



**UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA – CAMPUS II
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA - DCET**

GLEICIANE DA SILVA PEREIRA DE OLIVEIRA

**CONCEPÇÕES DE ESTUDANTES DA LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA SOBRE O SIGNIFICADO DO SÍMBOLO “=” EM
CONTEXTOS ARITMÉTICOS E ALGÉBRICOS**

**ALAGOINHAS-BA
2022**

GLEICIANE DA SILVA PEREIRA DE OLIVEIRA

**CONCEPÇÕES DE ESTUDANTES DA LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA SOBRE O SIGNIFICADO DO SÍMBOLO “=” EM
CONTEXTOS ARITMÉTICOS E ALGÉBRICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora como requisito parcial para a obtenção do título de Graduada no curso de Licenciatura em Matemática pela Universidade do Estado da Bahia - UNEB, Campus II - Alagoinhas, Departamento de Ciências Exatas e da Terra -DCET, Colegiado do Curso de Matemática, sob orientação da Prof.^a Dr.^a Maria de Fatima Costa Leal

**ALAGOINHAS-BA
2022**

FOLHA DE APROVAÇÃO

CONCEPÇÕES DE ESTUDANTES DA LICENCIATURA EM MATEMÁTICA SOBRE O SIGNIFICADO DO SÍMBOLO “=” EM CONTEXTOS ARITMÉTICOS E ALGÉBRICOS

GLEICIANE DA SILVA PEREIRA DE OLIVEIRA

Monografia apresentada à Universidade do Estado da Bahia como requisito
parcial à obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Aprovada ____ de _____ de 2022

Banca Examinadora,



Prof.ª Dr.ª Maria de Fatima Costa Leal- (Orientadora) –
Universidade do Estado da Bahia

Prof.º Dr.ª Maria Eliana Santana da Cruz Silva
Universidade do Estado da Bahia

Prof.ª Ms. Jaíra de Souza Gomes Bispo
Universidade do Estado da Bahia

Sistema de Bibliotecas da UNEB Biblioteca
Carlos Drummond de Andrade – Campus II
Rosana Cristina de Souza Barretto
Bibliotecária – CRB 5/902

O48c Oliveira, Gleiciane da Silva Pereira de.
Concepções de estudantes da Licenciatura em Matemática sobre o significado do símbolo “=” em contextos aritméticos e algébricos./Gleiciane da Silva Pereira de Oliveira – Alagoinhas, 2022.
59f.il.

Trabalho de Conclusão de Curso – (Graduação) - Universidade do Estado da Bahia. Departamento de Ciências Exatas e da Terra. Colegiado de Matemática. Campus II.

Orientador: Prof.^a Dr.^a Maria de Fátima Costa Leal.

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Professores de matemática – Formação. 3. Prática de ensino. I. Leal, Maria de Fátima Costa.. II. Universidade do Estado da Bahia - Departamento de Ciências Exatas e da Terra - Campus II. III. Título.

CDD 370.71

Agradecimento

Meus agradecimentos não poderiam começar de outra forma, a não ser agradecendo em primeiro lugar a Deus, pois sem ele não teria conseguido chegar onde eu cheguei, o Senhor esteve comigo todos os dias me dando força e sabedoria, me protegendo e me guiando sempre em direção ao que ele destinou para mim, suprimindo tudo aquilo que eu necessitava desde os dias mais alegres até os mais tristes. Toda e qualquer expressão de agradecimento a Deus é pouco por tudo que Ele fez, faz e fará em minha vida. Te amo Deus.

Agradeço a minha mãe, Irene da Silva e a meu pai, Fernando Braga que durante toda essa minha caminhada mesmo distantes se fizeram presentes me dando suporte emocional e financeiro para que essa jornada fosse trilhada com mais tranquilidade, agradeço por estarem sempre acreditando em mim e me apoiando, me dando todo amor e lutando para que este sonho se tornasse real. Grata pelos conselhos, por serem meus maiores exemplos de vida e serem o meu combustível para correr atrás dos meus sonhos. Sem vocês eu não seria nem metade do que sou, amo vocês imensamente.

As minhas irmãs Geiciane da Silva e Glauciane da Silva que são como filhas para mim, que sonharam junto comigo esse sonho todos estes anos e que sempre estiveram comigo em todos os momentos e nunca me deixaram só, mesmo distantes, a vocês todo o meu amor e gratidão por serem quem são e me fazerem feliz e amada.

Agradeço imensamente a minha professora orientadora Maria de Fátima Costa Leal, por ter acreditado em mim desde o primeiro semestre, sempre me mostrando o caminho a ser trilhado na universidade, agradeço por toda dedicação, paciência e comprometimento, que foram de suma importância em todo processo de construção deste trabalho. Me faltam palavras para agradecer e expressar tamanha admiração pelo ser humano e profissional que és, deixo aqui registrado: Minha gratidão, por tudo o que me ensinou durante toda a graduação em suas disciplinas e durante o processo de escrita, muito obrigada!

Agradeço a todos os meus professores da graduação por todos estes anos, sem dúvidas todos de alguma forma foram muito importantes para mim. Mas agradeço em especial a Daniela Batista por ser uma pessoa importante em minha vida dentro e fora da universidade, sempre me apoiando e acreditando em mim, a professora Grace Baqueiro que viu em mim um potencial quando nem eu mesma acreditava mais, ao professor Jefferson Correia por todo apoio, carinho e conselhos, sempre me fazendo acreditar em dias melhores e que eu chegaria até o fim, professora Erica que sempre me incentivou e me ajudou em momento de algumas tomadas de

decisões e ao professor Erivelton Santana por ter sido desde o início da jornada atencioso e cuidadoso quanto a minha caminhada dentro da universidade.

Agradeço com todo carinho aos meus amigos que sempre torceram por mim e estiveram comigo perto ou longe, em especial a Renê, Danilo, Ana Cláudia, Laura, Riti, Alana, Fernanda, Guilherme, Junior e Jane que de todas as formas me apoiaram e acreditaram em mim.

Agradeço também a Everton que apareceu em minha vida e se tornou tão especial e esteve comigo em diversos momentos me apoiando e dizendo o quanto eu era capaz.

Agradeço a minha turma de 2016.2, pelos momentos incríveis que vivemos e por toda a troca nesse período. Em especial a, Carla e Vitor por serem meus amigos e confidentes desde que nos conhecemos nos respeitando e nos ajudando dentro e fora da universidade, a Deivisson que é como um irmão para mim, sempre esteve comigo dentro e fora da universidade, me aconselhando e me dando a mão por diversas vezes quando eu caí, sua amizade é algo sem igual. Eu amo vocês.

Agradeço especialmente a minha amiga Elise, por toda troca e por toda parceria durante todos esses anos desde que nos conhecemos, pois você me viu em dias alegres e também difíceis e longe ou perto nunca nos deixamos, desejo a você toda sorte de bênçãos e que você seja uma mulher de sucesso! Amo você.

Agradeço a João Victor que no decorrer da caminhada fomos nos tornando grandes amigos um ajudando o outro com grande companheirismo.

Agradeço também a Adriele, Ana Paula, Laise, Marcia, Rafael Nascimento, Cleiton, Poliano, Milena e Beatriz pessoas incríveis que nos encontramos em momentos diferentes, mas cada um teve a sua importância e contribuição na minha jornada.

Agradeço a todos os meus familiares que me ajudaram direta ou indiretamente nesse período, saibam que sou muito grata e como são muitos não terei como citar nomes.

Agradeço aos meus pastores e todos que sempre me puseram em suas orações.

Agradeço as professoras da banca examinadora, Jaira Bispo e Maria Eliana Santana, por terem aceitado o convite e por contribuírem para enriquecer o trabalho com suas sugestões.

Por fim agradeço a todos que não foram citados e que contribuíram direta ou indiretamente para que essa etapa fosse realizada com êxito. Gratidão!

EBENEZER!

*Dedico a minha mãe Irene
da Silva Pereira, a meu
pai Fernando Braga de
Oliveira meus amores
eternos e exemplos de
vida no qual são meu
combustível para correr
atrás dos meus sonhos e
as minhas irmãs
Geiciane e Glauciane
que serão sempre como
filhas para mim.*

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo, investigar quais são as concepções de estudantes da licenciatura em matemática sobre o significado do símbolo “=” em contextos aritméticos e algébricos. Para isso foi desenvolvida uma pesquisa com os alunos do terceiro semestre de licenciatura em Matemática, do Campus da Universidade do Estado da Bahia - UNEB, com uma abordagem qualitativa para analisar as concepções dos estudantes e uma abordagem descritiva também, por se tratar de uma modalidade que descreve ou categoriza uma situação. E o método utilizado para nossa pesquisa foi a análise do conteúdo que, trata-se de um estudo minucioso de conteúdo, palavras, frases onde captamos as intenções e descartamos o que não será útil. Vale salientar que o questionário aplicado é um recorte feito do que foi construído por Cavalcante (2008), em sua pesquisa, sendo ele voltado para o contexto aritmético e algébrico, onde elegemos apenas três categorias para serem analisadas a priori, sendo elas: igualdade relacional, equivalência em igualdade condicional e igualdade funcional, mesmo sabendo que posteriormente outras categorias poderiam surgir. Todos os estudantes receberam as mesmas questões, e foram usados os mesmos critérios para análise. Os resultados dessa pesquisa foram de suma importância, pois, não só revelam concepções a respeito do símbolo “=”, mas também a falta de entendimento acerca do mesmo e conhecimentos básicos demonstrando que mesmo enquanto estudantes universitários existem lacunas acerca entendimentos que são de fundamental importância para componentes curriculares dentro do curso de Licenciatura em Matemática. Salientamos a importância de contribuições referente a objetos matemáticos no qual passam despercebido suas potencialidades e significados na maioria das vezes e que podem influir direta ou indiretamente em conteúdos trabalhados constantemente.

