavam à procura do que tinha acontecido. Este era um momento importante para eles perceberem a importância da notação. Existe uma grande diferença entre a representação geométrica de um ponto e de um vetor; no entanto, as representações algébricas dos dois objetos se diferenciam pela forma como são nomeados. Estávamos trabalhando no plano; tinham duas dimensões.

(GM²) – Professora, eu fiz alguma coisa e apareceu uma coisa estranha e não um ponto como apareceu no seu.

(P) – Primeiro vamos investigar o que aconteceu. O que você fez?

(GM²) – Professora, onde tem uma bolinha, aqui do lado, tem um “a” minúsculo. Ela colocou minúsculo. Não era maiúsculo?

(P) – Coloque o mouse sobre o objeto “A” e observe, depois sobre o objeto “a” e observe o que aparece. Faça isso onde eles estão representados geometricamente.

(GM²) – Aparece o nome “vetor a”.

(P) – Correto! São objetos distintos. Observem a importância das regras, como são nomeados, representados, dos registros e da linguagem utilizada.

Os alunos escolheram os pontos e já tinham representado, todos eles. Foram alertados sobre a atenção que deveria ser dada para as duas janelas do GeoGebra. O objetivo era trabalhar de forma que associassem as duas formas de representação com seus registros. Foi sugerido que traçassem as retas.

Os alunos foram na janela onde tem a opção reta definida por dois pontos para traçarem as retas. Interferi, solicitando que encontrassem a equação que representa cada reta que deve ser traçada e posteriormente traçassem a reta.

Ficaram confusos e as explicações continuaram.

(P) – Onde vocês iriam traçar as retas? (Eles mostraram apontando com o dedo e sugeri que utilizassem os dois pontos que se referiram para encontrar a equação da reta que passa por eles).

Ficou claro, neste momento, que eles não sabiam encontrar a equação de uma reta, dados dois pontos pertencentes a ela, embora já tivessem estudado função polinomial do 1º e 2º graus, na unidade em curso. Foram pesquisar.

Os alunos estavam sentindo muita dificuldade e esta atividade, que estava prevista para ser realizada em um dia, não teve condições de dar continuidade. Como este era um momento importante, de construção, algumas alterações foram feitas no planejamento e utilizado mais um dia para finalizar; assim, a socialização e a formalização teria que ser feita em um único dia, devido o pouco tempo.

As mudanças ocorrem e são necessárias para atender a prioridade do momento. Neste caso, elaborar ideias consistentes, bem fundamentadas em relação ao objeto que está sendo estudado, é o objetivo maior.

Os alunos retornaram com algumas ideias; isto significa que procuraram informações sobre como realizar a atividade.

Dando prosseguimento aos trabalhos, foi perguntado qual seria o próximo passo e eles responderam que era traçar as paredes, as laterais da casa.

(P) – Vocês querem traçar o segmento de reta que irá representar a lateral da casa que estão desenhando, certo? Inicialmente vamos traçar as retas que contêm cada um dos segmentos que vocês querem obter.

(GM¹) – A senhora disse que dois pontos determinam uma reta. Por que quando a gente faz o gráfico coloca vários pontos na tabela?

(P) – Você é obrigado a colocar vários pontos na tabela para fazer o gráfico da função polinomial do 1º grau?

(GM²) – Eu achei no meu caderno a função do 1º grau e tem gráfico e equação da reta. Tem dizendo para traçar o gráfico e tem vários números na tabela. Tem assim no livro também.

(P) – Vamos observar o que o livro diz?

(P) – Observe que temos vários exemplos onde ele pede para traçar o gráfico que representa a função após atribuir valores a “x”. Quando ele faz isso, ele constrói a tabela, mas não quer dizer que você vai utilizar obrigatoriamente todos os pontos encontrados. Observe a tabela em outro exemplo; neste, ele pede para construir o gráfico e diz “escolhem-se dois valores de x” para determinar “f(x)” e assim obter o gráfico.

(GM²) – Então não precisa fazer como eu fazia!

(P) – Vamos encontrar a equação da reta, de cada uma das retas?

Estavam tendo problema para resolver o sistema; assim, surgiu a necessidade de ir ao quadro para revisar resolução de sistemas de equações; no caso, duas equações e duas incógnitas. Mesmo após ter revisado, os alunos continuaram a ter sérios problemas para resolver, conforme Figura 24.

Figura 24 – Sistema resolvido por um dos grupos

$A = (1, 2)$
 $B = (4, 2)$
 $2 = a \cdot 1 + b$
 $2 = a + b$
 $2 = a \cdot 4 + b$
 $2 + b = 4a + b$
 $-4a = b - b$
 $3a = 0$
 $-\frac{3}{3} = a$
 $0 = a$

$C = (1, 5)$
 $D = (4, 5)$
 $5 = a \cdot 1 + b$
 $5 = a + b$
 $5 = a \cdot 4 + b$
 $5 = 4a + b$
 $5 = a + b$
 $4a + b = a + b$
 $4a - a = b - b$
 $3a = 0$
 $a = \frac{0}{3}$
 $a = 0$

Fonte: Arquivo da professora (P).

Erros graves estavam sendo cometidos pelos alunos. Estes erros são em decorrência do hábito de resolverem equações mecanicamente, sem pensar. Para um aluno do 1º ano do ensino médio, é inesperado.

Ao observar a forma como resolveram, fica subtendido que a técnica eles dominam. O diálogo foi iniciado com o grupo, para que percebessem o que tinham feito.

(P) – O que significa para vocês $(-3/0)$?

(GM¹) – Uma fração.

(P) – O que vocês entendem por fração?

(GM¹) – Um número.

(GM²) – Divisão. Fração não é divisão?

(P) – Vamos com calma. O que vocês entendem quando escrevem $\frac{1}{2}$?

(GM²) – Metade de 1. Eu peguei 1 e dividi por 2.

(P) – O que vocês entendem quando escrevem $(3/0)$?

(GM²) – Eu peguei 3 e dividi por zero.

(P) – Você consegue dividir por zero?

(GM²) – Dá zero.

(P) – Eu quero saber se você chega a dividir, você consegue dividir um número por zero?

(GM¹) – Zero não é nada, não divide.

(P) – Bem, jamais vocês poderão cometer este erro. Agora observem o que fizeram.

(GM²) – Eu tinha $(-3 a = 0)$, para não ficar negativo eu botei o "a" para o outro lado e tirei o zero.

(P) – Vamos pensar juntos. Suponhamos que você tenha um número "x", multiplicado por "2". Ficamos com o seguinte registro: "2.x" ou "2x". O dois está multiplicando o "x", então você tem o dobro de "x". Se você tem o dobro de um número e quer voltar a ter somente o número, o que você faz?

(P) – Vamos observar: eu tenho 6 e fico com 3, eu tenho 4 e fico com 2, eu tenho 2 e fico com 1. O que fiz?

(GM¹) – Ficou com metade, dividiu por 2.

(P) – Perfeito! Agora pense: Eu tenho 18 e fico com 6, eu tenho 15 e fico com 5, eu tenho 12 e fico com 4, eu tenho 6 e fico com 2. O que fiz?

(GM¹) – Já sei, se tenho triplo, divido por 3 e se tenho dobro divido por 2.

(P) – Vamos voltar para a questão: $(-3 a = 0)$. Se você quer o valor de "a", tem que tirar o (-3) que está multiplicando o "a". Imagine uma balança em equilíbrio. Tudo que você fizer em um prato tem que fazer no outro senão ela não continua em equilíbrio. No caso, o sinal de igualdade equivale a um estado de equilíbrio.

(GM²) – Ah! Eu já erro isso. Já sei. Divido os dois lados por 3 ou por (-3)?

(P) – Você quer o valor de a ou de (-a)?

(GM²) – De "a", então divido por (-3) e fica $a = (0/-3)$.

(P) – E neste caso, qual o valor de "a"?

(GM¹) – Se eu não tenho nada e divido o meu nada para 3, cada um fica com nada.

(P) – Eu tenho percebido que vocês estão cometendo erros que são inexplicáveis. Se pensarem sempre no que estão fazendo, não cometerão certos erros, jamais.

Prosseguiram com o estudo e precisavam traçar as retas para posteriormente delimitar cada uma delas. Os alunos deram continuidade aos cálculos e encontraram as equações das duas retas. Observando os grupos, foi possível perceber que, em relação a escrita algébrica, eles estavam dominando. Perceberam que quando o coeficiente "a" da função $f(x) = ax + b$, que estava sendo estudada, é igual a zero,

qualquer valor que atribuímos a x , teremos o resultado zero; logo, $f(x) = b$. Os alunos traçaram as retas “a” e “b”. Precisavam encontrar valores para serem atribuídos a “x”, de forma que a representação geométrica das novas funções fossem os segmentos de reta CD e AB

Precisavam encontrar a função que é representada pelo segmento CD e posteriormente a função que é representada pelo segmento AB.

Achei oportuno delimitar a reta e para isso teria que pensar em utilizar as funções anteriores e encontrar o conjunto domínio que atendesse a questão. Os alunos investigaram quais os valores que deveriam atribuir à variável x para que a reta fosse delimitada e a representação geométrica, tão desejada, fosse traçada.

(P) – Quais os valores que podemos atribuir à variável x neste caso?

(GM²) – De 1 até 4.

Surgiu um momento importante para revisarem intervalos. Estavam representando conjuntos numéricos, subconjuntos dos reais.

(P) – Como representamos o conjunto dos números reais compreendidos entre 1 e 4? Quem lembra?

(GM¹) – Pode ser de qualquer forma?

(P) – Como vocês representam?

(GM¹) – Tipo, x maior ou igual a 1 e x menor ou igual a 4?

(P) – Como você representa este conjunto na forma de intervalo ou sentença matemática?

(GM¹) – Ah! Intervalo eu sei.

Algumas discussões surgiram, alguns foram consultar os apontamentos e outros lembravam. Durante todo o processo as oportunidades devem ser aproveitadas e quando não surgem naturalmente, devem ser criadas.

[...] as questões de compreensão e de aprendizagem das equações como ferramenta de resolução de problemas. Essa aquisição é, em geral, o objetivo principal de um ensino de álgebra no ensino fundamental [...] uma perspectiva de decomposição matemática do conhecimento das equações somos levados a propor a introdução de letras e de cálculo literal no quadro da resolução de problemas numéricos. Isso produz obstáculos intransponíveis para muitos alunos [...] (DUVAL, 2011, p. 10)

Muitos alunos não conseguiram, ao longo de sua vida estudantil, estabelecer relações entre os objetos estudados por diversos motivos. A forma fragmentada do ensino tem contribuído e dificulta a compreensão; assim, a ocorrência da

aprendizagem significativa fica cada vez mais distante da realidade dos alunos. Diante desse fato, como não aproveitar todos os momentos que surgem ao longo do processo de construção do conhecimento para se fazer relações e reestruturar as ideias que ainda não estão amadurecidas, concretizadas?

Após ser revisado intervalos, precisavam colocar as informações na caixa de entrada do GeoGebra; foi necessário informar como se digita o conjunto domínio. Foi colocada a seguinte informação no quadro: “Você digita o nome função na caixa de entrada e aparecem dois colchetes. Dentro do colchete você digita a função, o valor da variável x inicial e da variável x final, separados por vírgula”. Após digitarem, foi chamada a atenção deles sobre o que estava ocorrendo na janela de Álgebra. Eles perceberam que surgiram duas novas funções. Neste momento, foi solicitado que investigassem o ocorrido.

(P) – Se utilizaram a função já traçada, porque apareceu outra função?

(GM¹) – Professora, eu coloco o *mouse* e não são as mesmas.

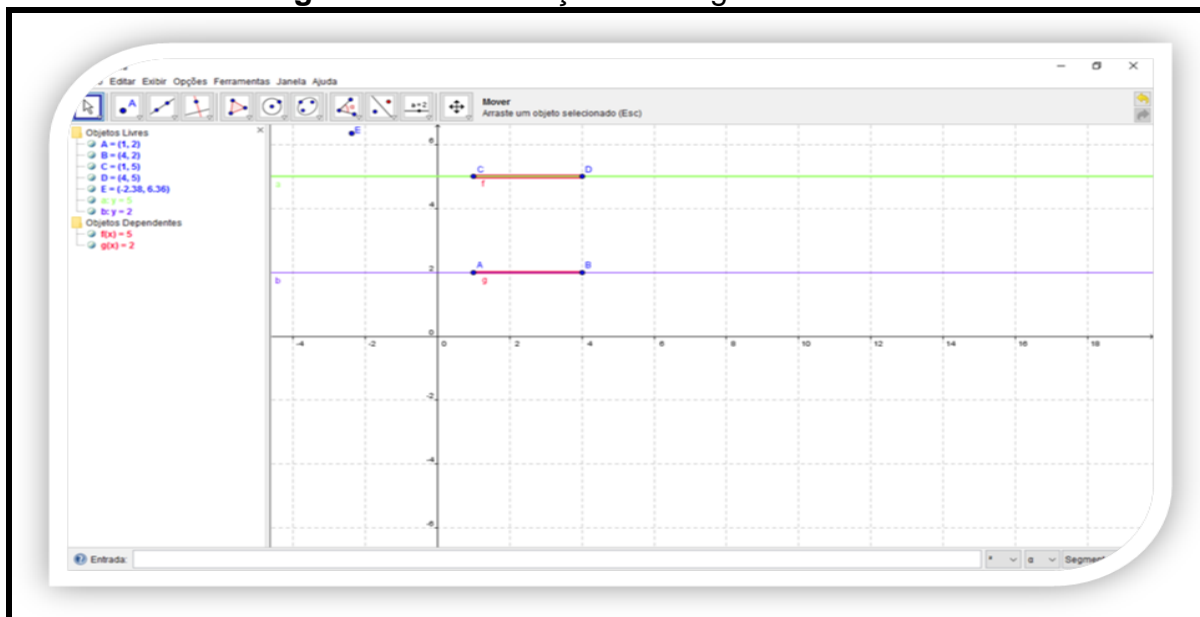
(P) – Perfeito, agora nós temos a representação geométrica de quatro funções na tela. Por que apareceram mais duas?

Eles não conseguiam entender. Diante de uma dificuldade, a ideia é tentar superar; no caso onde se percebe que os alunos dificilmente irão encontrar a solução, o professor deve tomar a iniciativa para não os deixar se sentindo sozinhos, desestimulados, incapazes. Resolveu-se resgatar a definição de função e eles perceberam que quando ela é definida, define-se o conjunto domínio obrigatoriamente. Toda função é uma relação que existe entre os elementos de dois conjuntos e um deles é o conjunto domínio. Tratando-se de um conjunto domínio específico, diferente do anterior, conseqüentemente fala-se de outra função, como ocorrido durante a atividade.

Foi solicitado que identificassem cada uma delas e colocassem a representação de cada com cores diferentes. Isto iria facilitar a visualização e conseqüentemente, ajudaria na análise e interpretação.

Os alunos ainda não sabiam como fazer, não tiveram tempo suficiente para explorar os recursos do GeoGebra. Neste sentido, foram dadas as informações necessárias, passo a passo (Figura 25).

Figura 25 – Construção dos segmentos de retas



Fonte: Arquivo da professora (P).