Palavras chave: Concepções; Sinal de Igualdade; Contexto Aritmético e Algébrico; Álgebra e Educação Matemática.

ABSTRACT

This research aims to investigate what are the conceptions of undergraduate students in mathematics about the meaning of the symbol “=” in arithmetic and algebraic contexts. For this, a research was developed with students of the third semester of Mathematics degree, from the Campus of the Universidade do Estado da Bahia - UNEB, with a qualitative approach to analyze the students' conceptions and a descriptive approach too, because it is a modality that describes or categorizes a situation. And the method used for our research was the content analysis, which is a detailed study of content, words, phrases where we capture the intentions and discard what will not be useful. It is worth noting that the questionnaire applied is a cut made of what was built by Cavalcante (2008), in his research, being it focused on the arithmetic and algebraic context, where we chose only three categories to be analyzed a priori, namely: relational equality, equivalence in conditional equality and functional equality, even knowing that later other categories could arise. All students received the same questions, and the same criteria were used for analysis. The results of this research were of paramount importance, as they not only reveal conceptions about the symbol "=", but also the lack of understanding about it and basic knowledge, demonstrating that even as university students there are gaps about understandings that are of fundamental importance for curricular components within the Mathematics Degree course. We emphasize the importance of contributions referring to mathematical objects in which their potentialities and meanings go unnoticed most of the time and that can directly or indirectly influence contents that are constantly worked on.

Key-words: Conceptions; Equality Sign; Arithmetic and Algebraic Context; Algebra in math education.

Lista de Figuras

Figuras	Pág.
Figura 01: Tipos de igualdades	26
Figura 02: Tipos de igualdades por diferentes autores	28
Figura 03: Instrumento de Investigação	36
Figura 04: Item (a) instrumento I	36
Figura 05: Item (b) instrumento I	37
Figura 06: Item (c) instrumento I	37
Figura 07: Itens (a), (b) e (c) instrumento II	38

Lista de Quadros

Quadros	Pág.
Quadro 01: Objetos de conhecimento e habilidades em que o estudo sobre a igualdade aparece	18
Quadro 02: Categorias de análise para as diferentes concepções de igualdades	21
Quadro 03: Entendimento de concepções	24
Quadro 04: Relações de equivalência	26
Quadro 05: Resposta do instrumento 1- item (a)	42
Quadro 06: Resposta do instrumento 1- item (a) por categorias	42
Quadro 07: Resposta do instrumento 2- item (a)	44
Quadro 08: Resposta do instrumento 2- item (a) por categorias	44
Quadro 09: Resposta do instrumento 1- item (b)	46
Quadro 10: Resposta do instrumento 1- item (b) por categorias	47
Quadro 11: Resposta do instrumento 2-item (b)	48
Quadro 12: Resposta do instrumento 2-item (b) por categorias	48
Quadro 13: Resposta do instrumento 1- item (c)	50
Quadro 14: Resposta do instrumento 1- item (c) por categoria	50
Quadro 15: Resposta do instrumento 2- item (c)	51
Quadro 16: Resposta do instrumento 2- item (c) por categoria	52

Lista de Tabelas

Tabelas	Pág.
Tabela 01: Concepções no contexto das igualdades aritméticas	45
Tabela 02: Concepções no contexto das equações	49
Tabela 03: Concepções no contexto das funções	52

Sumário

INTRODUÇÃO	14
CAPÍTULO I	17
1.1 Minha trajetória e motivação para escolh do tema	16
1.2 O que nos diz a revisão de literatura sobre o significados do sinal de igualdade.....	17
CAPÍTULO II	24
2.1 Utilização do termo concepção.....	24
2.2 significado do sinal de igualdade	24
2.2.1 Significados do símbolo "=" em igualdades aritméticas	24
2.2.2 Significados do símbolo "=" em igualdades algébricas.....	26
2.2.3 Significados do símbolo "=" nas equações.....	28
2.2.4 Significados do símbolo "=" nas funções	29
CAPÍTULO III.....	31
METODOLOGIA	31
3.1 Procedimentos Adotados	32
3.2 Cenário de investigação e os sujeitos da pesquisa	32
3.3 Instrumento de coletas de informações	32
3.4 Categorias de análise	33
3.4.1 Primeira Categoria- A concepção do sinal de "=" em Igualdades Operacional	33
3.4.2 Segunda Categoria- A concepção do sinal de "≐" como Igualdade Relacional.....	34
3.4.3 Terceira Categoria–A concepção do sinal de "≑" Equivalência em igualdade condicional..	34
3.4.4 Quarta Categoria – A concepção do sinal de "≒" como concepção funcional	35
3.5 O Método	36
3.5.1 Instrumento de investigação	36
3.5.1.1 Instrumento I.....	37
3.5.1.2 Caracterização do instrumento II.....	38
3.6 Aplicação do questionário.....	39
CAPÍTULO IV.....	40
4 Análise de dados.....	40
4.1 Segunda categoria: A concepção do sinal de "=" como igualdade Relacional	42
4.1.1 Síntese dos resultados: igualdade Relacional.....	45
4.2 Terceira categoria: A concepção do sinal de "=" como Equivalência em igualdade condicional..	46
4.2.1 Síntese do resultados: Equivalência em igualdade condicional.....	49
4.3 Quarta categoria: A concepção do sinal de "=" como Funcional.....	49
4.3.1 Síntese dos resultados: Funcional	52
CAPÍTULO V.....	54
Considerações Finais	54
Referências	57

*Falar sobre igualdade é falar de matemática,
entendendo ser esse sinal, o fio condutor
no processo de ensino e aprendizagem
(Oliveira, 2022- durante o processo
de construção deste trabalho)*

INTRODUÇÃO

A Matemática se revela por meio de um número expressivo de símbolos e dentre eles temos o símbolo da igualdade. No ensino de Matemática, a variedade de situações com que ele é empregado desde os anos iniciais até o ensino superior, confirma a relevância deste símbolo. Desse modo, é difícil olhar para o símbolo “=” e não pensar imediatamente em uma igualdade.

Na linguagem Matemática, a expressão é “igual a”, se escreve usando o símbolo “=”, chamado sinal de igualdade. Este sinal sempre exerceu um papel importante no âmbito das aulas de Matemática, em todos os níveis de ensino, usando números e operações. Nesse contexto, ele se revela em situações relacionadas com a identidade, a equivalência tanto no universo numérico como no universo algébrico.

É na Aritmética, nos contextos das operações, que os alunos encontram as primeiras utilizações do símbolo “=” e que vão sendo trabalhadas até serem inseridas no contexto algébrico. Desse modo, o sinal de igualdade exerce um papel preponderante na passagem do saber aritmético para o saber algébrico, e nesse percurso, vai assumindo diferentes interpretações e uma diversidade de utilizações. O modo de ver as operações nesses contextos, pode se constituir em um obstáculo para a aprendizagem matemática.

Na aritmética, as operações entre os números consistem em formas pré-estabelecidas de combiná-los de acordo com o sistema de numeração adotado, obtendo-se um número. Já nas expressões envolvendo operações algébricas, como não fixamos previamente valores às letras, por vezes, não podem ser reduzidas. Nestas expressões, as operações permitem apenas transformá-las em outras equivalentes, nem sempre mais simples (TINOCO, 2011, p. 14).

Assim, entendendo a diversidade que permeia o estudo da Matemática, o sinal de igual “=” não poderia ficar limitado apenas a uma representação simbólica fechada em um único significado: ser o resultado de um cálculo, ou apenas um símbolo matemático onde se trate de algo operacional. Para Ponte et al. (2009), é necessário que o professor conheça bem este elemento matemático e que tenha conhecimentos relevantes acerca dos diferentes significados do símbolo “=” igual.

Apoiadas nessas reflexões, acreditamos que é importante refletir com mais propriedade sobre o significado da igualdade no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, e para

contribuir com esse entendimento, escolhamos o símbolo de “=” como objeto de investigação de nossa pesquisa.