O objetivo deste momento foi estudar a representação geométrica da função, no caso específico, quando o coeficiente “a” da função é igual a zero. Os alunos recorreram aos livros com o objetivo de entender o que acontece com a função constante, quando atribuímos valores a “x” e o porquê da sua representação gráfica ser uma reta paralela ao eixo das abscissas. A leitura simultânea facilitou muito o entendimento. Eles estavam iniciando uma análise com um olhar mais amplo. Foi sugerido que analisassem a representação algébrica e a geométrica de forma que entendessem a mensagem que cada uma delas traz; os registros de representação são diferentes, mas tem de ocorrer uma leitura de forma que uma seja consequência da outra.

Posteriormente, os alunos voltaram as atenções em torno das possibilidades de traçar retas que contêm os segmentos AC e DB.

Iniciaram seguindo os mesmos caminhos utilizados anteriormente. Foi permitido que continuassem porque o grande problema que iria surgir era importante para analisar a definição de função. Eles efetuaram os cálculos considerando que as retas que iriam traçar representavam funções. É importante ressaltar o seguinte fato: observou-se que é comum encontrar em livros uma maneira prática de verificar se o gráfico analisado representa uma função; enquanto os alunos estavam folheando o livro em busca de informações sobre conjunto domínio de uma função, foi solicitado que lessem sobre um exemplo que estava sendo dado no livro. Comentaram que tinham uma forma de verificar se o gráfico era a representação de uma função ou

não. Ao ouvir o comentário, foi perguntado como ele verificava e ele disse que passava uma reta paralela ao eixo dos “y”. Era sabido que haveria um momento em que seria preciso discutir a definição de função – este era o momento.

De acordo com o que fizeram, ficou claro que é preciso pensar, refletir sobre o fazer. Estão decorando procedimentos e nem sempre eles são adequados para resolver um determinado problema. Constitui-se, então, uma impossibilidade e eles não sabiam o que estava acontecendo (Figura 26). O estudo tem que ser conectado para facilitar o entendimento e facilitar a aprendizagem.

Figura 26 – Encontrando a equação de uma reta

Handwritten mathematical work on a piece of paper showing two systems of equations for finding the equation of a line. The left system uses points A(1,2) and C(1,5) and leads to the equation $2 = a + b$ and $5 = a + b$, resulting in $2 - a = b$ and $5 - a = b$, then $2 - a = 5 - a$, $2 - 5 = -a + a$, and $-3 = 0$. The right system uses points D(4,5) and B(4,2) and leads to $5 = 4a + b$ and $2 = 4a + b$, resulting in $5 - 4a = b$ and $2 - 4a = b$, then $5 - 4a = 2 - 4a$, $5 - 2 = -4a + 4a$, $5 - 2 = 0$, and $3 = 0$.

Fonte: Arquivo da professora (P).

Diante do resultado que apresentaram, foi pedido que observassem o resultado do cálculo e tentassem visualizar a reta que estavam querendo traçar no desenho que estavam fazendo.

(P) – O que vocês entendem quando observam os cálculos apresentados?

(GM¹) – Isto não pode, professora. Tem erro.

(P) – Vocês acham que erraram no cálculo? Observem com cuidado e verifiquem se cometeram algum erro.

(GM²) – Não tem erro. Por que deu este resultado?

(P) – O resultado encontrado não é um absurdo? Façam o seguinte, digitem no campo de entrada do GeoGebra, $x=4$ e vejam o que acontece.

(GM¹) – Aparece o que eu quero, então vou colocar $x=1$ também.

O importante neste momento era que eles interpretassem o que aconteceu e pensassem na definição de função, observando a representação geométrica.

(P) – Vamos observar as retas traçadas. Estamos trabalhando com função polinomial do 1º grau. Vamos pensar em todas as possibilidades de representação geométrica dessa função?

(GM¹) – Todas? Como vou saber?

(P) – Vamos pensar em possibilidades de traçados no plano cartesiano. Abram o caderno, trace um plano cartesiano e as possíveis representações de retas.

Neste momento os alunos traçaram várias retas, inclusive retas paralelas ao eixo das ordenadas. Aproveitei o momento e lancei o desafio.

(P) – Vamos ver se vocês encontram alguma reta que não representa uma função.

(GM¹) – Já sei! A reta paralela a y.

(P) – Perfeito! Agora quero saber o porquê, usando a definição.

Os alunos não souberam explicar, então fui ao quadro.

(P) – Vamos traçar uma reta paralela ao eixo das ordenadas e, ao lado, fazer uma tabela para colocarmos os valores atribuídos a variável x e encontrarmos o(s) valor(es) da variável y.

(P) – Observem a tabela e vamos representar os valores que atribuíamos a variável x e os encontrados para a variável y, em dois conjuntos. Construindo o diagrama de Venn, vamos relacionar os números escolhidos. O que vocês observam?

(GM¹) – Professora, tem as flechinhas saindo de um número só para todas.

(GM²) – Já sei, todo elemento de x só pode relacionar com 1 de y.

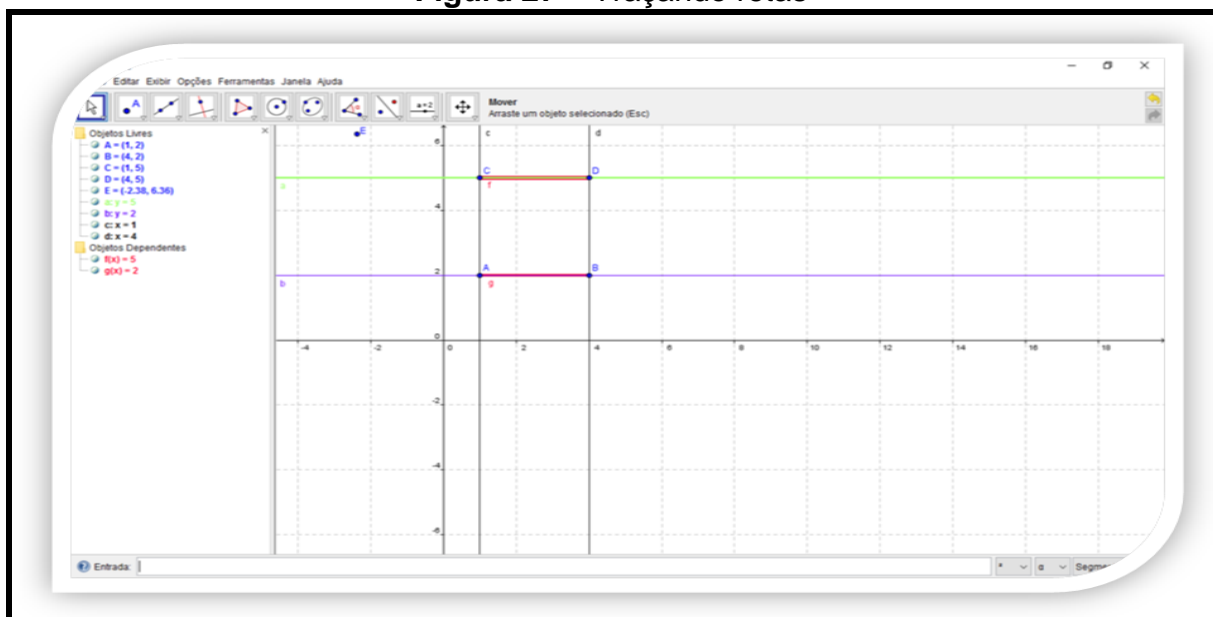
(P) – Observem a definição de função!

(GM²) – Não é função.

(P) – As retas traçadas não representam funções. Assim, não podemos trabalhar com domínio de uma função. Neste caso, vocês devem utilizar o recurso que o programa disponibiliza para desenhar as laterais, os segmentos de reta que vão representar parte da casa, no desenho.

O comando utilizado é segmento definido por dois pontos (Figura 27).

Figura 27 – Traçando retas



Fonte: Arquivo da professora (P).

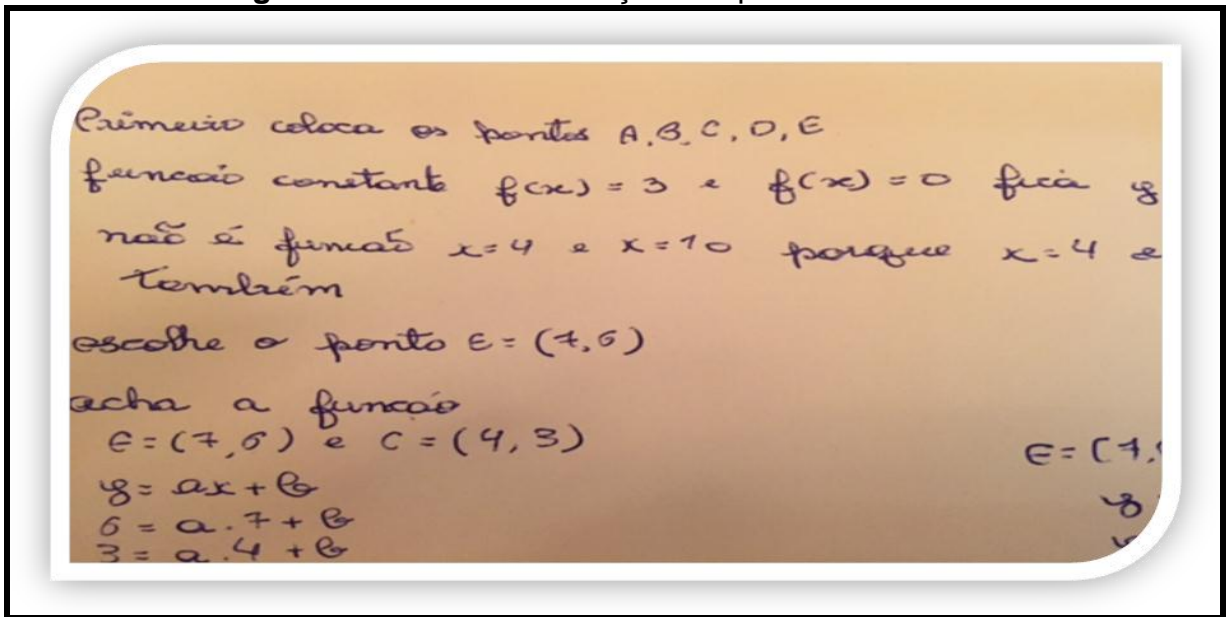
Foi dado prosseguimento a atividade, solicitando que os alunos escolhessem um ponto para ser feito o telhado. Os alunos escolheram o ponto com coordenadas (3,2) e, ao observarem, não ficou centralizado. Como queriam centralizar, foi ensinado como fazer. Eles clicaram no lado direito do *mouse*, apareceu uma mãozinha, colocaram o *mouse* sobre o ponto e deslocaram para o novo lugar escolhido. Ao observarem que encontraram um ponto com coordenadas representadas por números decimais, desistiram.

Voltaram para a escolha inicial e realizaram o procedimento de encontrar a representação geométrica da função através de dois pontos dados.

Aproveitou-se o momento e foi chamada a atenção dos alunos em relação ao fato de verificar antes se trata-se de representações geométricas de funções ou não.

A atividade não pode ser concluída em decorrência do tempo excedido e os alunos se comprometeram a finalizá-la em casa. Solicitou-se que descrevessem cada passo, cada caminho escolhido. Os dois grupos conseguiram terminar a atividade e entregaram os relatos, conforme representado na Figura 28.

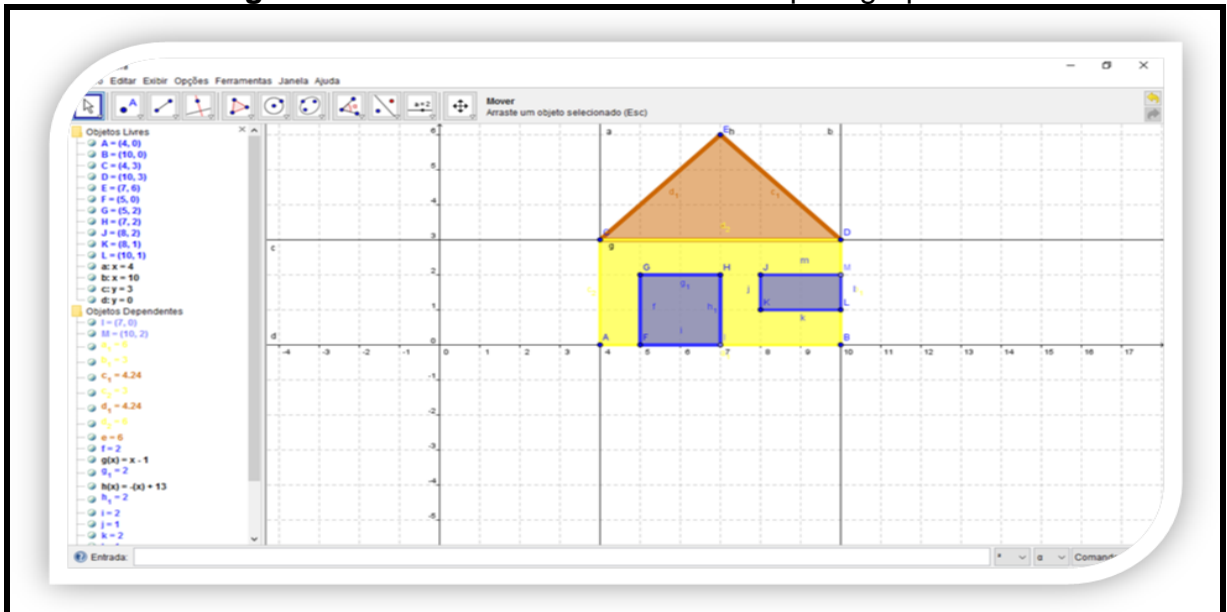
Figura 28 – Parte da descrição dos passos realizados



Fonte: Arquivo da professora (P).

Realizou-se a 4ª Etapa e a 5ª no mesmo dia. Os alunos desse grupo (GM) pediram para construir juntos uma única casa. Acolheu-se a ideia desde que todos participassem. Eles concordaram e desenharam uma casa sem muitos detalhes (Figura 29).

Figura 29 – Desenho da casa realizado pelo grupo GM



Fonte: Arquivo da professora (P).