Ao iniciar a pesquisa, algumas pesquisas serviram de inspiração onde podemos destacar trabalhos como de Cavalvante(2008),Tinoco(2011), Ponte et al.(2009), que falam sobre o sinal de igualdade, sua utilização em sentenças matemáticas e concepções adotadas por estudantes. A leitura destes e outros trabalhos nos mostraram que o símbolo de “=” tem seu significado modificado ao longo da Educação Básica, em razão do contexto no qual está inserido e a passagem do pensamento aritmético para o pensamento algébrico é marcada pela compreensão do sinal de igualdade. Portanto, consideramos importante investigar a concepção do sinal de igual em diferentes contextos, de modo a contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Como estudante da Licenciatura em Matemática, reconheço que a formação de professores pode contribuir para dirimir as dificuldades de aprendizagem de Matemática. Ao mesmo tempo, vejo na minha trajetória como estudante, uma sucessão de perguntas na tentativa de compreender, por exemplo, as dificuldades na aprendizagem da álgebra. Partindo desse entendimento e considerando as leituras realizadas, entendemos que o estudante da Licenciatura em Matemática com papel importante na condução de uma prática significativa, precisa estar inserido nessa investigação.

Nesse contexto, queremos contribuir com reflexões que enriqueçam o processo de formação docente e para tanto, temos como objetivo investigar as concepções de estudantes da Licenciatura em Matemática sobre o significado do símbolo “=” em contextos aritméticos e algébricos. Portanto, para contribuir com o processo de investigação, apresentamos no capítulo 1 uma revisão de literatura que trata do sinal de igualdade e seus diferentes significados, e que nos auxiliou na delimitação do objetivo.

No capítulo II, apresentamos as principais ideias dos referenciais teóricos adotados sobre as diferentes concepções sobre o sinal de igual e, além disso, vai contribuir para aprimorar nossos conhecimentos em relação ao estudo das concepções do símbolo “=”, a diversidade dos significados, onde e como eles são vistos e se são compreendidos em cada contexto.

No capítulo III, estaremos apresentando as escolhas e procedimentos metodológicos demonstrando a caracterização do lócus e apresentação dos sujeitos da pesquisa, bem como, instrumento utilizado para a pesquisa, as técnicas adotadas na análise dos dados, e a organização do material coletado para levantamento da pesquisa.

No capítulo IV, apresentamos o resultado da análise de dados coletados com relação aos diferentes significados do símbolo “=” em contextos diversos. Onde a análise vai acontecer por

questão mediante contexto e as possíveis concepções que venham aparecer com as respostas dos sujeitos eleitos. Por fim, no capítulo V, apresentaremos as considerações finais com as principais conclusões de nossa investigação.

CAPÍTULO I

Neste tópico, vamos nortear o leitor para a compreensão desta pesquisa e dos motivos que me conduziram ao tema: significado do sinal de igualdade. Para isso, apresentaremos neste capítulo, um recorte de minha motivação para escrever este trabalho e o resultado de pesquisas que tratam sobre o tema na Educação Matemática.

1.1 Minha trajetória e motivação para escolha do tema

Nascida e criada em Miguel Calmon-BA, filha de pai pedreiro e mãe doméstica, sou a primogênita de três irmãs, na qual desde muito cedo foi nos ensinado o quanto a educação seria importante para as nossas vidas. Sou oriunda de escola pública e aprendi ainda pequena a valorizar a educação e aproveitar cada oportunidade a mim dada, sempre tirei boas notas, e me destacava em português e matemática, falar e ensinar era comigo mesmo e pude perceber isso com mais força no ensino médio, quando participei do projeto MonitorAÇÃO, onde os alunos poderiam ser monitores das disciplinas em que tiravam boas notas, podendo dar aulas voluntariamente aos seus colegas no turno oposto. Sem dúvidas participar de um projeto como este me fez querer ainda mais estudar licenciatura, conhecer um pouco mais sobre a minha disciplina favorita e conhecer novas formas de ensino.

Fico pensando, sou estudante da Licenciatura em Matemática, passando pela etapa de conclusão do curso, e me pergunto: com os saberes matemáticos até aqui adquiridos, posso contribuir para melhorar a aprendizagem de Matemática? Estou preparada para enfrentar os desafios da sala de aula?

Minhas lembranças passeiam por diferentes momentos: formação na universidade, discussões nos grupos de estudos, participação em projetos de docência, estágio, ensaios de docência(aulas particulares) e muitos outros, demarcam uma caminhada com forte desejo de entender cada vez mais sobre este universo Matemático, recheado de concepções, significados e diferentes representações. Para cada conteúdo um desafio! Desse modo, trago uma lembrança para ilustrar alguns desses momentos importantes onde estive confrontada com a insegurança de um aprendiz.

Como professora de aula de reforço, fazia o acompanhamento com um estudante do 7º

ano do Ensino Fundamental, auxiliando nas tarefas que envolviam equação do primeiro grau. O processo de argumentação deste objeto matemático, faz uso da escrita, leitura e manipulação de expressões algébricas. Assim, diante dos registros das equações “ $2x - 3 = 7$ ” e “ $7 = 2x - 3$ ”, este argumentou ser a segunda representação impossível de ser resolvida, e utilizou como argumento o fato de que não seria possível calcular começando por número, que a letra teria que vir primeiro, ou seja, ele não compreendia o sinal da igualdade como uma relação de equivalência.

No primeiro momento levei um susto por se tratar de um argumento até então não experimentado, e por estar diante de uma percepção muito restrita. Ao mesmo tempo, entendendo as peculiaridades deste momento, ou seja, ele estava passando um momento de transição: do campo aritmético para o campo algébrico. Mesmo assim, fiz alguns questionamentos: Até que ponto a mudança de lugar das expressões podem influenciar na aprendizagem de equação? O símbolo de igual “=” não sofreu alteração, mas interferiu na percepção daquele aluno. Confesso que procurei nas minhas memórias de estudante e não encontrei registros de discussões sobre o tema.

Naquele contexto, diante de um aluno confuso, me senti insegura e ao mesmo tempo desafiada a procurar argumento que tornar-se claro até que ponto o registro desse sinal “=” tem influência na aprendizagem de Matemática. Portanto, para mergulhar no universo da pesquisa, esse foi o meu ponto de partida. Nessa perspectiva, Oliveira (2016) diz:

tornar-se pesquisador significa lançar o olhar para uma realidade e, a partir deste, conviver com incertezas, analisar contextos, confrontar ideias, buscar fundamentação teórica entre outras ações presentes que se correlacionam em um movimento cíclico” (OLIVEIRA, 2016, p.15)

Será portanto, no papel de pesquisador que vamos apresentar resultados de pesquisas e reflexões que ajudarão a fundamentar o nosso objeto de investigação. Para tanto foi necessário elaborar um protocolo para a procura de trabalhos para subsidiar a nossa pesquisa no qual tivesse o objeto de estudo, o símbolo de igualdade “=”, independente do contexto. E foi assim que começamos as buscas na internet, no site da Capes, em sites de eventos de Matemática de âmbito nacional e internacional sempre se atentando ao que seria importante para nossa pesquisa, ficou notório que se comparado a outras temas dentro da Matemática, este é um tema bem escasso, são poucas as pesquisas em relação ao símbolo “=” e menor ainda as pesquisas com o olhar voltado para estudantes da licenciatura.

1.2 O que nos diz a revisão de literatura sobre significados do sinal de igualdade

Nesta seção, vamos apresentar os significados do sinal de igual no contexto matemático que conseguimos identificar nas produções científicas e que tinham proximidade com o objetivo da nossa pesquisa, isto é, revelar alguns entendimentos sobre o uso do sinal de igualdade.

Considerando as pesquisas desenvolvidas no âmbito do sinal de igualdade, selecionamos algumas dissertações e artigos que falam sobre o sinal de igualdade, sua utilização em sentenças matemáticas e concepções adotadas por estudantes.

De acordo com as novas orientações curriculares – BNCC¹, o processo de ensino e aprendizagem de Matemática deve ter como fundamento um conjunto de ideias capaz de gerar articulações entre os diferentes campos do conhecimento e deve se converter na escola em objetos de conhecimento.

Para referenciar esses entendimentos, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta, a partir do 3º ano do Ensino Fundamental a relação de igualdade como objeto do conhecimento no momento que preconiza que o aluno deve “compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença” (BNCC, p. 285-287). Nas series posteriores ainda do ensino fundamental ela aparece como: propriedades da igualdade, propriedades de igualdade e noção de equivalência. O quadro 01 traz uma síntese desse objeto.

¹ Base Nacional Comum Curricular

Quadro 01: Objetos de conhecimento e habilidades em que o estudo sobre a igualdade aparece.

Ano	Unidade temática	Objeto do conhecimento	Habilidade
3º	Álgebra	Relação de igualdade	(EF03MA11) Compreender a ideia de igualdade para escrever diferentes sentenças de adições ou subtrações de dois números naturais que resultem na mesma soma ou diferença.
4º		Propriedade da igualdade	(EF03MA14) Reconhecer e mostrar, por meio de exemplos, que a relação de igualdade existente entre dois termos permanece quando se adiciona ou se subtrai um mesmo número a cada um desses termos. (EF03MA15) Determinar o número desconhecido que torna verdadeira uma igualdade que envolve as operações fundamentais com números naturais.
5º		Propriedades da igualdade e noção de equivalência	(EF05MA10) Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.
6º		Propriedades da igualdade	(EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
7º		-Linguagem algébrica: variável e incógnita -Equações polinomiais de 1º grau	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade.
9º		Funções: representações numérica, algébrica e gráfica	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.

Fonte: (BNCC, 2017, p.278-315)

Portanto o símbolo “=” tem seu significado modificado ao longo da Educação Básica, em razão do contexto no qual está inserido: aritmético e algébrico. Esse processo de mudança pode acarretar dificuldades na compreensão dos significados pelos alunos.

Partindo da premissa de que aritmética e álgebra se complementam, podemos entender a aritmética como o ramo mais elementar da matemática, por ser a parte que trabalha com operações como a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão. O pensamento algébrico se refere ao “processo pelo qual os estudantes generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto de casos particulares (...) através de discurso argumentativo, e expressam-nas de formas progressivamente mais formais e adequadas à sua idade” (BLANTON E KAPUT, 2005, p. 413).

Espera-se portanto que neste processo o aluno faça uso de diferentes registros e significados e operações. Lins e Gimenez(2006) afirmam que:

“[...] atividade aritmética envolve, naturalmente, um certo nível de generalidade” e “[...] quando dissemos que a diferença entre álgebra e aritmética era de tratamento, de foco, estávamos sugerindo não apenas que uma se beneficia da outra, como também que uma depende da outra” (LINS E GIMENEZ, 2006, p. 112-113).

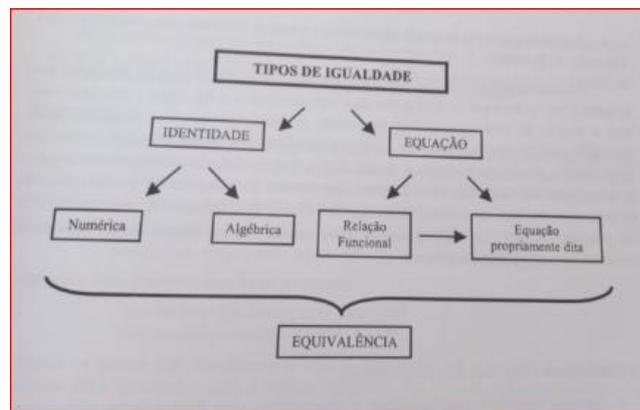
Para Tinoco (2011) a dificuldade dos alunos em relação à noção de igualdade se

relaciona também com a mudança do modo de ver as operações na Aritmética e na Álgebra.

Na aritmética, as operações entre os números consistem em formas pré-estabelecidas de combiná-los de acordo com o sistema de numeração adotado, obtendo-se um número. Já nas expressões envolvendo operações algébricas, como não fixamos previamente valores às letras, por vezes, não podem ser reduzidas. Nestas expressões, as operações permitem apenas transformá-las em outras equivalentes, nem sempre mais simples (TINOCO, 2011, p. 14).

A autora apresenta dois tipos de igualdade que são apresentadas aos alunos quando dão início ao estudo da álgebra: a identidade e a equação, conforme figura a seguir.

Figura 01:Tipos de igualdades



Fonte. (Tinoco, 2011,p.15)

Nessa descrição, a autora apresenta a identidade como “igualdade entre duas expressões numéricas ou entre duas expressões literais(...)”, e para a equação “é uma igualdade que envolve uma ou mais quantidades desconhecidas e que só se verifica quando atribuímos valores particulares a essas unidades”(TINOCO, 2011, p. 14)

Nas investigações que discutem as formas como alunos interpretam o sinal de igualdade, duas se destacam: a compreensão operacional e a compreensão relacional. Miranda (2019), esclarece:

A noção operacional (ou procedimental), associada principalmente a contextos aritméticos, surge quando o sinal de igualdade é visto como um estímulo para que algo seja realizado(...). Por sua vez, a noção relacional (ou de equivalência) surge quando se considera que o sinal de igualdade representa uma relação estática entre ambos os membros da igualdade: o membro esquerdo tem o mesmo valor que o membro direito (CAVALCANTI; SANTOS, 2007). Considera-se que um aluno manifesta essa compreensão quando cita algo como “[...] o sinal de igual indica o mesmo valor, a mesma coisa, é [sic] o que tem de um lado é igual ao que tem do outro lado da igualdade [...]” (CAVALCANTI; SANTOS, 2007, p. 4) (MIRANDA, 2019, p.61)

Cavalcante (2008) em sua dissertação de mestrado, investigou sobre as concepções dos alunos do 3º ano do ensino médio acerca dos significados do símbolo “=” em contextos

aritméticos (operações e igualdades) e algébricos (equações e funções) gerando cinco concepções “a priori”, onde descreve as principais finalidades e características do símbolo “=” conforme explicitado na figura abaixo:

Quadro 02: Categorias de análise para as diferentes concepções de igualdade

Contextos	Categorias de análise (a priori)	Expressões (exemplos)	Principal finalidade do símbolo “=”	Principais características do símbolo “=”
Operações aritméticas	Concepção Operacional	$8 + 7 =$ $8 + 7 + 5 + 9 =$	Indicar um cálculo a ser realizado, ou, o local do resultado.	Aspecto assimétrico (um lado é dado, o outro precisa ser preenchido/encontrado)
Igualdades aritméticas	Concepção Igualdade Relacional	$6 + 5 = 11$ $5 + 7 = 4 + 8$ $15 = 7 + 8$	Indicar que o que está no lado direito do “=” é igual, idêntico ou equivalente ao que está no lado esquerdo.	Relação de igualdade que inclui: identidade única de significado e equivalência dos diferentes significantes.
Equações	Concepção Equivalência em igualdade condicional	$x + 5 = 14$ $5 + x = 4 + 8$ $5 = x + 8$ (etc.)	Indicar que a expressão ou número que está no lado direito do “=” é equivalente a expressão ou número à esquerda.	Indica uma relação de equivalência em igualdade condicional
Funções	Concepção Funcional	$y = 2x + 3$ $2x + 3 = y$	Indicar uma dependência causal entre variáveis	Relação de dependência entre a variável dependente e independente
Todos	Concepção Relacional Nome-Símbolo	Qualquer uma contendo um símbolo “=”	Não tem finalidade específica	Não tem características específicas

Fonte: (CAVALCANTE, 2008, p.33)

O pesquisador apresenta resultados que revelam um “desencontro entre as concepções dos alunos e o significado do símbolo “=” no contexto no qual ele está inserido”, prevalecendo a concepção operacional. Destaca que o entendimento de equivalência é muito importante para resolver as equações, compreendendo o verdadeiro significado das técnicas para resolvê-las. Enfatiza também que o sentido da igualdade “=” depende do contexto onde ele está situado, modificando completamente de um para outro, o que poderia justificar as dificuldades na compreensão de seus significados

Cavalcanti (2008) definiu a posteriori, mais duas concepções: a concepção símbolo separador (o significado do “=” como sinal de separar ou indicar separação entre os membros, entre letras e números em uma equação, uma incógnita e outra função) e concepção operacional sintético (o símbolo “=” para mostrar o resultado da incógnita ou para dar valor a x).

Booth (1995) procurou em sua pesquisa identificar os tipos de erro que os alunos cometem com maior frequência na álgebra e investigar as razões desses erros. Uma das razões

diz respeito a interpretação dos símbolos operatórios. Na aritmética os símbolos da soma, subtração, multiplicação e divisão, assim como o sinal de “=”, são interpretados como resultados, ou seja, como ações. No entanto, quando o campo de conhecimento é a álgebra, o autor destaca que “o símbolo da igualdade pode representar uma relação de equivalência e não uma resposta propriamente dita pode não ser percebida de imediato pelos alunos” (BOOTH, 1995, p. 23).

O autor também alerta para o fato de que na Aritmética o sinal de “=” tem apenas uma direção (da esquerda para a direita), enquanto que na Álgebra, referenciando (SCARLASSARI, 2007, p.44), o sinal de igual indica a realização de “transformações conceituais, portanto, é bidimensional”. Nessa direção defende que a construção das atividades aritméticas ou algébricas não fiquem limitadas apenas a um lado do sinal de “=”.

(...) é preciso acentuar o valor bidirecional do símbolo de igualdade, tanto se exigindo a leitura adequada do símbolo (por exemplo, “é igual a” em vez de “dá”, como em “2 mais 3 dá 5”), como proporcionando aos alunos experiências com expressões da forma $5 = 2+3$ (bem como $1 + 4 = 2 + 3$, etc) (BOOTH, 1995, p. 29).

Em síntese, as pesquisas mostram que é muito importante trabalhar os significados do sinal de igualdade nos anos iniciais, como forma de iluminação a passagem da aritmética para a álgebra bem como a compreensão do conceito de equação e posteriormente o conceito de função nos anos finais do Ensino Fundamental. Por fim, a fragilidade no reconhecimento de diferentes significados do sinal de igual, por parte do aluno, pode contribuir para fragmentar o conhecimento matemático ao longo de sua escolaridade.