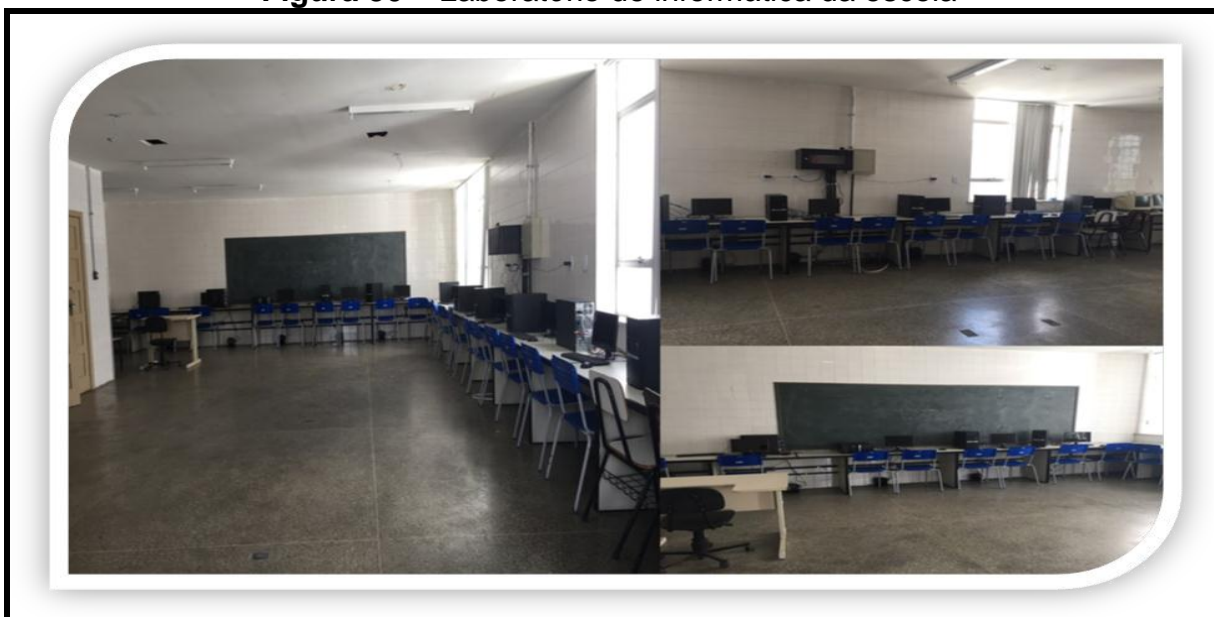
Após apresentarem, foi solicitado que cada um se autoavaliasse. Eles lembraram das dificuldades iniciais, mas todos fizeram comentários positivos sobre a

forma como o assunto foi trabalhado. Solicitou-se que voltassem a realizar a primeira atividade para termos uma ideia melhor do aproveitamento de todos.

Por último, formalizou-se o conteúdo trabalhado sendo ministrada uma aula expositiva baseada na atividade apresentada pelos alunos e nos conteúdos presentes no livro texto. Este momento foi importante para valorizar o livro e habituar os alunos a utilizá-lo.

Assim que terminaram as aulas do turno matutino, os trabalhos com os grupos do vespertino foram iniciados. Neste momento o laboratório de informática estava disponível e foi utilizado para a realização das atividades. Como haviam várias máquinas disponibilizadas, os dois grupos iniciaram juntos no mesmo dia. Foi acertado que os encontros aconteceriam todos os dias no horário das 17:00 às 18:30, no laboratório de informática da escola (Figura 30).

Figura 30 – Laboratório de informática da escola



Fonte: Arquivo da professora (P).

Os trabalhos seguiram as etapas previstas na sequência didática elaborada para este fim. Durante a 1ª etapa, os momentos ocorreram na ordem determinada pelos interesses e oportunidades que foram surgindo. O importante era, ao final desta etapa, as informações sobre o trabalho terem sido dadas e os conhecimentos prévios identificados.

As atividades foram iniciadas com quatro (4) grupos de três (3) alunos cada. Neste momento, como estava previsto, foram dadas todas as informações sobre o trabalho.

Estava claro que a motivação maior deste grupo era estarem trabalhando no laboratório de informática. Eles não conheciam aquele ambiente e mostraram interesse pelo programa que a ser trabalhado, solicitando informações sobre o mesmo. O momento era oportuno para apresentar o programa. Assim, algumas atividades foram feitas em sala e outras foram colocadas para serem realizadas em casa, devido ao pouco tempo disponibilizado para cada aula – no máximo uma hora e meia por dia. Uma das atividades realizadas foi: Encontre 4 pontos no plano cartesiano que tenham coordenadas iguais; posteriormente, marque 4 pontos que tenham coordenadas simétricas.

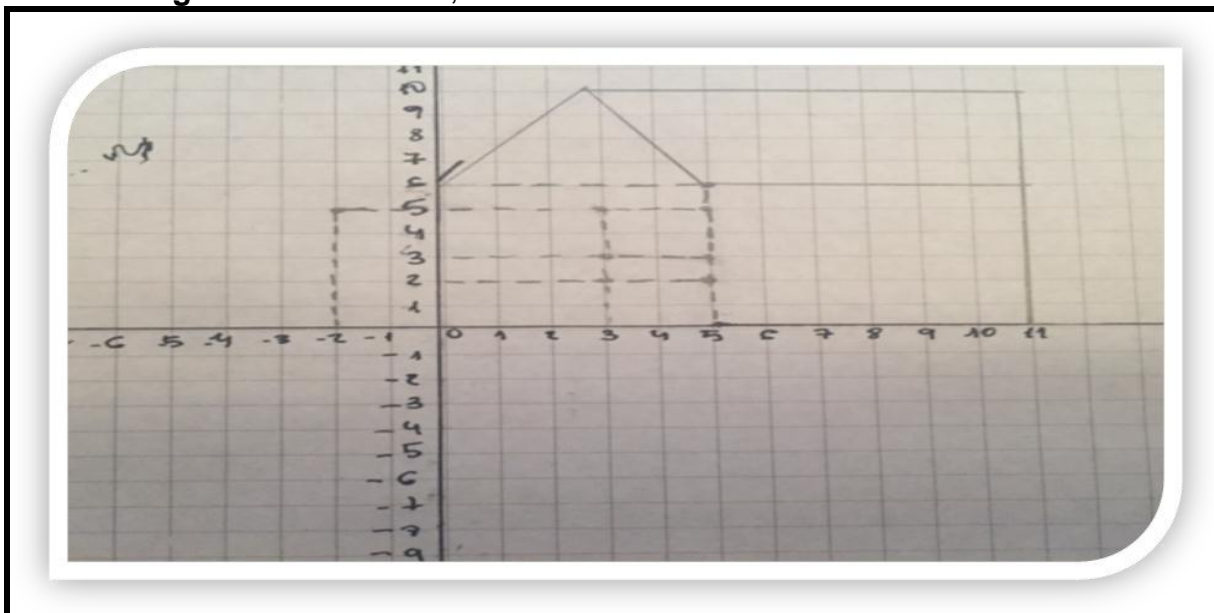
O programa foi apresentado, sendo disponibilizado o endereço para baixarem o *software* em suas máquinas e alguns informes sobre os comandos de como utilizá-lo foram dados. No segundo encontro assistiram ao vídeo, desenho animado, baseado no livro “Quem mexeu no meu queijo?”. Após o filme foi solicitado que trouxessem uma reflexão sobre mudanças, sonhos, objetivos, baseado no que foi colocado no vídeo. Foram informados de que poderiam voltar a assistir pelo YouTube. Estes alunos deram a ideia de ser feito grupo em redes sociais (um no Facebook e outro no WhatsApp), sendo que os dois grupos foram organizados. Era importante utilizar meios para que tivessem uma maior assistência para realizar as atividades, pois o tempo de cada encontro era muito reduzido. Muitos chegavam as dezessete e trinta porque tinham aula até este horário.

Para finalizar a 1ª etapa e darmos continuidade aos trabalhos, era necessário identificar os conhecimentos prévios dos alunos; assim, foi solicitado que desenhassem uma casa, na folha de papel milimétrico, utilizando os conhecimentos matemáticos adquiridos até aquele momento, de forma que todos os traçados fossem justificados. Os alunos deveriam descrever cada um dos objetos matemáticos traçados, falando sobre suas propriedades, localização, posicionamento em relação a um referencial e todo conhecimento que tinham sobre ele. Os grupos começaram a desenhar e sentiram dificuldade em escrever, dar as explicações, colocá-las no papel de ofício. Alguns elementos da Geometria foram citados e ocorreu, por parte de todos nos grupos, uma preocupação muito grande em relação a localização do desenho, no plano cartesiano. Isto, provavelmente, ocorreu devido ao fato de estarem desenhando em um papel milimétrico; assim, supõem-se que fizeram alguma relação com construção de gráficos, quando estudaram funções em algum momento.

As dificuldades em relação as explicações eram visíveis; solicitaram que a atividade fosse entregue no próximo encontro. Ficou acordado que eles entregassem o que tinham feito até o momento, e que na próxima aula seria devolvido o restante da atividade, para finalizarem. Como o objetivo era identificar os conhecimentos prévios, eles não deveriam fazer a atividade pesquisando em livros ou cadernos. O estudo deveria se iniciar tendo como ponto de partida as ideias mais bem estruturadas, fundamentadas e, no caso de estarem enganados em relação a elas, teriam que desconstruí-las com a mediação da professora/pesquisadora. Este é um momento muito importante, em que se deve ter o máximo de cuidado para que variáveis que possam ser evitadas não interfiram no resultado, embora seja sabido que não se está trabalhando com certezas, e sim, com indícios.

Os desenhos estavam sendo realizados sem maiores problemas mas as explicações sobre eles não estavam ocorrendo, era necessária uma interferência para ajudá-los a pensar (Figura 31).

Figura 31 – Desenho, utilizando conhecimentos sobre Geometria



Fonte: Arquivo da professora (P).

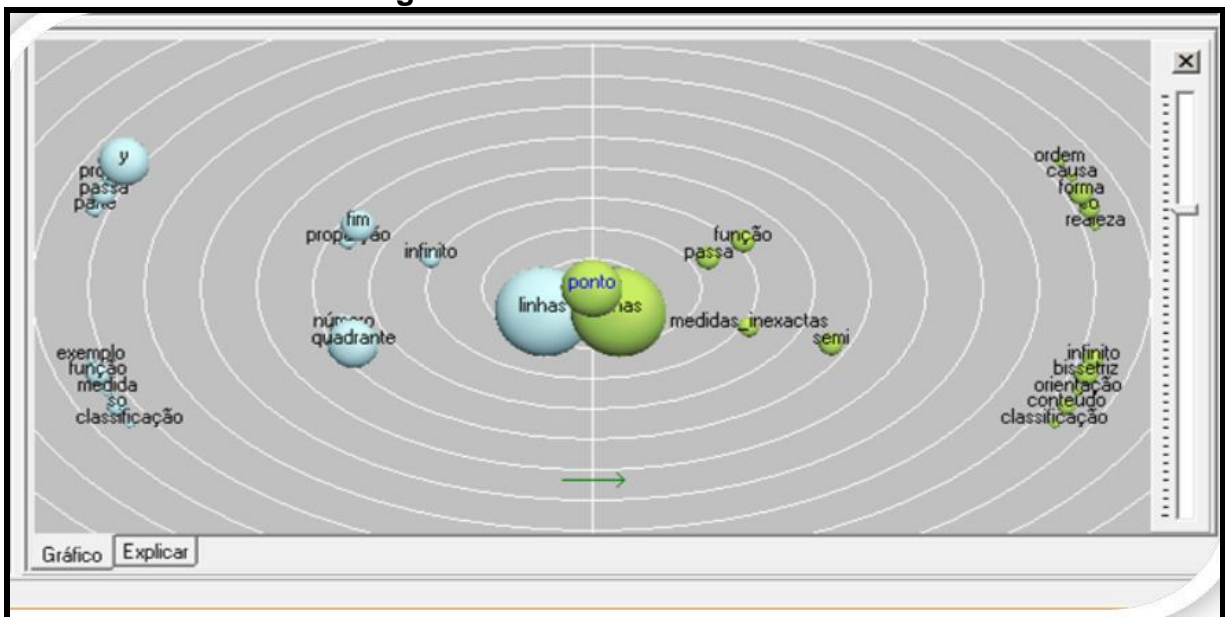
As atividades foram entregues e começaram os diálogos, de forma que pudessem organizar as ideias e realizar os registros, como estava sendo solicitado. Como uma das grandes dificuldades era aplicar a linguagem matemática adequadamente, houve o cuidado de orientá-los em relação ao que fazer, sem dizer como, evitando falar sobre os objetos traçados.

Todos os passos percorridos foram registrados e entregues para que fossem investigados os conceitos que mais emergiram durante os encontros e assim, através dele(s), elaborar as novas atividades com o objetivo de obter uma Aprendizagem Significativa.

De acordo com a teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, os conhecimentos prévios devem ser identificados para, a partir deles, ser iniciado o processo de construção do conhecimento; assim, todas as atividades e os textos foram digitados no bloco de notas, salvo em um arquivo “txt” para ser utilizado no TROPES e este realizar a análise semântica.

Por meio da Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012), foram identificados pontos importantes a serem considerados como: as ideias de ponto, reta, localização de pontos no plano e plano cartesiano. Estes foram os termos mais citados durante os registros (Figura 32).

Figura 32 – Analisador semântico



Fonte: Arquivo da professora (P).

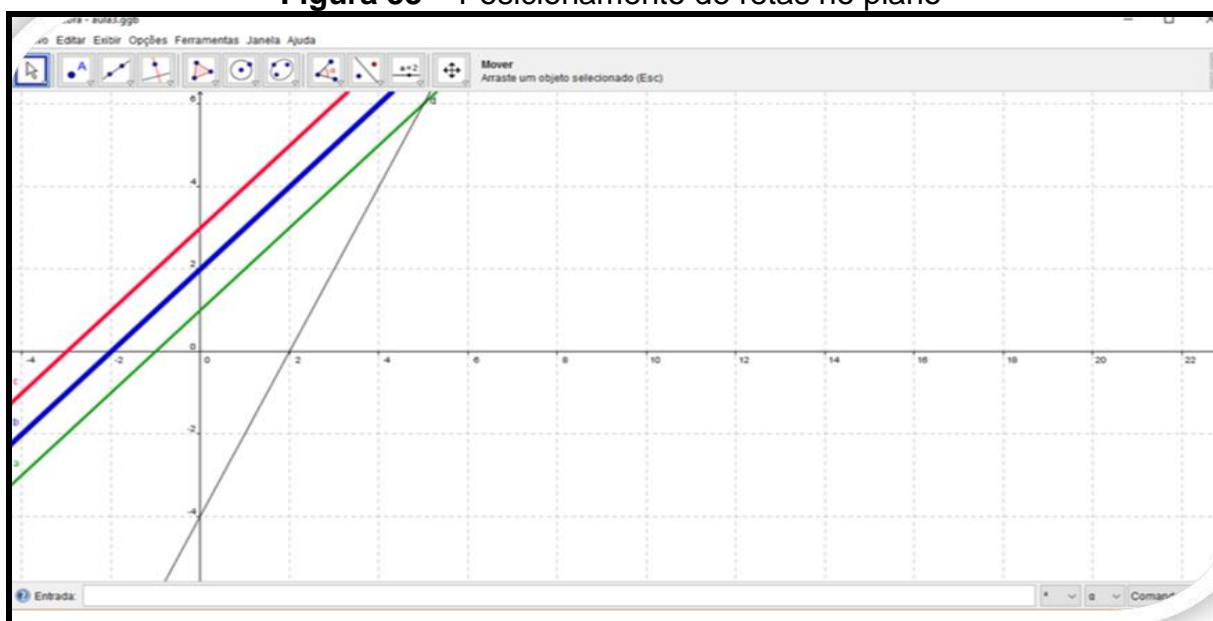
Com base nos elementos mais citados, nos conceitos que mais emergiram, identificados após a análise semântica, foi iniciada a 2ª etapa.