Quanto mais os alunos entenderem, mais perceberão a Matemática como uma teia intrincada e sempre em expansão, de ideias aprendidas anteriormente e ou inter-relacionadas e não como uma coleção de regras arbitrárias, aparentemente sem qualquer relação ou fundamento lógico. (BECHER, LESH, 1994, p. 101)

CAPÍTULO II

Nosso objeto de pesquisa se desenvolve sob estudos das concepções de estudantes acerca do sinal de igualdade e para dar conta dessa problemática, neste capítulo, apresentaremos um quadro teórico que permita um entendimento sobre significado do termo “concepção” e sobre os significados do sinal de igualdade em diferentes contextos: Freudenthal (2002), Usiskin (1995), Molina (2006), Gattegno (1974), Moreux (1923), Taylor (1910), Velázquez (1980), Miranda (2019), Vergnaud (1994), Godino e Font, (2003); Ponte (1992), Cavalcante (2008), Brousseau (1997), Artigue (1990), Hafstrom (1961), Meira (1997).

2.1 Utilização do termo concepção

O termo concepção é utilizado de maneira bastante diversificada em muitas pesquisas em Educação Matemática, e sem uma definição teórica eleita como consenso na literatura.

Ponte esclarece que as concepções são formadas em um processo que é ao mesmo tempo, “individual e social: individual, como resultado da elaboração sobre a nossa experiência, e social, como resultado do confronto das nossas elaborações com as dos outros” (PONTE, 1992, p.1)

Cavalcante (2008) apresenta um levantamento de algumas discussões sobre a noção de concepção em estudos que se identificam com o objetivo de nossa pesquisa. Neles são investigadas as relações entre os alunos e conceitos matemáticos particulares, ou o sentido que os alunos atribuem a conceitos matemáticos, dentre outros. Como nosso objetivo caminha no sentido de extrair as concepções de estudantes sobre os diferentes significados da igualdade, apresentaremos a seguir um quadro com as concepções de autores que poderão contribuir

durante a análise dos dados.

Quadro 03- Entendimento de concepções

Autores	Entendimento sobre concepção
Brousseau(1997)	<i>As concepções podem ser determinadas teoricamente como conjuntos de conhecimentos e de saberes freqüentemente solicitados juntos para resolver situações, empiricamente como modelos de respostas coerentes, dada por uma parte importante dos sujeitos sobre uma classe de situação (p, 18).</i>
Artigue (1990)	<i>Colocar em evidência a pluralidade dos pontos de vista possíveis acerca de um mesmo objeto matemático, diferenciar as representações e modos de tratamento que lhe são associados, destacar a sua adaptação mais ou menos adequada à resolução de tal ou tal classe de problemas;(p.265)</i>

Fonte: (CAVALCANTE, 2008, p. 42)

Em linhas gerais, os entendimentos de Brousseau (1997) e Artigue (1990) dialogam no sentido de compreender e utilizar uma noção matemática em certos campos de situações. Em nosso estudo se aproxima da ação de compreender o sinal de igualdade em diferentes contextos. Desta forma, entendendo que não existe uma definição consensual das concepções de alunos acerca de conceitos matemáticos, a utilização do termo concepção, em nossa pesquisa, vai acontecer pautado nos resultados de estudos especificados nesse trabalho, bem como nesse quadro teórico.

2.2 Significado do sinal de igualdade

O símbolo “=”, como qualquer outro símbolo matemático, pode ser entendido como uma representação de um conceito ou de uma idéia matemática (MOLINA, 2006). Os contextos nos quais ele transita são diversos, com destaque para os aritméticos, das operações(ex. $3 + 5 =$) e igualdades aritméticas (ex. $3+5=8$) e os algébricos, das equações(ex. $x + 6 = 4$) e algébrico das funções($y = 2x + 1$). Nesse sentido é possível que os estudantes nem sempre reconheçam estes significados.

2.2.1 Significados do símbolo “=” em igualdades aritméticas

As igualdades que os estudantes comumente encontram nas séries iniciais apresentam a operação do lado esquerdo e o resultado do lado direito, correspondendo em sua maior parte, a igualdade de ação, Molina(2005).

O símbolo “=”, nessas igualdades aritméticas (indica ação), não está necessariamente significando algo a ser realizado, pois já tem uma resposta, ou seja, não é dado um lado e o outro deve ser preenchido, como explica Freudenthal (1983). Segundo o autor “a velha e natural interpretação de $2 + 7 = 9$ é: considerando 2, adicionando 7, o resultado é 9” (p. 301). Contudo, esse autor relata que essa interpretação tem sido rejeitada. Desse modo, $2 + 7$ é visto como um número, e, a expressão total é lida como uma afirmação pronunciando que dois números são iguais, isto é, o número representado por $2 + 7$ é igual ao número representado por 9.

Em outro texto, Freudenthal (1983) indica que “o sinal de igualdade é entendido para significar uma identidade” (p. 465), em termos que os seus lados, esquerdo e direito, correspondem a nomes da mesma coisa. O autor ilustra sua posição demonstrando que os lados, esquerdo e direito do “=” correspondem à mesma coisa tanto em $7 + 5 = 12$ quanto em $12 = 7 + 5$. Isso ainda é válido para $7 + 5 = 5 + 7$ ou também para $12 = 12$.

Na história, desde a década de 1920, o símbolo “=” já era comumente utilizado, também, para representar identidade. Em outras palavras, mesmo existindo um símbolo específico para identidade, no caso, o símbolo “ \equiv ”, observamos que o símbolo “=” também incorporou o significado de identidade.

Numa posição próxima à discutida por Freudenthal (1983), Hafstrom (1961), explica que, em Matemática, o símbolo “=” é utilizado como uma relação do tipo “é” ou “é igual a”, que deve ser claramente entendida. Nesse sentido, no contexto dos números naturais, ele propõe a seguinte definição: Se a e b são símbolos de números naturais, então escrevemos $a = b$ se, e apenas se, a e b são símbolos do mesmo número natural. Se a e b são símbolos de números naturais diferentes, escrevemos um \neq (HAFSTROM, 1961, p. 6)

Enquanto Freudenthal (1983) indicou que o sinal de igualdade significa identidade por causa da ideia de que ambos os lados da igualdade correspondem a mesma coisa, Hafstrom (1961) associou o símbolo “=” às propriedades Reflexiva, Simétrica e Transitiva:

$a = a$ (Propriedade Reflexiva);

$a = b$, então, $b = a$ (Propriedade Simétrica)

$a = b$ e $b = c$, então, $a = c$ (Propriedade Transitiva)

Como consequência dessas três propriedades, Hafstrom (1961) enfatiza que podemos

considerar o “=” como uma relação de equivalência.

Vergnaud (1994), por sua vez, reconhece e distingue as posições de Freudenthal (1983), referente ao sentido do sinal de igualdade como identidade, e de Hafstrom (1961) no sentido do sinal de igualdade como equivalência.

Vergnaud (1994) explica que a relação de igualdade é uma relação simétrica, transitiva e reflexiva e, conseqüentemente, uma relação de equivalência e exemplifica. Na igualdade $3 + 4 = 7$, as propriedades das relações de equivalência são verdadeiras e utilizáveis:

Quadro 04: Relações de Equivalência

3 + 4 = 7		
REFLEXIVA	SIMÉTRICA	TRANSITIVA
3 + 4 = 3 + 4	$3 + 4 = 7$	$3 + 4 = 7$ e $7 = 5 + 2$
7 = 7	$7 = 3 + 4$	$3 + 4 = 5 + 2$

Fonte: Autora

Ao mesmo tempo, dizer que na igualdade $3 + 4 = 7$ trata-se do mesmo número à direita e esquerda do sinal de igualdade, significa que a expressão simbólica $3 + 4$ representa o mesmo número que representa o símbolo 7 (VERGNAUD, 1994). Em outros termos, esclarece ainda esse autor, a igualdade pode ser entendida de duas maneiras: como uma identidade no nível do número representado, e como uma equivalência entre as diferentes representações simbólicas deste número.

Por conseguinte, a relação de igualdade representa, ao mesmo tempo, a identidade única de significado e a equivalência dos diferentes significantes, ou seja, ela pode ser entendida nesses dois níveis (VERGNAUD, 1994).

2.2.2 Significados do símbolo “=” em igualdades algébricas

No contexto das concepções da álgebra Usiskin(1995) utiliza cinco igualdades com os mesmos atributos no sentido de que tratam de um produto de dois números que é igual ao terceiro.

A primeira, Usiskin (1995) denominou de fórmula($A = b.h$), a segunda de equação ($20 = 5x$), a terceira de identidade($\text{sen}x = \text{cos}x \text{ tgn}x$), a quarta de propriedade[$1 = (n \cdot (1 / n))$], e a

última, de função ($y = kx$). Fazendo uso de diferentes representações é possível reconhecer a diferença que existe entre elas, frente a natureza de utilização das letras e do símbolo de “=”.

Godino e Font (2003) seguindo o mesmo ponto de vista, reconhecem que é possível obter diferentes tipos de igualdades e elege no contexto da álgebra três tipos: identidade, equação e fórmula.

O primeiro tipo de igualdade é a *identidade*, que se refere às expressões nas quais aparecem variáveis (letras), e a expressão é verdadeira para qualquer valor assumido pelas variáveis. No segundo tipo, as igualdades são verdadeiras apenas para certos valores das variáveis (letras), que na verdade são entendidas como incógnitas, tal como $a + 3 = 7$, ou $5 + x = 12$, e as expressões são denominadas de *equação*. O terceiro tipo de igualdade é utilizado para expressar uma relação de dependência entre duas ou mais variáveis e de tal modo que a exemplo da igualdade $e = 1/2gt^2$, é denominada de *fórmula*.

No sentido das concepções (GATTEGNO, 1974) e (MOLINA, 2006) apresenta uma distinção sucinta entre as classificações por eles eleitas.

Gattegno (1974) apresenta uma distinção sucinta entre as classificações eleitas:

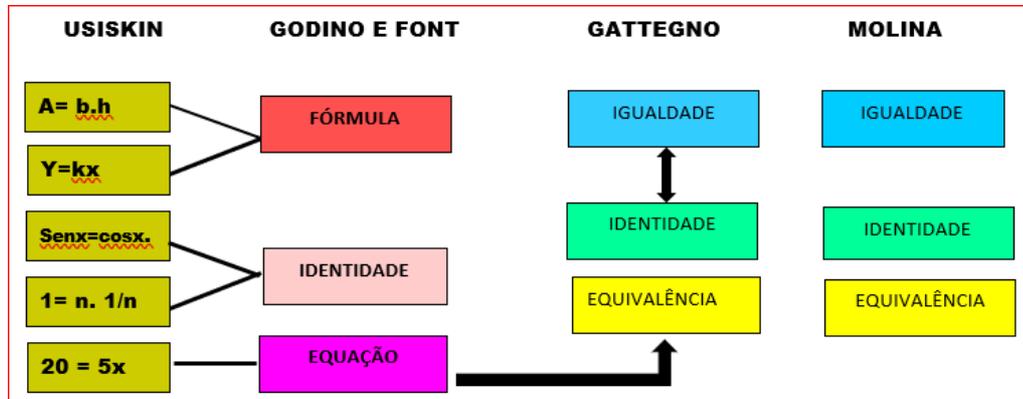
(...) identidade é uma espécie muito restritiva de relação concernente à semelhança real, a igualdade se refere a um atributo que não muda, e a equivalência se refere a uma relação mais ampla onde se aceita que para certos propósitos é possível substituir um item por outro (p. 83).

Molina (2006) faz as seguintes distinções:

- Igualdade ao modo gráfico de relacionar na escritura duas expressões ou representações que referem a um mesmo objeto matemático, escrevendo entre elas um sinal de igual, assim como a relação entre elas. No contexto da aritmética, ditas expressões são cadeias de números ligadas entre si por sinais operacionais.
- Equivalência a toda relação que cumpra as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva. Em particular, a igualdade é uma relação de equivalência. Especialmente destacamos a relação de equivalência definida para as equações, afirmações ou fórmulas, considerando-se equivalentes quando são simultaneamente verdadeiras ou falsas para cada conjunto admissível de valores de certos parâmetros.
- Identidade as expressões aritméticas ou algébricas que contém um sinal de igual e implica em ambos os membros o mesmo objeto, representado do mesmo modo (p. 115).

O figura a seguir, ilumina alguns entendimentos quanto aos tipos de igualdade definidos pelos autores mencionados.

Figura 02: Tipos de igualdade por diferentes autores



Fonte: Autora

Aqui é possível reconhecer que as cinco proposições apresentadas por Usiskin(1995), foram reorganizadas por Godino, que convergiu em apenas três. Assim, a proposição de *Fórmula* passa a expressar a relação de dependência entre duas ou mais variáveis. Na proposição *Identidade* passa a vigorar a expressão denominada de propriedade. Para a proposição *Equação* não houve mudanças.

Quando olhamos para Gattegno(1974) e Molina(2006), reconhecemos similaridades entre as proposições de modo particular na concepção de identidade como noção restrita(do mesmo modo/atributo que não muda) e à equivalência como uma relação mais ampla.

Encontramos também na literatura identidades como tipos específicos de igualdade.

Moreux (1923), definiu equação como um caso particular de identidade. Na expressão $2x + 24 = 78$, o autor classifica essa igualdade de identidade condicional, ou seja, uma identidade na condição de 'x' igual a 27, pois $(2 \times 27) + 24 = 78$. O autor explica que “é esta identidade condicional que se denomina equação” (ibid., p. 9).

Dito desse modo, a identidade condicional estabelece uma condição que deve ser satisfeita por certos valores desconhecidos, representados por constantes desconhecidas ou variáveis. Desse modo, essa condição vai exigir que ambos os membros da igualdade assumam o mesmo valor. No caso de uma igualdade condicional possuir constantes desconhecidas, ela é uma sentença e tais constantes representam valores desconhecidos a determinar, Velázquez(1980) denomina de incógnita. Alguns exemplos: “ $y = 2x$ ”, “ a função $y = x$, e x é uma solução para a equação linear $y'' - 2y' + y = 0$ no intervalo (∞, ∞) ” (ZILL;CULLEN,2001, p.5).

2.2.3 Significados do símbolo “=” nas equações

O conceito de equação é ensinado no sétimo ano do Ensino Fundamental, juntamente com a introdução de letras, para representar valores desconhecidos, e recebendo o nome de incógnitas. Assim o início do estudo das equações marca a transição da Aritmética para a Álgebra. Taylor (1910) partindo da noção de igualdade, caracteriza equação como uma igualdade condicional, isto é, verdadeira para certos valores desconhecidos.

Não existe consenso na literatura quanto ao momento particular da demarcação entre Aritmética e Álgebra, mas podemos argumentar que a literatura apresenta certo consenso em considerar o conceito de equação como um marco importante para apontar uma possível demarcação, uma vez que existe no conceito de equações o aspecto de mudança de significado ou mesmo ruptura do significado operacional do sinal de igualdade, comumente associado ao campo aritmético (KIERAN, 1981; 1992; FUSON, 1992; GODINO e FONT, 2003; WARREN e COOPER, 2005; GODFREY e THOMAS; 2004)

Procurando iluminar o trajeto percorrido pelos entendimentos sobre o significado do sinal de igualdade no contexto das equações, podemos então argumentar que a equivalência assume, então, o principal significado do sinal de igualdade no contexto das equações. Nessa direção, o sinal de igualdade ao invés de apresentar uma característica unidirecional e assimétrica, deve apresentar uma característica bidirecional e simétrica; ao invés de apresentar uma utilização operacional, precisa ser utilizado como uma relação de equivalência . (CARVALHO, 2008).

2.2.4 Significados do símbolo “=” nas funções

O conceito de função, assim como o de equação, é um dos principais na Álgebra Escolar. Frequentemente, ele é introduzido na 9º ano do Ensino Fundamental, e parte do primeiro do Ensino Médio é destinada ao ensino desse conceito.

Freudenthal (1983) reconhece que as funções são definidas em termos de uma *dependência causal entre variáveis*. No que diz respeito à representação da relação entre as variáveis dependente e independente, no conceito de função, Meira (1997.) explica que, formalmente, consideram-se três sistemas simbólicos distintos. O primeiro corresponde a construção de tabelas ; o segundo refere-se aos gráficos da função no plano cartesiano; e o

último, faz referência às equações em duas variáveis, comumente representadas por $y = ax + b$, onde a indica uma constante de proporcionalidade e b uma constante aditiva. Vale destacar que para nosso estudo vamos fazer uso da representação $y = ax + b$.

Ponte (2006), por sua vez, aponta que o símbolo “=” numa função, tal como $y = k.x$, não está indicando algo que seja para resolver ou calcular. Nesse sentido, nosso interesse no momento é discutir o significado do sinal de igualdade no contexto das funções, e, para tal, achamos conveniente observar, de maneira articulada, o uso do símbolo “=” e a ideia de dependência entre variáveis.

As características particulares desta articulação sugerem, então, que o sinal de igualdade seja utilizado como um símbolo que indica uma relação funcional (GODINO e FONT, 2003; MOLINA, 2006) ou uma igualdade funcional (ROJANO, 2002). Nesse sentido, entendemos que o atributo mais adequado do símbolo “=” no contexto das funções é indicar uma relação dinâmica que implica na ideia de dependência causal entre as variáveis dependente e independente.

“quando um professor (de Matemática) se dispõe a realizar uma pesquisa na área de Educação Matemática, talvez seja porque ele vem problematizando sua prática”
Araújo e Borba (2013,p.34)

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

As razões que motivaram este trabalho já foram explicitadas no início desta produção científica, e ancorada nos pressupostos teóricos e na revisão de literatura.

Na condição de estudante da Licenciatura em Matemática, a igualdade me retira da posição de conforto e me impulsiona a fortalecer os entendimentos sobre o significado da “igualdade”. Assim, nessa pesquisa buscamos investigar a concepção de estudantes da Licenciatura em Matemática sobre o significado do sinal de “=” igualdade, entendendo que esses sujeitos serão os condutores do processo ensino aprendizagem no ambiente escolar.