Os alunos, na grande maioria, não tiveram problemas para trabalhar com localização de pontos no plano, lembraram que utilizam o plano cartesiano para traçar gráficos quando estudam funções, mas a linguagem precisava ser trabalhada.

Retas, segmentos de retas e semirretas, eram nomeados de linhas. Quando eram solicitados para diferenciá-los, sabiam, tinham a ideia, mas não se expressavam de maneira correta.

Como estava sendo utilizado o laboratório de informática, uma boa opção foi dar uma aula, utilizando o *software*, sobre localização de pontos no plano, posicionamentos e representações de retas (Figura 33).

Figura 33 – Posicionamento de retas no plano

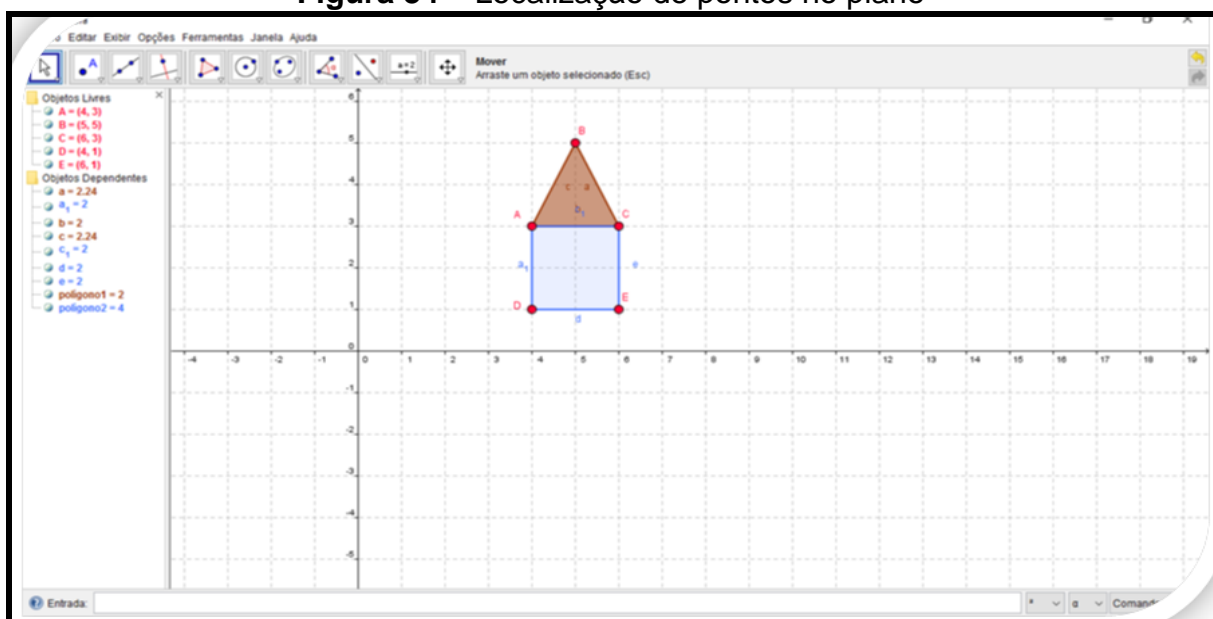


Fonte: Arquivo da professora (P).

A aula foi conduzida de forma que eles pudessem explorar as potencialidades que o GeoGebra oferece, no sentido de pensar em possibilidades e experimentar. Os alunos, na sua grande maioria, já tinham certa habilidade em trabalhar com o programa; os que ainda tinham alguma dificuldade, ficaram livres para perguntar, sentar com outros colegas, escolher seus grupos, mudar. Para esta turma os grupos não ficaram fixos porque muitos chegavam depois do horário determinado em razão das aulas.

Durante a aula, os alunos foram solicitados a usarem o programa, realizando atividades para responderem a questões que surgiam. Após algumas explicações, eles iniciaram o estudo marcando pontos no plano cartesiano com base na ideia da casa que foi desenhada anteriormente, quando utilizaram o papel milimétrico (Figura 34).

Figura 34 – Localização de pontos no plano



Fonte: Arquivo da professora (P).

Durante a realização desta atividade os alunos tiveram a oportunidade de reconhecer a importância de um eixo referencial; trabalharam com coordenadas de pontos com suas representações, fixaram a ideia de plano, retas, segmentos de retas e semirretas, perceberam que o conjunto dos números reais é representado geometricamente por uma reta, que ele é denso, e ao explorarem os pontos existentes em cada um dos quadrantes fizeram várias descobertas importantes como:

(P) – Tracem uma reta r e marquem um ponto P , pertencente a r . Imaginem o ponto P partindo a reta em dois conjuntos de pontos. Marquem os pontos M e N , da seguinte forma: O ponto M deverá estar localizado a esquerda do ponto P e o ponto N , a direita do ponto P .

(A2) – Professora, eu posso desenhar separado? Cortando mesmo?

(P) – Pode, mas faça os dois desenhos, coloque a representação da reta r e depois, logo abaixo, a representação das duas semirretas.

(A2) – Tem que trabalhar com as duas?

(P) – É só para ajudar a entender algumas propriedades do conjunto dos números reais. Vamos escolher valores numéricos para os pontos representados pelas letras M , P e N . Vamos ver quem encontra o número mais próximo de P pela esquerda e depois pela direita; depois façam a mesma coisa para os pontos M e N .

Os alunos logo perceberam que dados dois números reais quaisquer, a e b , com $a < b$, sempre vai existir um número x , pertencente ao conjunto dos números reais tal que $a < x < b$. Neste momento foram explorados os conceitos de ordem, densidade e continuidade; muitas outras descobertas ocorreram.

(A3) – Professora, encontrei pontos especiais

(P) – O que você chama de especiais? Você está se referindo a quais pontos?

(A3) – Tem x e y iguais!

(P) – Ah! Você se refere a pontos que têm coordenadas com valores iguais! É isto?

(A3) – É, eu achei (2,2), (3,3), (4,4).

(P) – Quem poderia me dar exemplo de mais pontos com coordenadas que têm o mesmo valor numérico?

(A4) – É fácil, é só repetir o número.

(P) – Bem, eu quero a representação geométrica. Onde estão todos estes pontos?

(A4) – Todos?

Não poderia, neste momento, perder a oportunidade de estimular os processos mentais decorrentes da percepção dos alunos sobre posicionamento dos pontos que estavam dispostos ao longo da reta que poderia ser traçada. Estas informações teriam que ser compreendidas para serem processadas. Pode-se perceber a importância da linguagem para que os alunos possam tomar as decisões corretas e assim resolver o problema que estava sendo colocado.

(P) – Vocês encontraram e representaram no plano, os pontos (2,2), (3,3), (4,4), e (1,1). Será que não encontram nenhum ponto que tenha coordenada $x=2,5$ e $y=2,5$?

(A4) – Tem sim.

(P) – Poderiam representar alguns, no plano cartesiano, onde já têm pontos representados?

Este foi um momento riquíssimo de discussões e eles encontraram a 1ª bissetriz e 2ª bissetriz. Todas as dúvidas que surgiam eram incentivadas a serem pesquisadas, de modo que os alunos foram estimulados a utilizarem o livro, textos,

fazerem conjecturas e experimentos. As dúvidas eram tiradas sempre após questionamentos e reflexões.

Durante os experimentos, uma aluna descobriu que para cada ponto diferente a notação e sua representação também era diferente. Os pontos estavam sendo representados por letras maiúsculas do nosso alfabeto e ela perguntou:

(A5) – Professora, se temos infinitos pontos no plano, o que faço para representar os pontos quando chegar na letra Z?

(P) – Maravilha! Vamos tentar descobrir?

(A4) – A senhora não sabe?

(P) – Nós aqui, estamos estudando, pensando, experimentando, descobrindo, ... O que vocês sugerem para que possamos descobrir o que acontece?

(A4) – Vou botar um monte!

(P) – Precisamos pensar em possibilidades de testar nossas ideias e o que o GeoGebra lhe possibilita.

(A4) – Aparece número!

(P) – Se estamos nos referindo a outros pontos, temos que nomeá-los de formas diferentes.

(A1) – É sempre assim? E quando acabarem os números?

(A2) – Número não acaba, acaba professora?

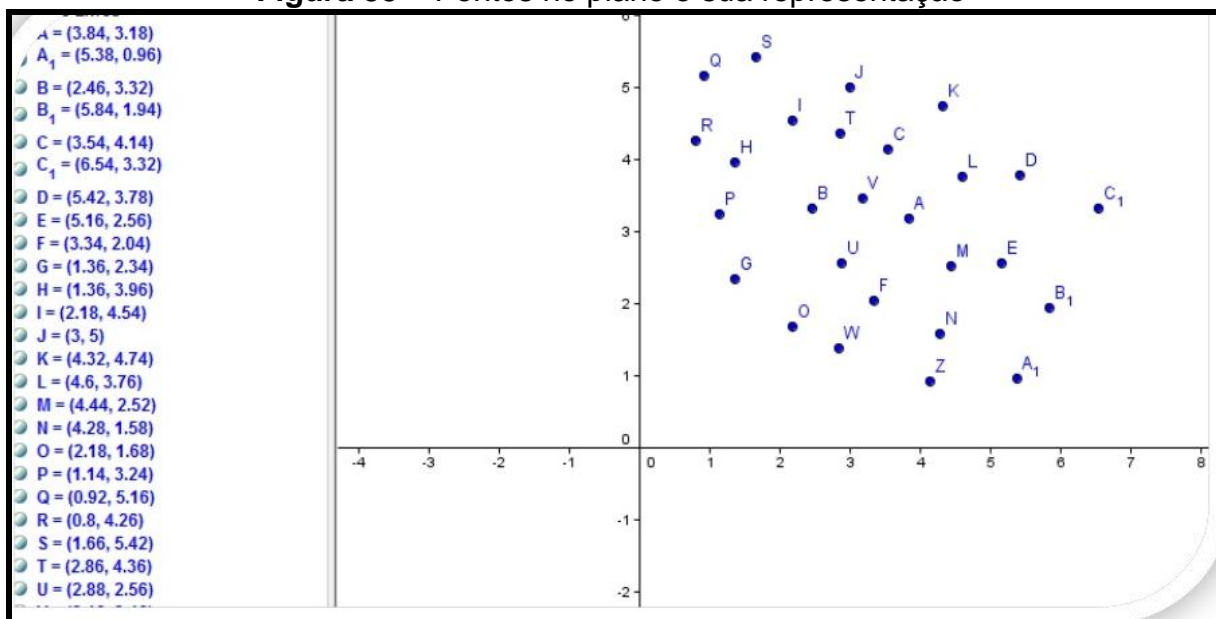
(A3) – Aí acaba? Vamos ver?

(A1) – Mas letra acaba.

(A2) – Letra acaba e número não acaba.

Era necessário incentivar os alunos a investigarem suas ideias e dúvidas, utilizando o GeoGebra; assim, várias outras ideias foram surgindo (Figura 35).

Figura 35 – Pontos no plano e sua representação



Fonte: Arquivo da professora (P).

(A3) – Professora, aparece A1, B1, todas as letras com o 1.

(P) – O que podemos concluir?

Muitas questões estavam surgindo e a primeira atitude dos alunos era perguntar, aguardando respostas prontas por parte da professora.

Para que os alunos possam conquistar a autonomia tão necessária para a construção do conhecimento sobre qualquer objeto a ser estudado, eles precisam ser estimulados, embora sempre com o cuidado de não os deixar sozinhos sem perspectiva de solução para o problema que por caso apareça, para não desistirem.

Diante dos diversos questionamentos surgiu a oportunidade de comentar sobre a possibilidade de desenhar partindo de retas. Os alunos traçaram algumas retas e logo uma questão importantíssima surgiu.

(G3) – Professora, como faço para deixar um segmento?

(P) – O que você tem?

(G3) – Uma reta, mas só quero um pedacinho.

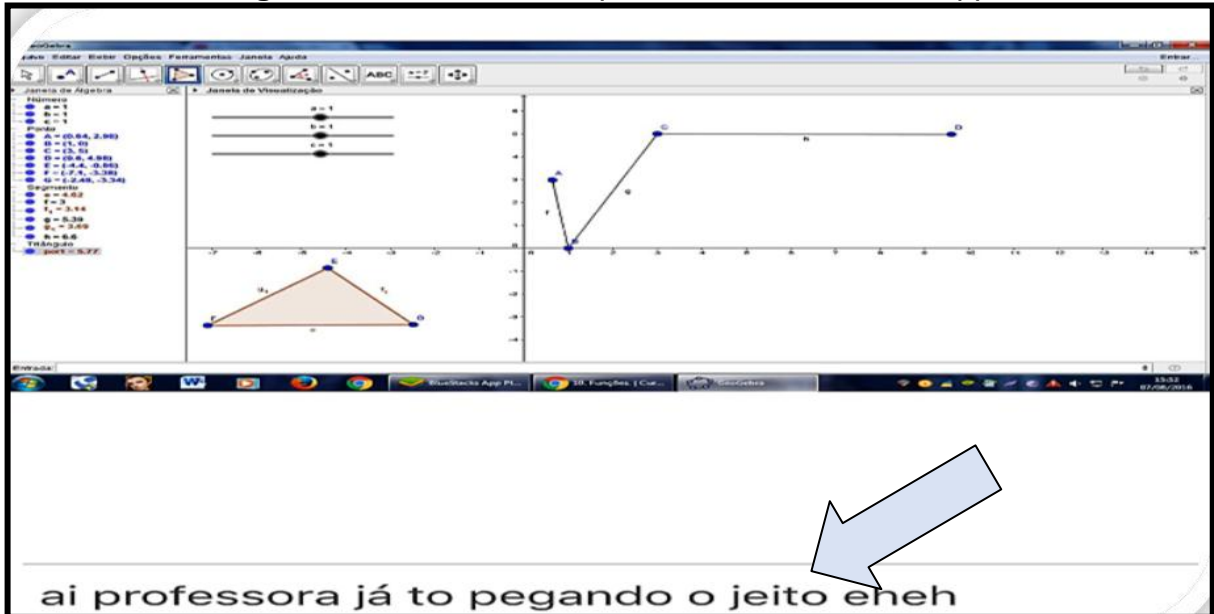
(P) – Você quer delimitar a reta?

(G4) – O que é isso?

A aula prevista para a segunda etapa ocorreu em dois encontros. O tempo era muito reduzido, mas eles pareciam envolvidos. Muitos estavam explorando o GeoGebra, utilizando as aulas que tem no “YouTube”, mandando imagens, pedindo

orientações, informações e avisos por meio dos ambientes que foram disponibilizados e organizados por eles (Figura 36).

Figura 36 – Print enviado por um aluno via WhatsApp



Fonte: Arquivo da professora (P).

Os alunos nesse momento já estavam familiarizados com o GeoGebra, aparentemente motivados e muitos conhecimentos que seriam necessários para dar continuidade ao trabalho já tinham sido revisados de alguma forma.

A 3ª Etapa foi iniciada com a entrega de mais uma atividade. Esta deveria ser realizada nas aulas presenciais e, se necessário, em casa.