Apresentamos neste capítulo a metodologia adotada e descreveremos o estudo tendo em vista alcançar o objetivo proposto.

Essa pesquisa tem uma abordagem qualitativa para analisar as concepções do símbolo de igualdade com estudantes da licenciatura em matemática, pois segundo Araújo e Borba (2013) nos mostram que as informações obtidas nessa modalidade de pesquisa têm características mais descritivas, contribuindo assim para valorizar os “significados dado às ações”. Bogdan e Biklen reafirmam esse construto apresentando características que vão ao encontro das nossas pretensões enquanto pesquisadores tais como:

[...]na investigação qualitativa a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal (p.47); os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produto (p.49); os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva (p.50).

Além disso a pesquisa também é descritiva, pois segundo Fiorentini e Lorenzato (2009, p.70) trata-se de uma modalidade em que o pesquisador descreve ou caracteriza com detalhes uma situação, um fenômeno ou um problema, utilizando a aplicação de uma sequência de atividades a partir de categorias previamente deliberadas.

Para organização e interpretação desse instrumento de coleta de dados (sequência de atividades), escolhemos a análise de conteúdo que segundo Fiorentini e Lorenzato (2009) é uma abordagem das pesquisas qualitativas. Desse modo a ação investigativa vai exigir do pesquisador descobertas, ou seja, o que se revela por trás das escritas dos sujeitos investigados. Assim, os autores reafirmam esse entendimento afirmando que:

Mesmo organizando, o material poderá continuar bruto, não permitindo extraír tendências claras e resultados mais consistentes e conclusivos. Ou seja, é preciso ainda um estudo minucioso de seu conteúdo, das palavras e frases que o constituem; é preciso procurar o sentido, captar os intensões, contratar, avaliar e descartar o que não é essencial. (Fiorentini e Lorenzato, 2009, p. 138).

3.1 Procedimentos adotados

Para realização da pesquisa, adotamos alguns procedimentos como a escolha do cenário e sujeito da pesquisa, e escolhemos como método de pesquisa a análise do conteúdo. A seguir apresentaremos cada um dos procedimentos adotados.

3.2. Cenário de investigação e os sujeitos da pesquisa

A investigação aconteceu em um dos Campus da Universidade do Estado da Bahia-Uneb, envolvendo estudantes do curso de Licenciatura em Matemática, no turno matutino. O semestre escolhido foi o terceiro semestre, por entender que já cursaram diferentes

componentes do curso. Os licenciandos que cursam o terceiro semestre, além de ter seu ingresso na universidade acontecido em um momento muito peculiar que foi a pandemia provocada pelo (Sars-CoV-2) Covid-19, são estudantes recém saídos de uma modalidade de ensino remoto, portanto, tem potencial também para revelar concepções ainda construídas no Ensino Fundamental, Ensino Médio e às já adquiridas no Ensino Superior, o que torna sujeitos com potencial de contribuição para nossa pesquisa.

3.3 Instrumento de coleta de informação

Durante o processo de revisão de literatura, encontramos no trabalho de Cavalcante (2008) a construção de um material de investigação com potencial para atender o objetivo de nossa pesquisa que é *investigar a concepção de estudantes da licenciatura em Matemática sobre os diferentes significados do sinal de igualdade no contexto aritmético e algébrico*

Sendo assim, optamos por replicar uma parte do questionário investigativo construído pelo referido autor, em sua dissertação de mestrado, sob o título “*Concepções de alunos do 3º ano do Ensino Médio sobre o significado do símbolo “=” em contextos aritméticos e algébricos*”.

Como o tempo/espço e os sujeitos são diferentes, acreditamos que teremos a oportunidade de enriquecer o tema a partir de resultados obtidos nesse novo universo.

3.4 Categorias de análise

Para seleção das categorias, tomamos como base a construção do quadro de Cavalcanti (2008) que ilustra as ideias básicas que foram utilizadas para elaboração dos instrumentos de investigação e a definição das categorias de análise.

As categorias eleitas caminham a utilização do sinal de igualdade nas expressões que representam cada contexto: aritmético e algébrico, assim formalizados. Traremos aqui quatro categorias no entanto, elegemos apenas três, que foram elas: Igualdade relacional, Equivalência em igualdade relacional e Igualdade funcional, para que fossem estas utilizadas em nossas questões no instrumento para a coleta de dados, mesmo tendo ciência de que outras poderiam surgir durante análise.

3.4.1 Primeira Categoria- A concepção do sinal de “=” como igualdade operacional

Nesta concepção, o sinal de igualdade é utilizado como símbolo que indica uma ação a ser realizada ou o local onde se coloca o resultado. Essa utilização é comum no cálculo de operações aritméticas. Por exemplo, na operação aritmética $3 + 4 =$, o sinal de igualdade indica, ao mesmo tempo, que a soma deve ser realizada e o local onde se deve colocar a resposta.

A utilização do “=” em operações aritméticas possui características específicas como ser assimétrica, isto é, “um lado é dado e o outro deve ser preenchido” Freudenthal(1983). Outra característica que reforça este significado reside no fato de ser frequente a utilização do sinal da operação antes do sinal de igualdade(ex: $3 + 4 =$).

3.4.2 Segunda Categoria- A concepção do sinal de “=” como Igualdade Relacional

Nesta concepção o símbolo “=” tem como principal finalidade indicar que tudo o que está de um lado do “=” é igual, idêntico ou equivalente ao que está do outro lado. Diferente da concepção operacional $3 + 4 = 7$, não é assimétrico. Entender esta concepção não é nada muito fácil, já que, a forma com que expressões desse tipo, são explicadas, segue sempre a mesma direção: da esquerda para a direita. Como consequência, os alunos tendem a olhar como uma concepção operacional. É importante o entendimento desta concepção para que na transição do contexto aritmético para o algébrico as novas concepções que irão surgir fiquem claras.

3.4.3 Terceira Categoria–A concepção do sinal de “=” Equivalência em igualdade condicional

Nessa concepção o sinal de igualdade se refere a uma relação de equivalência em uma igualdade condicional, comumente denominada de equação. Uma relação de equivalência apresenta as propriedades simétrica transitiva e reflexiva, e conforme Gattegno (1974), esta relação permite que, para certos propósitos, um item seja substituído por outro.

A compreensão do significado de equivalência é particularmente, nestes termos, imprescindível na resolução das equações, pela razão de que esta relação permite manipular as expressões de um lado e outro do símbolo “=” sem que a igualdade se modifique, pois estas expressões são equivalentes.

A distinção básica que realizamos entre esta concepção e a anterior, é que a concepção equivalência em igualdade condicional corresponde a um caso particular da concepção

igualdade relacional, vinculado especificamente ao conceito de equivalência no contexto algébrico. Para iluminar esse entendimento apresentamos a posição de Freudenthal(1983).

Se o sinal de igualdade em operações como “ $7 + 5 =$ ”, mostra o lugar do resultado, então qual é o sentido do resultado $7 + = 12$? Para o autor, o resultado é 5, ao passo que depois do sinal de igual o resultado é o número 12. Assim, a ideia de que o sinal de igual na concepção operacional, indicar a resposta, é válida apenas em um domínio de situações, nas quais o número desconhecido não está após o sinal de igual.

Observando as expressões abaixo,

$$\text{a) } 3 + 4 = \underline{\quad\quad} \qquad \text{b) } \underline{\quad} + 4 = 7 \qquad \text{c) } 3 + 4 = 2 + \underline{\quad}$$

Podemos inferir que a concepção operacional só atende a expressão (a) uma vez que o lado direito fica a resposta. No entanto, as expressões das letras b) e c) podem ser entendidas como exemplo de igualdades condicionais, uma vez que cada uma depende de um determinado número para ser verdadeira. Desse modo, se substituirmos os espaços vazios (-) por letras, teremos representações algébricas de equações: b) $x + 4 = 7$ e c) $3 + 4 = 2 + x$.

A situação explicitada demonstra que a concepção operacional não funciona adequadamente para o estudo das equações.

3.4.4 Quarta Categoria – A concepção do sinal de “=” como concepção funcional

A quarta categoria é a *concepção funcional* e, por sua vez, faz referência ao significado do sinal de igualdade em expressões que representam o conceito de função. A ideia subjacente é que o significado do símbolo “=”, numa função como $y = 3x + 5$, não é o mesmo que em $3 + 4 = 7$, $x + 5 = 12$, respectivamente, igualdade aritmética e equação. De fato, o principal atributo do sinal de igualdade numa função como $y = 3x + 5$ é indicar uma dependência causal entre uma variável dependente (no caso, y) e uma variável independente (no caso, x), no sentido de que as transformações aplicadas n variável independente provocam mudanças na variável dependente(MEIRA,1997)

Conforme foi explicitado no início deste bloco, optamos por fazer uso do material construído na tese de Cavalcanti (2008), porém do conjunto de categorias exploradas em sua pesquisa, vamos conduzir nossa investigação pautadas apenas nas concepções do sinal de “=” como igualdade relacional, equivalência em igualdade condicional e concepção funcional.