Um dos papéis do professor naquele momento era ajudar o aluno a pensar, descobrir, aprender fazendo, explorando. O fazer pensar é um ponto importantíssimo quando se tem como objetivo procurar ideias existentes na estrutura cognitiva do sujeito para ancorar novas ideias; assim, no caso de os alunos continuarem a atividade em casa, os recursos disponibilizados, como WhatsApp e Facebook, deveriam ser utilizados no caso de terem dúvidas para que as mesmas fossem tiradas fazendo o aluno refletir e não simplesmente obter respostas prontas.

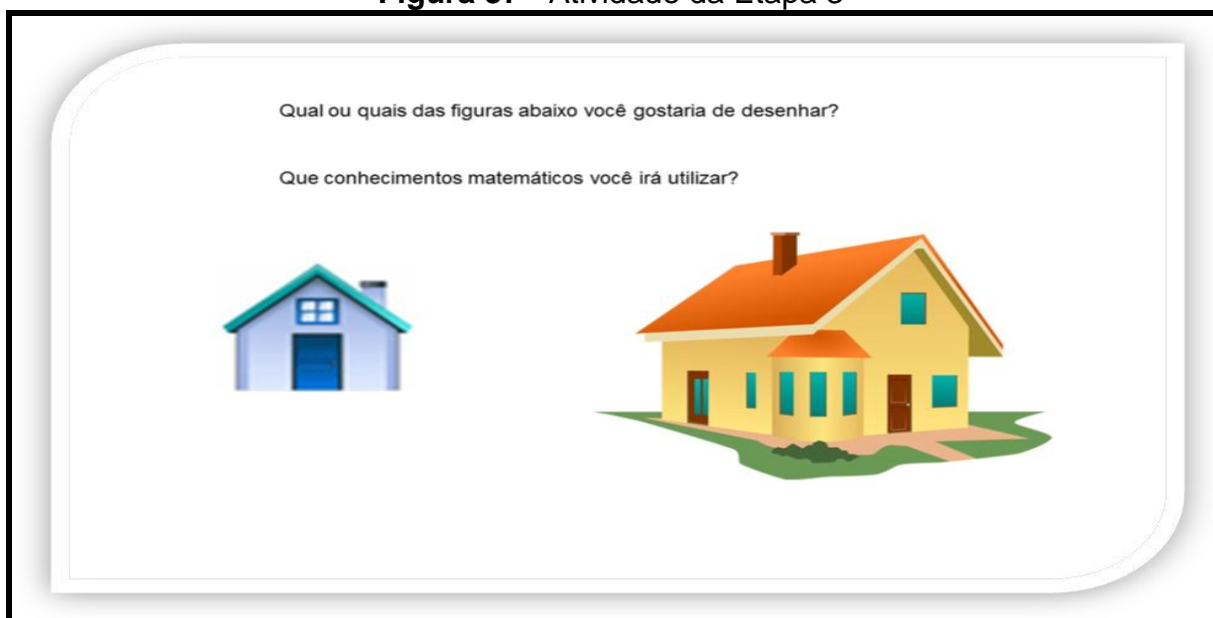
Durante a construção do desenho, muitas orientações foram dadas utilizando vários ambientes que a internet nos proporciona. Os alunos estavam habituados a enviarem perguntas pelo grupo e diante da impossibilidade de estar mais tempo juntos, a possibilidade de darem continuidade aos trabalhos em casa foi muito bem aceita por todos.

Um ponto importante a ser observado é em relação a forma como as atividades estavam sendo apresentadas e solicitadas aos alunos. A possibilidade de optar, escolher entre os desenhos apresentados, a utilização de um software para ajudá-los a pensar, experimentar e decidir a opção de utilizar as redes sociais, ajudando na interação e socialização, foram elementos facilitadores durante o processo de construção do conhecimento que envolvia cada uma das atividades propostas.

Assim que os alunos receberam a atividade apresentada a seguir na Figura 37, leram e optaram pela casa com mais detalhes. Os dois grupos estavam decididos a desenhar a casa amarela. Surgia uma boa oportunidade para tentar descobrir como iriam desenhar utilizando o GeoGebra e todos os conhecimentos que tinham até o momento.

Estavam animados por estarem desenhando e trabalhando no laboratório de informática. Naquele momento não estavam pensando nas dificuldades que poderiam encontrar fazendo a opção pela casa com mais detalhes. A facilidade que normalmente é tão desejada, não era momento de disputa e nem objeto de desejo.

Figura 37 - Atividade da Etapa 3



Fonte: Arquivo da professora (P).

Iniciamos um diálogo em torno dos conteúdos;

(P) – Quais as ideias que tiveram? Quais as possibilidades que pensaram?

(G1) – Posso fazer os quadradinhos!

(P) – Onde estão visualizando quadrados?

(G2) – Só tem dois quadrados.

(P) – O que vocês entendem por quadrados?

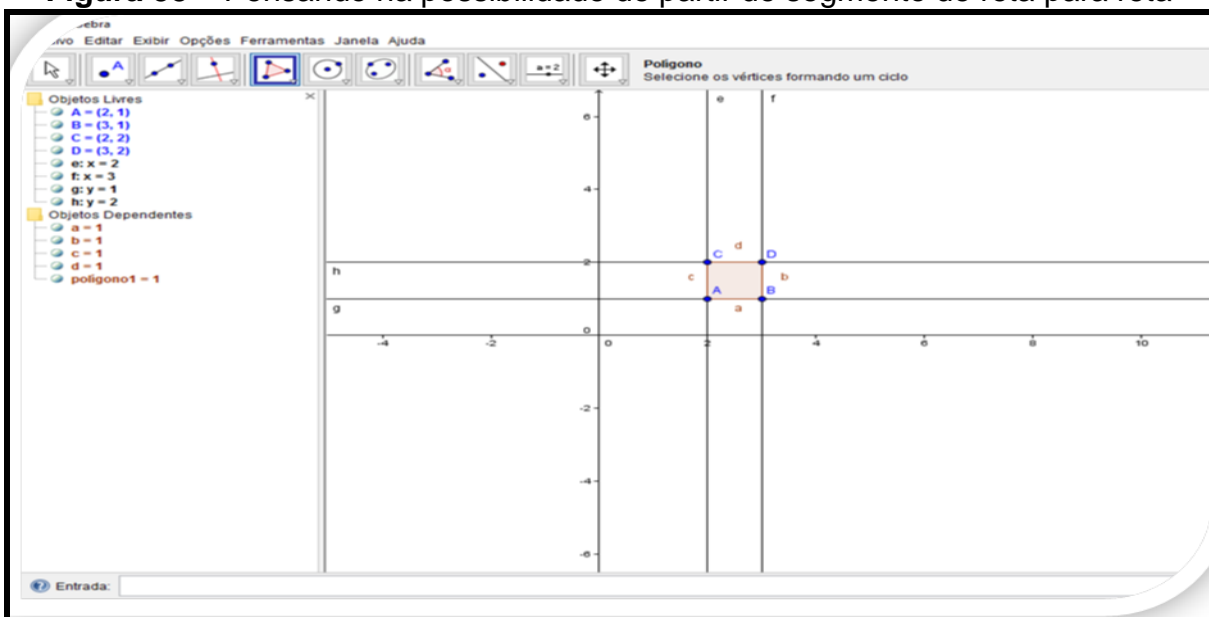
(G2) – Uma figura com quatro lados iguais.

Neste momento houve a necessidade de explorar propriedades de quadriláteros. A primeira ideia foi desenhar um losango que não fosse quadrado para que eles percebessem que o simples fato de ter um quadrilátero com as medidas dos quatro lados iguais não era suficiente para concluir que a figura é a representação de um quadrado.

A proposta era trabalhar inicialmente com a representação gráfica da função do 1º grau, a reta, e posteriormente delimitar o conjunto domínio. O aluno pensou em polígonos e a ideia é sempre aproveitar, dentro das possibilidades, o pensamento dos alunos; assim, o trabalho teria que ser realizado tomando outro direcionamento. O aluno pensou inicialmente em polígonos; logo, precisaram pesquisar sobre os lados dos polígonos. Leram sobre segmentos de retas e traçaram um segmento determinado por dois pontos; identificaram dois pontos que faziam parte do segmento e encontraram a equação da reta que contém o segmento traçado inicialmente, conforme Figura 38.

Iniciaram o desenho, e depois de certo tempo perceberam que a casa escolhida não poderia ser traçada utilizando retas. Tinham curvas que não representam funções polinomiais do 1º grau. Diante da impossibilidade, fizeram a escolha de desenhar a casa azul. Este foi um momento importante para reconhecerem a representação de uma função e não simplesmente a representação de uma função polinomial do 1º grau.

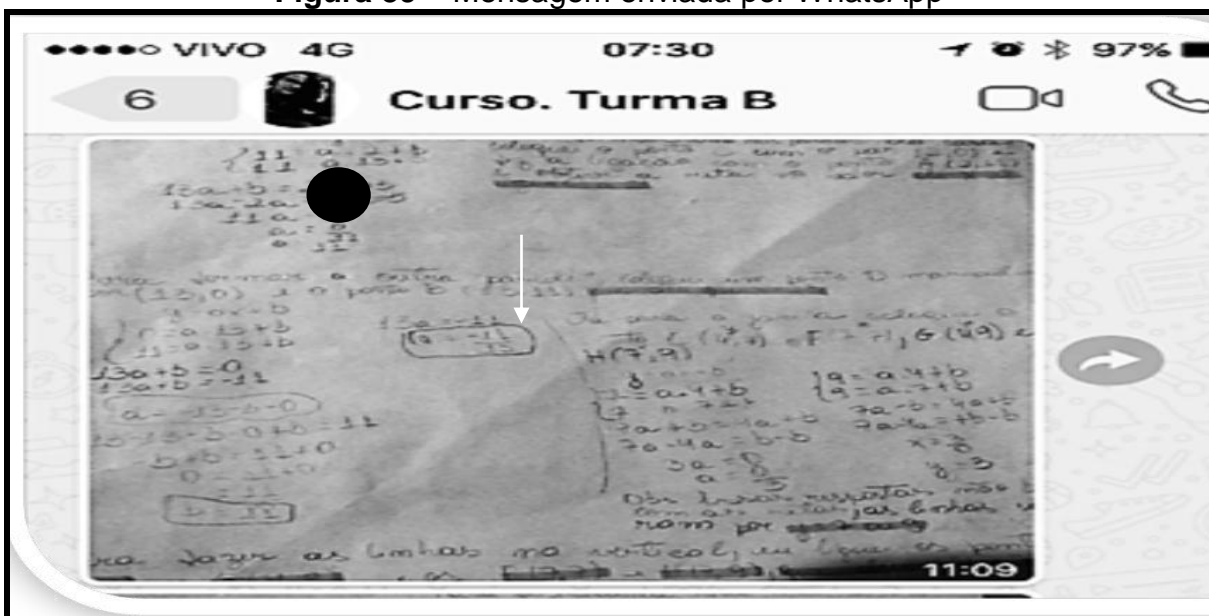
Figura 38 – Pensando na possibilidade de partir de segmento de reta para reta



Fonte; Arquivo da professora (P).

Devido o horário, a aula foi interrompida e eles ficaram de continuar a atividade em suas casas. Muitas mensagens foram enviadas por WhatsApp e respondidas automaticamente para incentivá-los cada vez mais (Figura 39). Algumas dificuldades eram em decorrência a erros que não mais deveriam ser cometidos, referentes a problemas já detectados no grupo GM.

Figura 39 – Mensagem enviada por WhatsApp



Fonte: Arquivo da professora (P).

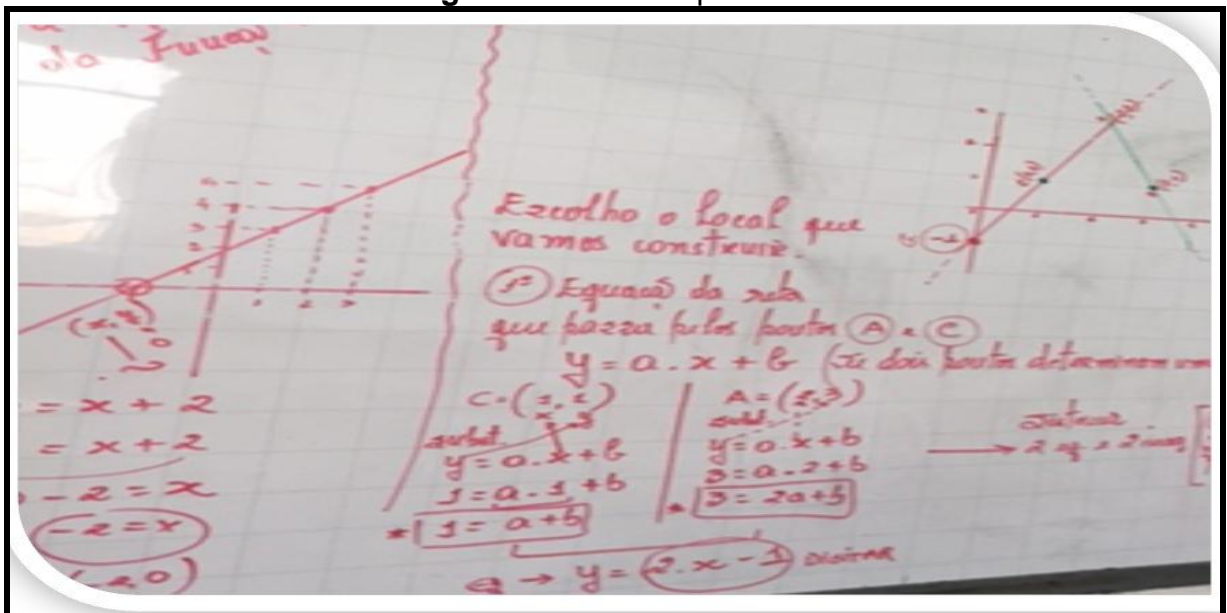
É importante observar a Figura 39. Esta foi enviada via WhatsApp. A aluna estava estudando, interessada em dar continuidade aos trabalhos que foram iniciados. Não estava motivada? O maior problema estava nos erros cometidos.

Durante a realização da atividade tiveram inúmeras dúvidas e a grande maioria era em decorrência da falta dos conhecimentos prévios necessários para resolver equações, principalmente quando se tratava de coeficientes representados na forma decimal ou fracionária.

Diante dos problemas que estavam ocorrendo, era necessário reuni-los em outra sala, fora do laboratório, para dar uma aula com base na proposta que estava sendo colocada para eles, mas explorando, principalmente, resolução de sistema de equações.

Para iniciar a aula, foi imaginado um desenho de uma casa e, sem o uso do *software*, iniciamos sua construção. A proposta era utilizar a atividade para explorar os conteúdos que eles estavam tendo muita dificuldade, mas não de forma isolada. Eles seriam tratados no decorrer do processo (Figura 40).

Figura 40 – Aula expositiva



Fonte: Arquivo da professora (P).

Após a finalização da aula, os alunos ficaram de continuar a construção da casa utilizando o *software* e descrevendo cada caminho percorrido. Ao terminarem a atividade, foi combinado que ela seria apresentada em grupos de seis (6) alunos cada. Em decorrência do problema em relação ao horário, os grupos não estavam permanecendo os mesmos, eles se reorganizavam a cada aula; assim, resolveu-se

que seria dada continuidade as ações e estas seriam realizadas pelos presentes; estariam divididos em dois (2) grupos apenas. No caso da ausência de alguns alunos, ninguém ficaria impossibilitado de trabalhar, haja vista que sempre teriam grupos de alunos para discutir e tomar decisões.

A 4ª etapa prevista foi iniciada no laboratório de informática, mas, devido o tempo, os alunos do 1º grupo escolhido para apresentar não finalizaram; não poder ultrapassar o horário das 18:50 horas (horário determinado para entregar a chave do laboratório à pessoa responsável).

Diante da impossibilidade de um tempo maior para as apresentações e avaliação prevista, foi sugerida mais uma atividade, atividade 3 - apêndice C, para ser realizada por todos, em conjunto.

(A2) – Professora, como vou desenhar a caixa de batatas?

(P) – Por que a pergunta? Estão vendo alguma impossibilidade?

(A3) – Não só pode reta?

(P) – Retas? Estão visualizando alguma reta?

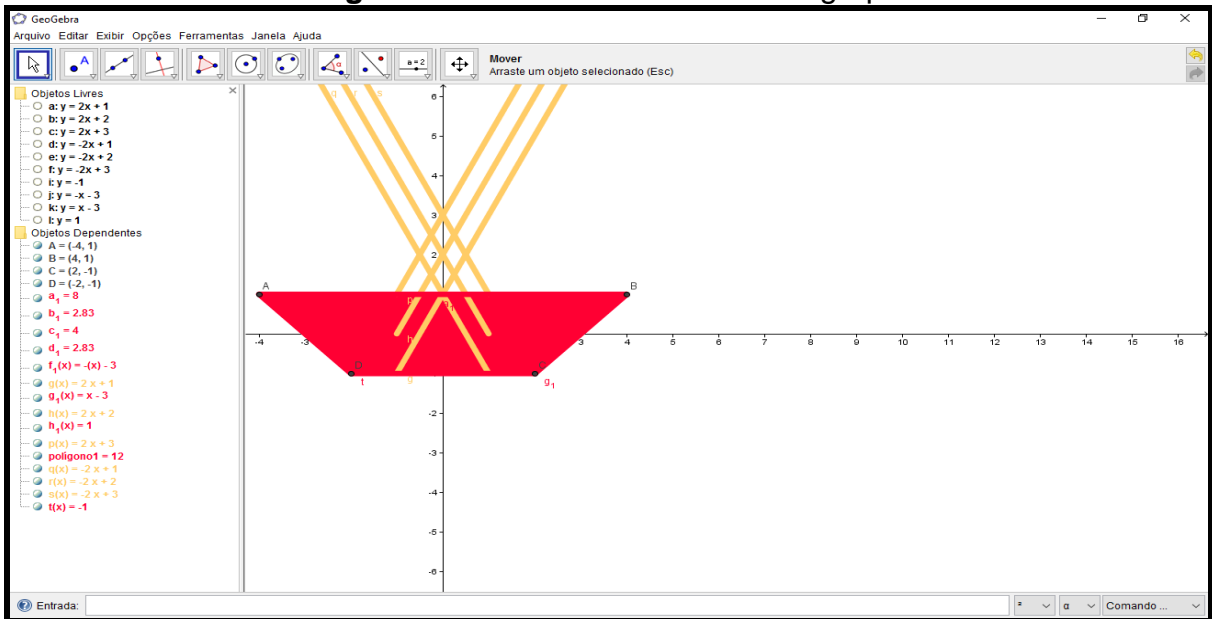
(A3) – Ah! Segmento de retas. Tem curvinha.

(P) – Criem suas caixas. Desenhe de acordo com os conteúdos estudados, dentro das possibilidades.

A atividade, neste momento, teve como objetivo observar o caminho percorrido pelos alunos depois de todas as orientações que tiveram. Observar pensamentos e ações que, no decorrer do processo de resolução do problema, fossem registrados e representados algebricamente ou geometricamente.

Os alunos traçaram retas paralelas, discutiram sobre a importância do coeficiente angular e sua relação com a inclinação da reta que representa a função; fizeram escolhas relacionadas ao local onde a reta deveria cortar o eixo das ordenadas no plano cartesiano e sua relação com o coeficiente linear, crescimento e decréscimo de uma função polinomial do 1º grau e a importância do conjunto domínio quando definimos uma função (Figura 41).

Figura 41 - Atividade realizada em grupo



Fonte: Arquivo da professora (P).

Todos os registros foram utilizados para análise. Esta, através da Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012), é utilizada para identificar os conceitos que mais emergiram. Os conceitos emergentes serão os prováveis subsunçores na construção do conhecimento sobre função, dando continuidade ao processo.

Após realizarem a atividade, os alunos se autoavaliaram e a professora finalizou o processo, dando um *feedback* aos grupos sobre os objetivos propostos, os alcançados e a metodologia utilizada para o estudo neste grupo específico.

4 ANÁLISE E RESULTADOS

Para construir uma “Proposta Metodológica” é necessário conhecer fundamentos e pressupostos que a envolve. Durante a sua construção, estudar a história da educação no Brasil e as alterações que ocorreram na sociedade, ao longo dos anos foi de grande importância. Uma metodologia envolve “um fazer”, e este, para ser efetivamente colocado em prática, precisa atender aos objetivos e anseios da sociedade no momento atual. Ela não se refere simplesmente a um conjunto de métodos e técnicas que devem ser aplicadas para atender a um objetivo específico. É a descrição de todas as ações desenvolvidas, a explicação de todos os instrumentos utilizados, das teorias que a embasaram, todo o caminho percorrido e razões que fundamentaram cada uma das escolhas.

Os fundamentos teóricos que embasaram a pesquisa foram: a teoria da Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 2000) e a Metodologia de Emergência de Conceitos (PINHEIRO, 2012).

As condições básicas, segundo David Ausubel, para a ocorrência da Aprendizagem Significativa, foram “supostamente” atendidas de acordo com os resultados observados e considerados.

A predisposição do aluno para aprender foi ponto valorizado durante toda a construção da proposta. Momentos reservados para diálogos e reflexões, considerando a realidade dos sujeitos envolvidos, ajudaram a despertar sentimentos que conduziram os alunos a um maior envolvimento durante a realização das atividades. Inicialmente, buscou-se alguma motivação com a utilização do filme; este motivou muitas reflexões sobre comportamentos de mudanças. Posteriormente, levou-se em conta a realidade do aluno e suas vivências, criando assim um ambiente que facilitasse e proporcionasse meios de os alunos terem uma participação ativa nas aulas.

A comunicação é um fator determinante para quem ensina e conseqüentemente para quem aprende. Ambientes disponibilizados pelo WhatsApp, Facebook e e-mail foram facilitadores; os alunos utilizam-nos habitualmente e se sentem à vontade para trocar ideias, dar opiniões e tirar dúvidas. Estes ambientes ajudaram os alunos a interagirem entre eles e com a professora (pesquisadora), além de proporcionarem momentos ricos de discussões sobre os conteúdos estudados (Figura 42).

Figura 42 – Diálogos sobre as atividades realizadas



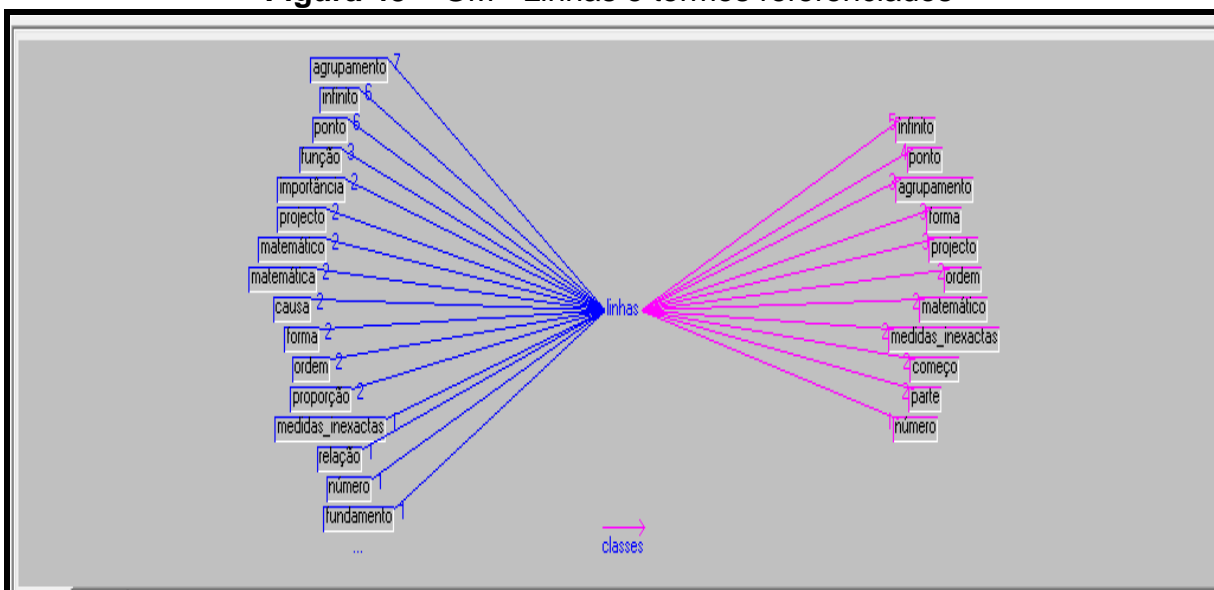
Fonte: Arquivo da professora (P).

O objeto do estudo foi a função polinomial do 1º grau. Ele deveria ocorrer de forma que a construção do conhecimento se desse com base nos conhecimentos prévios; assim, seu estudo não ficaria resumido a um decorar de regras e procedimentos para serem aplicados em situações habituais, conhecidas previamente.

Para a identificação dos conhecimentos prévios dos alunos foi utilizada a Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012). Esta metodologia foi aplicada em dois momentos: no momento inicial, para elaborar as atividades que iriam conduzir o estudo e na finalização, para investigar as conexões entre ideias já estabelecidas e novas ideias.

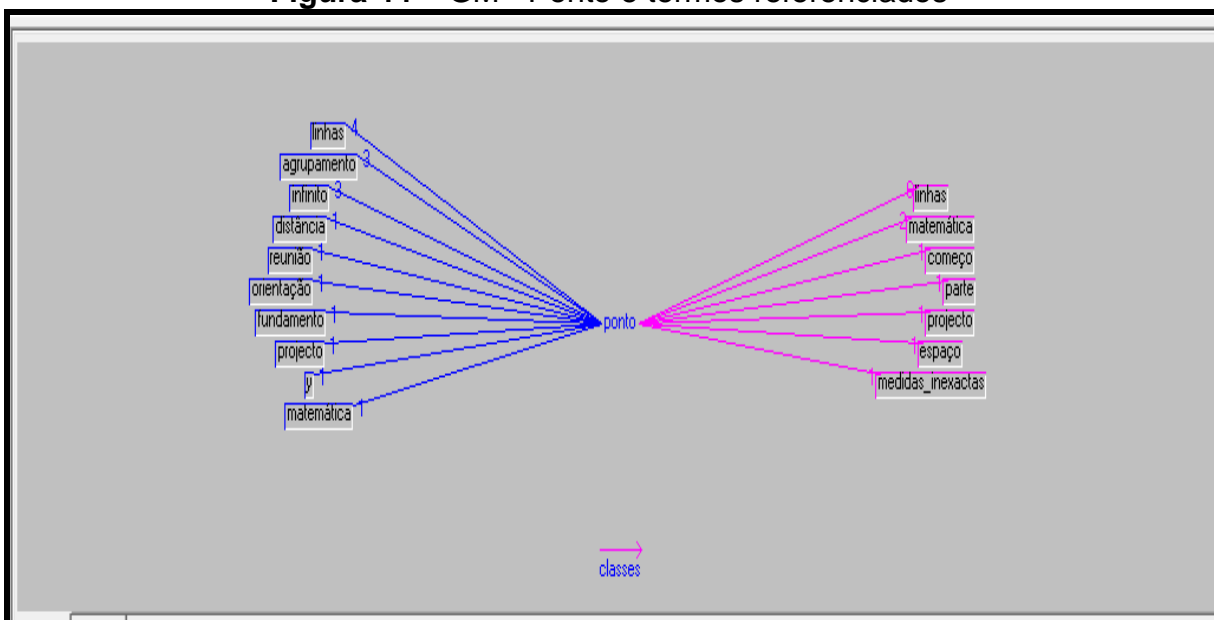
Durante a 1ª etapa, os dados para a elaboração das atividades foram obtidos através da análise semântica, realizada com o TROPES. Esta análise levantou elementos importantes a serem considerados durante o processo de construção do conhecimento. Muitas relações estavam sendo feitas, embora muitas vezes os termos utilizados para as referências não fossem adequados; assim, trabalhar a linguagem, era necessário.

Os conceitos que mais emergiram no grupo GM foram os de função, linhas e pontos; embora o de linhas tenha se apresentado com uma frequência maior, conforme Figura 43.

Figura 43 – GM - Linhas e termos referenciados

Fonte: Arquivo da professora (P).

Analisando as relações feitas com a ideia de ponto, pelo grupo GM, pode-se constatar que é um elemento que deve ser considerado na elaboração das atividades, com o propósito de acolher novas ideias (Figura 44).

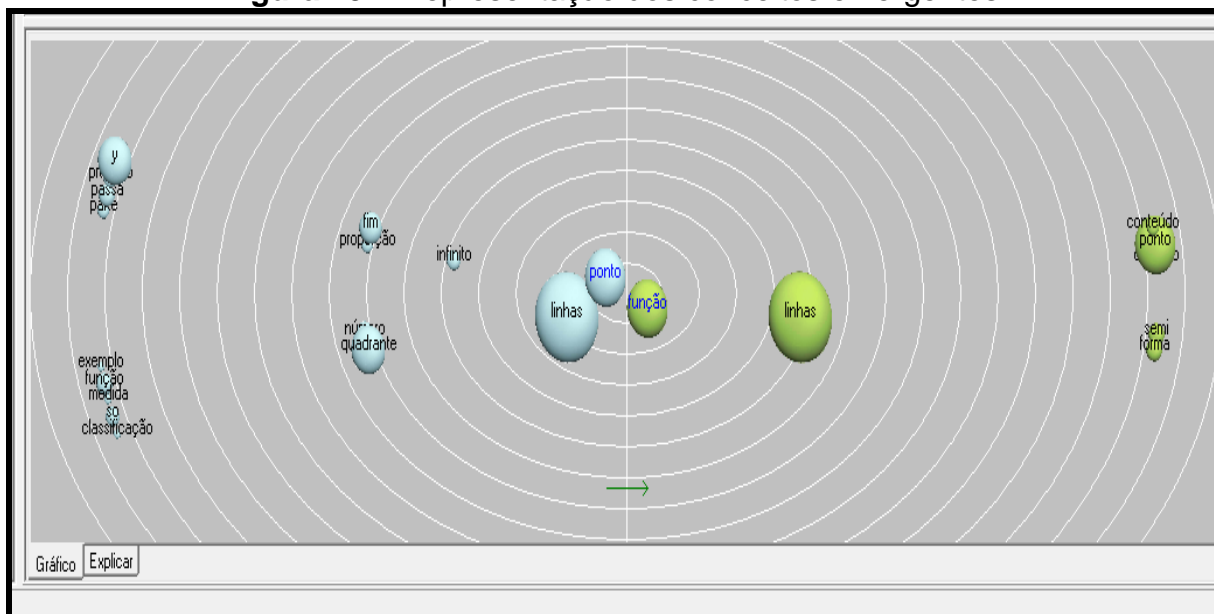
Figura 44 – GM - Ponto e termos referenciados

Fonte: Arquivo da professora (P).

Esta análise justificou as ações iniciais realizadas no decorrer do processo de construção do conhecimento sobre a função polinomial do 1º grau, no sentido de trabalhar a linguagem e os conceitos básicos que envolvem a Geometria. Este foi o ponto de partida.

A análise realizada durante o estudo com os grupos GV1 e GV2 justificou ações referentes a atividades que envolviam desenhos construídos no plano cartesiano. Eles demonstraram ter ideias bem estruturadas sobre localização de pontos no plano; logo, ficou decidido que as atividades iniciais poderiam ser realizadas no plano cartesiano, disponibilizado no GeoGebra (Figura 45).

Figura 45 – Representação dos conceitos emergentes



Fonte: Arquivo da professora (P).

No TROPES, os conceitos que mais emergem, durante a realização de uma atividade analisada, são representados por esferas com maior volume. Neste caso temos os termos linhas, ponto e função. A proximidade existente entre eles sugere que estejam de certa forma, relacionados. Para esclarecer melhor sobre o posicionamento, buscou-se referências nos diálogos, ficando claro que estavam bem relacionados.

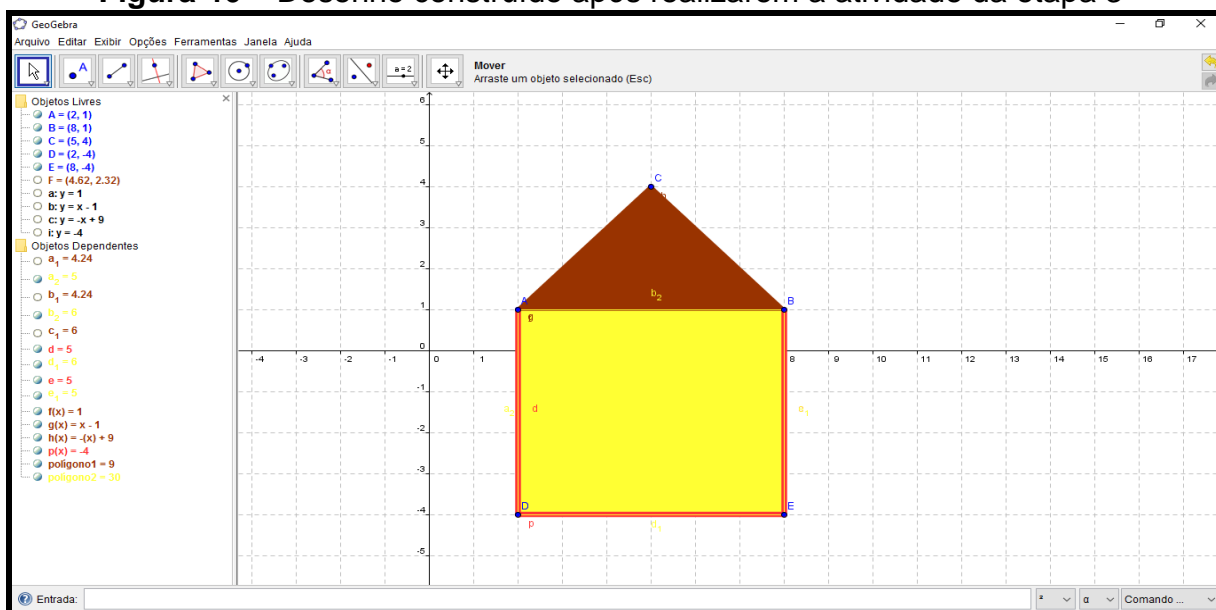
O estudo envolveu conceitos, registros de representação semiótica, definições e conexões entre a escrita algébrica e representação gráfica, que envolve uma função do 1º grau. As habilidades previstas para serem desenvolvidas eram referentes à leitura e interpretação, não a sua construção simplesmente, embora todo o estudo desenvolvido a envolvesse.

A proporcionalidade existente na função do 1º grau entre as variáveis foi muito pouco explorada em decorrência de algumas dificuldades que surgiram, como trabalhar com números que estão escritos na forma de fração.

Os registros gráficos e algébricos trabalhados resultaram em uma leitura dinâmica e com a compreensão necessária e esperada. As noções de coeficientes angular e linear que envolvem o comportamento dos gráficos foram valorizadas, principalmente quando realizaram a atividade 3 que era desenhar a caixa de batatas fritas com o conhecimento sobre função polinomial do 1º grau; o GeoGebra desempenhou um papel importante durante este estudo.

Nos dois grupos do turno vespertino, embora com uma quantidade menor de encontros devido ao horário, os alunos tiveram um desempenho mais satisfatório no que se refere à autonomia. Eles levantaram mais questionamentos, construíram vários desenhos, independente do solicitado na atividade da etapa 3 e interagiram durante as aulas e fora da sala de aula, com o propósito de trocar ideias sobre as novas descobertas.

Figura 46 – Desenho construído após realizarem a atividade da etapa 3

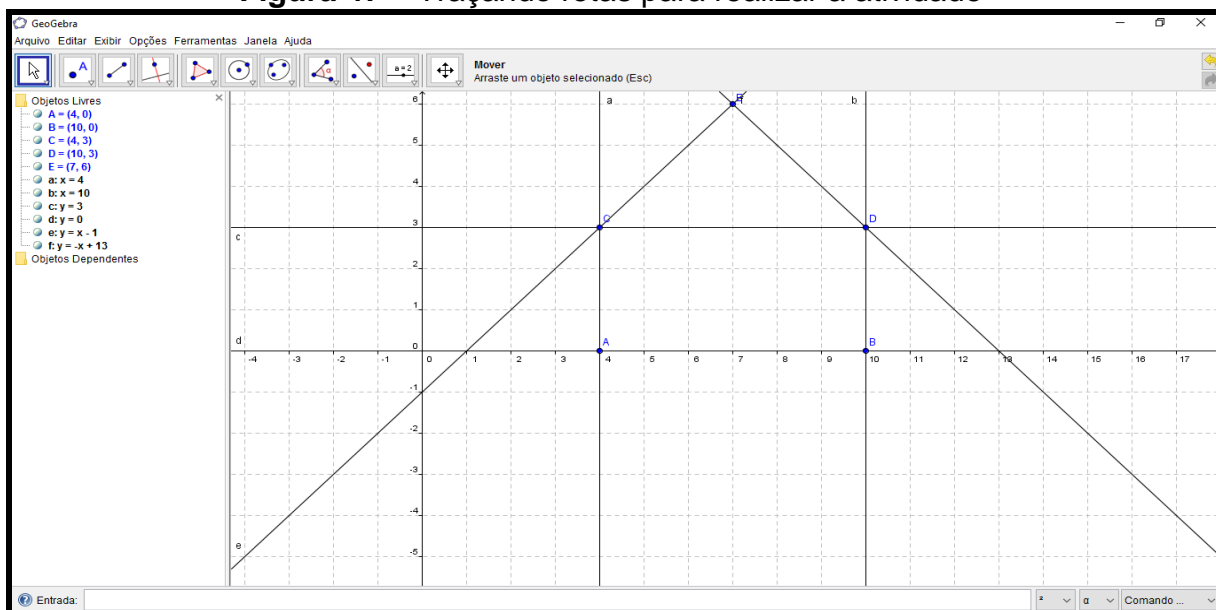


Fonte: Arquivo da professora (P).

As mudanças de registro de representação semiótica do objeto estudado ocorreram a todo o momento e de forma conectada, justificando as estratégias adotadas com esta finalidade.

Trabalharam as noções de coeficientes angular e linear no momento em que desenharam a caixa de batatas fritas e quando buscavam uma inclinação adequada para o telhado da casa. Onde a reta deveria cortar o eixo das ordenadas era uma preocupação, no momento em que eram solicitados para não utilizarem o ponto de interseção das retas que seriam traçadas (Figura 47).

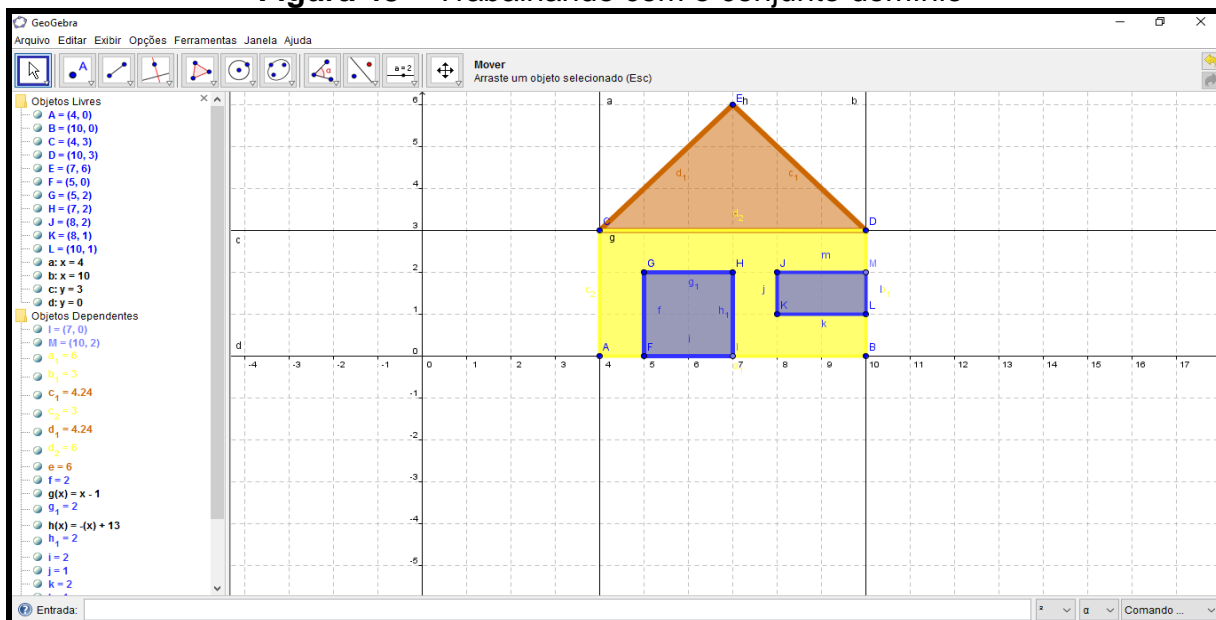
Figura 47 – Traçando retas para realizar a atividade



Fonte: Arquivo da professora (P).

Reconheceram as raízes ou zeros da função na representação gráfica da mesma e compreenderam a razão de serem chamadas de zeros da função. O conjunto domínio da função foi bem trabalhado e reconheceram a sua importância no momento em que a função é definida, como mostra a Figura 48.

Figura 48 – Trabalhando com o conjunto domínio



Fonte: Arquivo da professora (P).

As três representações clássicas da função polinomial do 1º grau foram bem exploradas e a transformação da representação algébrica para a representação gráfica foi valorizada; isto devido ao fato de a grande maioria dos livros explorar

muito a transformação da representação tabular para a representação gráfica, deixando a representação algébrica para ser estudada sem fazer relações, e sim decorando regras.

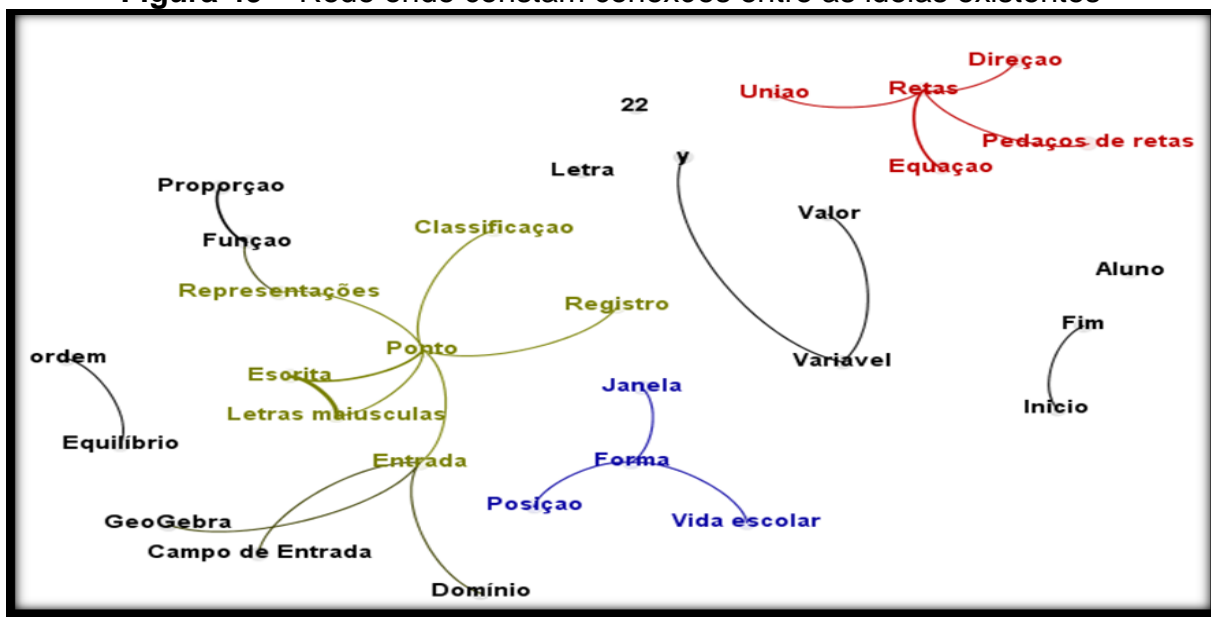
A partir dos resultados obtidos, pode-se afirmar que a metodologia proposta para o estudo da função polinomial do 1º grau poderá contribuir para a obtenção de uma Aprendizagem Significativa, como pode ser constatado ao analisar as duas redes geradas pelo software GEPHI.

Analisando as duas redes em relação às conexões, percebe-se claramente que as ideias foram se reestruturando, se reorganizando durante o estudo, para que os conceitos sobre os objetos matemáticos trabalhados se tornem futuros subsunçores, para dar continuidade aos estudos sobre função.

No momento inicial, estava previsto na sequência didática identificar os conhecimentos prévios para elaborar atividades. Este é um caminho imprescindível quando se pretende obter uma Aprendizagem Significativa. As atividades para realizar o estudo da função polinomial do 1º grau foram elaboradas após serem identificados os prováveis conhecimentos que os alunos tinham sobre o objeto a ser estudado.

No grupo GM, turno matutino, pode-se perceber claramente os resultados referentes às novas conexões que foram feitas após a realização das atividades quando comparadas as redes das Figuras 49 e 50.

Figura 49 – Rede onde constam conexões entre as ideias existentes



Fonte: Arquivo da professora (P).

resolver problemas que normalmente são cobrados, exemplificados e apresentados durante as aulas, nos livros e testes; assim, quando se procura evidências de uma aprendizagem significativa, deve-se evitar a simulação, planejando e aplicando atividades com problemas novos, não familiares.

As atividades foram elaboradas de diversas formas, com o propósito de obter uma máxima transformação do conhecimento adquirido. Isto pode ser constatado quando se observa as atividades realizadas durante a aplicação da sequência didática e as que estão nos apêndices A, B e C.

Quanto à forma, os meios, estes deveriam envolver situações-problema que fizessem parte da realidade dos alunos. O Colégio Deputado Manoel Novaes tem trabalhos importantes e significativos que envolvem desenhos. Os alunos apresentam trabalhos e fazem várias exposições durante o ano letivo e, na sua grande maioria, gostam de desenhar.

Trabalhar conteúdos de Matemática com suporte tecnológico, desenhando, foi uma proposta bem aceita por todos os envolvidos.

O conhecimento é uma construção que se dá ao longo de um processo e podemos verificar, após as atividades realizadas, que as ideias ficaram mais bem elaboradas. Um conhecimento bem estruturado “hoje” foi resultado de um processo anterior que envolveu ideias; assim, utilizar a Metodologia de Emergência de Conceitos antes de iniciar o processo e após a realização de atividades, na finalização, é determinante para quem almeja obter uma Aprendizagem Significativa, além de ser importante para qualquer análise sobre os resultados que envolvem aprendizagem.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação possui como objetivo central apresentar a construção e aplicação de uma proposta metodológica.

Entende-se metodologia “nesta pesquisa” como o fazer pedagógico, parte integrante da pedagogia que trata da organização do ensino com foco na aprendizagem. Este fazer está condicionado a uma realidade que, obrigatoriamente, terá que ser considerada por quem pretende utilizá-la como referência. O contexto educacional atual, a presença das tecnologias digitais possibilitando uma maior troca de ideias e informações e toda a problemática que envolve o objeto do estudo foram aspectos considerados quando foi feita a opção das bases teóricas.

Sua construção e aplicação foram direcionadas a um público específico; este é um elemento importante, mas, para cada uma das realidades que se pretende trabalhar, poderá ser adaptada.

O objeto do estudo foi uma escolha necessária e justificada pelas dificuldades que envolvem o ensino e a aprendizagem da Matemática, especificamente da Álgebra. Para este estudo, buscou-se uma base teórica que atendesse aos objetivos da proposta educacional na atualidade; formar indivíduos autônomos, criativos, críticos e reflexivos.

A teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, para ser aplicada, considera como ponto de partida os conceitos bem elaborados na estrutura cognitiva do sujeito e, no caso de não haver a presença desses conceitos, deve-se procurar estruturar os já existentes. Neste ponto, a Metodologia de Emergência de Conceitos de Pinheiro (2012) foi determinante.

Considerando o conhecimento como processo, com um caráter de incompletude, a investigação feita sobre ele se refere a um recorte em que aparecem elementos que subsidiam as conclusões e análises, mas não poderão ser expandidas nem generalizadas.

Em relação à predisposição, esta é uma questão que se refere à motivação, sentimento inerente a um estado do ser, a uma pessoa em um determinado momento, por alguma razão; não pode ser explicado nem garantido, mas externalizado por meio de atitudes e palavras. Assim, cada grupo de indivíduos, com suas vivências, anseios, expectativas, tem suas motivações próprias, as quais devem ser buscadas de alguma forma, para que, por meio delas, o indivíduo seja

impulsionado a uma busca constante do saber em processo de transformação para um conhecer, onde as ideias possam transitar com a lógica necessária para a construção do conhecimento.

A metodologia proposta neste trabalho, aplicada por meio da sequência didática construída para o estudo da função polinomial do 1º grau, com o propósito de se obter uma aprendizagem significativa, utilizando a metodologia de emergência de conceitos, poderá ser utilizada para pesquisas futuras acerca de outros estudos sobre conteúdos de Matemática ou de outras ciências, quando se tem o mesmo propósito para o qual foi realizado.

Por fim, os dados estudados e tratados poderão possibilitar outras análises, além de ser uma referência para professores que acreditem no fazer metodológico para transformar a realidade do ensino e aprendizagem da Matemática, tão criticada e questionada.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David P. **Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva**. 1 ed., 2000.

BANNELL, Ralph Ings; DUARTE, Rosália; CARVALHO, Cristina; PISCHETOLA, Magda; MARAFON, Giovanna; CAMPOS, Gilda Helena B. de. **Educação no século XXI: cognição, tecnologias e aprendizagens**. Petrópolis, RJ: Vozes; Rio de Janeiro: editora PUC, 2016.

BORBA, Marcelo de Carvalho; CHIARI, Aparecida (Orgs). **Tecnologias Digitais e Educação Matemática**. 1 ed. São Paulo: Livraria da Física, 2013.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática, uma breve história**. São Paulo: Editora Livraria da Física. Obra em 3 v. (12. ed, 22 ed, 31 ed), 2006.

DA SILVA, Janssen Felipe; HOFFMANN, Jussara; ESTEBAN, Maria Teresa (orgs). **Práticas avaliativas e aprendizagens significativas: em diferentes áreas do currículo**. 9 ed. Porto Alegre: Mediação, 2012, 112p.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática da Teoria à Prática – Ubiratan D'Ambrósio** – editora papiros – 2014.

_____. **Educação para uma sociedade em transição**. Natal, RN: EDUFRN, 2 ed., 2011.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contextos & Aplicações**. 2 ed, São Paulo. Editora Aplicada, 1ª impressão, 2014.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels)**: (fascículo I). Tradução: Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

_____. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica**. 1 ed. Organização: Tânia M. M. Campos; [Tradução: Marlene Alves Dias]. São Paulo: PROEM, 2011.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia: Saberes necessários à prática educativa**. 29 ed. Paulo Freire: [S.I.], Paz e Terra, 2004.

GASPARIN, João Luiz. **Uma Didática para a Pedagogia Histórico-Crítica**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2002.

KIKUCHI, Luzia Maya. **Obstáculos à aprendizagem de conceitos algébricos no Ensino Fundamental: uma aproximação entre os obstáculos epistemológicos e a Teoria dos Campos Conceituais**. Dissertação (Mestrado – Programa de Pós-

Graduação em Educação. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo: s.n., 2012, 136p.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Mariana de Andrade. **Fundamentos da Metodologia Científica**. Atlas, 2007.

LEVY, Pierre. **A inteligência Coletiva: por uma antropologia de ciberespaço**. 4.ed. São Paulo: Loyola. 2003.

LIRA, Bruno Carneiro. **Práticas pedagógicas para o século XXI: a sociointeração digital e o humanismo ético**. Petrópolis, RJ: Vozes, 2016.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de professores).

LUCKESI, Cipriano Carlos. 1. ed. **Avaliação da Aprendizagem - componente do ato pedagógico**. São Paulo: Cortez, 2011.

_____. **Avaliação da Aprendizagem - componente do ato pedagógico**. São Paulo: Cortez, 2015.

MARTINS, Ernani; LAUTERT, Sintia. **Diálogos sobre o ensino, a aprendizagem e a formação de professores: contribuições da Psicologia da Educação Matemática**. 1 ed/setembro 2016. Editora Autografia, Rio de Janeiro, 2016.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie F. Salzano. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2011.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teorias da Aprendizagem**. 2.ed. São Paulo: EPU, 2011

MORIN, Edgar. **Introdução do pensamento complexo**. Tradução: Eliane Lisboa. Porto Alegre; Sulina, 2006.

NACARATO, Adair Mendes. **A formação do professor que ensina Matemática: perspectivas e pesquisa/** organizado por Adair Mendes Nacarato e maria Auxiliadora Vilela paiva. – 1. Ed. 1. Reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

OLIVEIRA, Maria Marly de. **Sequência Didática Interativa no processo de Formação de Professores**. Editora Vozes, 2013

LEVY, Pierre. **As Tecnologias da Inteligência – O futuro do pensamento na era da informática**. Tradução Carlos Irineu Costa (wp. Ufpel.rdu.br). São Paulo: Editora 34, 1993.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar** (trad.) Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

PINHEIRO, Marcus Túlio de Freitas. **O conhecimento enquanto campo: O ente cognitivo e a emergência de conceitos.** Tese. Doutorado em Educação – UFBA – Faculdade de Educação, 2012, 220p.

RADFORD, Luiz. **Cognição Matemática: História, Antropologia e Epistemologia.** Organização e revisão técnica: Bernadete Morey e Iran Abreu Mendes. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2011.

RAGO, Luzia Margareth; MOREIRA, Eduardo F. P. **O que é taylorismo.** 10ª reimpr. da 1 ed. São Paulo: Brasiliense, 2003 (Coleção primeiros passos; 112).

RECUERO, Raquel. **Análise de redes para mídia social.** Raquel Recuero, Marcos Bastos e Gabriela Zago. Porto alegre, 2015, 182p.

SADOVSKY, Patrícia. **O ensino da matemática hoje: enfoque, sentidos e desafios.** Tradução Antônio de Padua Denisi; 1 ed. São Paulo: Ática, 2010.

SAVIANI, Dermeval. **Pedagogia Histórico-Crítica: primeiras aproximações.** 3 ed. Autores associados. Campinas. 2003. 156p.

_____. **História do tempo e tempo da história: estudos de historiografia e história da educação.** Campinas, SP: Autores Associados, 2015.

_____. **O Lunar de Sapé: paixão, dilemas e perspectivas na educação.** Campinas, SP: Autores Associados, 2014.

SCHLIEMANN, Analúcia Dias; CARRAHER, William; CARRAHER, Terezinha Nunes. **Na vida dez, na escola zero.** 14. Ed. São Paulo, Cortez, 2006.

SOUZA, Eliane Reane de; DINIZ, Ignez de Souza Vieira. **Álgebra: Das variáveis às equações e Funções.** 2 ed. São Paulo. IME – USP, 1996.

SOUZA, Divanizia do Nascimento; SILVA, Veleida Anahí da. (orgs). **A questão do sentido em pesquisas em ensino de ciências e matemática: uma homenagem a Bernard Charlot.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

STEPHANOU, Maria; BASTOS, Maria Helena Câmera (orgs.). **História e Memórias da Educação no Brasil.** Vol III: século XX. Petrópolis, RJ: Vozes, 2005, 440p.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação.** , 1947. T372m **Metodologia da pesquisa-ação.** - São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1986.

TIKHOMIROV, O. K. **As conseqüências psicológicas da computerização.** (1981). Disponível em: <file:///C:/Users/jussa/Desktop/Tikomirov1-%20traducao.pdf> Acesso: maio/2016.

VAN DE WALLE, John A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009. 584p.

APÊNDICE A

Atividade nº 1

- Observe as duas janelas, disponibilizadas na tela do computador, quando utiliza o GeoGebra. Temos uma de álgebra e outra de visualização gráfica.
- Observe os comandos acima. (Arquivo, Editar, Exibir,).
- Na janela de álgebra – você encontrará os dados referentes ao que está sendo construído.
- Na janela de visualização gráfica, onde você irá trabalhar inicialmente, observe e pense, para construir.
- Reflita e compare o que foi construído, com as informações encontradas na janela de álgebra.

- 1) Escreva o que sabe sobre os dois eixos encontrados no plano cartesiano, traçado em uma das janelas citadas acima?
- 2) Qual a medida do ângulo formado por eles? Você pode afirmar que os dois eixos são perpendiculares? Justifique sua resposta.
- 3) O plano cartesiano está dividido em 4 regiões; cada uma delas é um quadrante. Nomeamos cada uma delas como: 1º quadrante, 2º quadrante, 3º quadrante e 4º quadrante. Identifique cada um deles.

Temos infinitos pontos em cada quadrante. Em cada um deles, quando marcados, o que você observa em relação as suas coordenadas?

1º quadrante –

2º quadrante –

3º quadrante –

4º quadrante -

- Observe as coordenadas dos pontos localizados em cada um dos quadrantes.

1. Pense e investigue em cada um dos quadrantes onde podemos encontrar pontos que têm coordenadas com mesmo valor numérico e coordenadas simétricas. O que você concluiu?
-

Marque 20 pontos da seguinte forma:

- a) 10 pontos com as coordenadas "iguais" em relação ao valor numérico, e 10 pontos que tenham coordenadas, com valores que são simétricos.

Ligue todos os pontos que você encontrou com valores numéricos, " iguais", para as mesmas coordenadas

Ligue todos os pontos que você encontrou onde suas coordenadas têm valores simétricos.

O que você observa?

O que foi traçado em cada um dos casos?

Quantos pontos você pode encontrar, onde estão localizados?

Identifique a 1ª bissetriz e o que você sabe sobre ela?

Identifique a 2ª bissetriz e o que você sabe sobre ela?

O que você entende por ponto, reta, plano, ângulo, coordenadas e bissetriz?

b) Toda reta representa “graficamente” uma função? Justifique sua resposta.

c) Utilizando o GeoGebra, desenhe no plano cartesiano disponibilizado na tela do computador, um quadrado onde todos os seus lados são representações gráficas de funções.

- Quais os cuidados observados?

d) Desenhe um triângulo qualquer, no quarto quadrante, disponibilizado pelo GeoGebra, de maneira que dois dos segmentos de retas que representam seus lados, não representem uma função polinomial do 1º grau. É possível? Justifique.

e) É comum a função polinomial do 1º grau ser representada por meio de uma tabela de valores. Você pode afirmar que a proporcionalidade está sempre presente entre seus valores? Explique.

APÊNDICE B

Atividade nº 2

Qual ou quais das figuras abaixo você gostaria de desenhar?

Que conhecimentos matemáticos você irá utilizar?



APÊNDICE C

Atividade nº 3



Vamos desenhar as batatas fritas do McDonalds?

APÊNDICE D

Atividade 4 – Entregue após a formalização e autoavaliação. Atividade para casa, dando continuidade a construção dos conhecimentos sobre funções. Sugestão

A proposta da avaliação é verificar até que ponto os conhecimentos que foram construídos durante as aulas sobre funções, poderão ser usados em situações diversas



Pense, articule suas ideias com conhecimentos adquiridos nas aulas.

Pense nas funções afins

Como você faria para representar as batatas?

Analise cada gráfico traçado, justificando os traçados com cada função que lhe deu origem, utilizando seus conhecimentos matemáticos.

- Pense em uma função afim e o significado do coeficiente **a** no gráfico. O que deve ser feito para obter duas retas paralelas? Como obter retas perpendiculares? Qual a relação entre o posicionamento das retas e o coeficiente **a**? Podemos afirmar que existem funções que, quando comparadas com a sua inversa, são paralelas? Justifique sua resposta.
- Dada a função $f(x) = x - 1$ e $g(x) = x + 1$. Qual a inclinação de cada uma delas? Podemos afirmar que a função **f** é inversa da função **g**? Usando a definição de função inversa, justifique sua resposta.
- Dada a função $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = (x - 1)/2$. Trace o gráfico de cada uma delas utilizando o GeoGebra. O que você observa em relação ao posicionamento das retas? Quais das funções traçadas abaixo são Bijetoras? Justifique sua resposta utilizando a definição e encontre a inversa quando possível
- Quando é que podemos afirmar que uma função não possui inversa?