3.5 O Método

Entendendo que pesquisar é uma ação que necessita de uma organização temporal, e considerando que enquanto pesquisadora, eu também estive submetida às restrições derivadas da pandemia, concluímos que o método mais adequado para a coleta de dados seria a análise do conteúdo, pois segundo Fiorentini e Lorenzato ao defender que na organização do material é preciso “ainda um estudo minucioso de seu conteúdo, das palavras e frases que constituem; é preciso procurar o sentido, captar as intensões e descartar o que não é essencial” (FIORENTINI E LORENZATO, 2009, p. 138) .

Sendo assim no questionário para coleta de dados, apresentaremos aos estudantes determinadas expressões associadas aos significados do sinal de “=” , representando dois contextos: aritméticos (igualdades aritméticas), e algébricos (equações, funções). Com base nessa organização, o questionário ficou constituído de dois blocos: Instrumento do tipo I e Instrumento de tipo II.

3.5.1 Instrumento de investigação

A composição dos instrumentos, obedeceu a sistemática construída por Cavalcanti(2008). Eles foram compostos, cada um, por três expressões que representam os três contextos que estamos discutindo ao longo deste trabalho. Para diferenciar os instrumentos, utilizamos como variável a presença de um símbolo de operação antes e depois da igualdade. Em ambos os casos a sequência obedeceria a composição (símbolo operatório + antes(depois) do símbolo de “=”).

Resulta dessa organização, a elaboração de duas questões: 1- Como você explica essa expressão? 2- Qual o significado do símbolo “=” nessa expressão?. Na primeira questão o objetivo é reconhecer o que o símbolo faz na expressão. Para a segunda, o objetivo é revelar um significado, um sentido para esse fazer.

Toda essa construção teve por objetivo mapear as concepções dos estudantes sobre os significados do sinal de igualdade em diferentes contextos e a possibilidade de reconhecer se existe variação quando o sinal da operação antecede ou sucede o sinal de igualdade.

A partir desse detalhamento, vamos apresentar a organização de cada instrumento, bem como as solicitações neles contidas conforme espelho de reprodução.

Figura 03: Instrumento de investigação

Símbolo operatório (operação)- antes/depois) do símbolo de “=”
1) Como você explica essa expressão?
2) Qual o significado do símbolo “=” nessa expressão?

Fonte: (CAVALCANTE, 2008)

3.5.1.1 Instrumento I

Figura 04: Item (a) do Instrumento I

a) $14 + 8 = 22$

1) Como você explica essa expressão? _____

2) Qual o significado do símbolo “=” nessa expressão? _____

Fonte: Cavalcante(2008)

A expressão de igualdade (a), representa uma igualdade aritmética.

O objetivo desse item é identificar as concepções dos estudantes da licenciatura na qual o símbolo “=” representa uma *relação de igualdade* indicando que o que está do lado esquerdo do “=” é igual, ou *equivalente* ao que está representado no lado direito. Pelo fato da operação (14 +8) estar do lado esquerdo do “=” e o resultado (22) no lado direito é possível que os estudantes compreendam o sinal de igualdade como um sinal que mostra a resposta, o resultado.

Para a expressão (b) foi organizada uma expressão representando uma igualdade condicional- uma equação.

Figura 05: Item b do instrumento I

a) $x + 9 = 15$

1) Como você explica essa expressão? _____

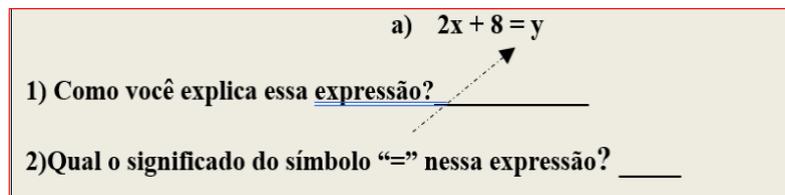
2) Qual o significado do símbolo “=” nessa expressão? _____

Fonte: CAVALCANTE(2008)

O objetivo dessa expressão é identificar as concepções dos estudantes da licenciatura sobre o significado do sinal de igualdade em uma equação na qual o símbolo da operação + encontra-se no lado esquerdo do símbolo de “=”. O principal atributo do sinal de igualdade no contexto da equação é indicar uma relação de equivalência em uma igualdade condicional.

Para a expressão (c) foi organizada uma expressão representando uma concepção funcional.

Figura 06:Item c do instrumento I



a) $2x + 8 = y$

1) Como você explica essa expressão? _____

2) Qual o significado do símbolo “=” nessa expressão? _____

Fonte: Cavalcante(2008)

O sinal de igualdade em uma função, por sua vez, está associado à dependência entre as variáveis dependente e independente. Argumentamos que, enquanto na equação o símbolo “=” é uma relação estática, na função, esta relação é dinâmica e mais complexa. Contudo, é também válida a possibilidade dos alunos perceberem o sinal de igualdade como um sinal que mostra o lugar da resposta.

Para o item (c), conforme figura 07, diz respeito a uma expressão representando o sinal de igualdade em uma função, representando uma relação entre as variáveis (dependente e independente). O objetivo deste item é identificar as concepções dos alunos sobre o significado do sinal de igualdade numa função na qual o símbolo de operação + encontra-se do lado esquerdo do símbolo de “=”. Contudo, é também válida a possibilidade dos alunos perceberem o sinal de igualdade como um sinal que mostra o lugar da resposta.

3.5.1.2 Caracterização do instrumento II

Para caracterizar o instrumento II vamos utilizar as mesmas considerações apresentadas no instrumento I, com exceção na ordem na sequência de apresentação, ou seja, símbolo de operação + sucede o símbolo “=”. Desse modo, serão mantidos os contextos modificando apenas a ordem $c=a+b$, com o símbolo operatório + fica depois do sinal de igualdade. Portanto, apresentaremos apenas as expressões que vão compor esse instrumento.

Figura 07: itens a, b e c do instrumento 02

Composição do Instrumento II	
1) Como você explica essa expressão?	a) $15 = 10 + 5$
2) Qual o significado do símbolo “=” nessa expressão?	b) $15 = x + 9$
1) Como você explica essa expressão?	a) $y = 2x + 8$
2) Qual o significado do símbolo “=” nessa expressão?	

Fonte: (CAVALCANTE, 2008)

3.6 Aplicação do questionário

Seguindo o protocolo de aplicação, a proposta foi apresentada a turma, porém a aceitação não aconteceu em sua totalidade, ou seja, apenas, seis dos 20 alunos presentes, aceitaram participar da pesquisa. Assim, distribuímos os instrumentos entre os estudantes do 3º semestre do curso de Licenciatura em Matemática. Após um período de aproximadamente uma hora, obtivemos um montante de 36 protocolos para serem submetidos a análise.

Durante o período em que os estudantes estiveram de posse do material de pesquisa, observamos algumas reações que merecem ser registradas para eventual utilização no processo de análise.

Considerando que o instrumento estava sendo respondido de forma individual, quando receberam, alguns estudantes falavam “ser fácil responder a expressão” se referindo ao cálculo. No entanto, “falar sobre” ou “sobre o símbolo, era mais complicado”. Diziam que “faltavam as palavras”. Era interessante vê-los respondendo pois ficavam comentando sobre já ter visto ou escutado algo relacionado em algumas aulas de um componente curricular na universidade.

Foi possível reconhecer uma certa preocupação dos estudantes com a resposta correta, pois a todo momento surgiam comentários como: “eu vou responder o que eu sei” (aqui soava como uma justificativa para a insegurança diante da resposta não entendida), outros diziam “vou responder do meu jeito”. Outros completavam “não queria deixar só isso, mas é o que sei

e entendi” ou “não sabia o que responder”. De fato, o contato com o instrumento gerou nestes, uma grande inquietação.

No campo de minhas percepções, é preciso registrar que apesar das inquietações reveladas nas falas anteriores, houve um compromisso em tentar responder da melhor maneira possível. Houve uma valorização na participação da pesquisa.

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo serão apresentados os dados coletados por meio da pesquisa, para investigar as concepções de estudantes da Licenciatura em Matemática sobre os diferentes significados do sinal de igual. Os instrumentos foram construídos nos campos aritmético e algébrico. Logo, as investigações nesses contextos são cruciais para o entendimento dos variados significados do símbolo “=”.

O pensamento a priori é de que as concepções dos alunos dependem dos contextos em que o símbolo “=” se encontram. Portanto, a construção das questões estão envolvidas em três concepções: igualdade relacional, equivalência em igualdade condicional, e a funcional.

Para que a leitura seja clara, vamos começar a descrever um pouco sobre cada uma das categorias de análises eleita para esse trabalho. Desse modo, pensando no que CAVALCANTE (2008) a utilização do sinal de igual nas expressões que representam cada contexto é caracterizada, por sua vez, por diferentes atributos. E é nesse sentido que vamos tentar entender os atributos dos contextos escolhidos.

A nossa primeira categoria se encontra no contexto aritmético, que é a concepção igualdade relacional presente nas igualdades aritméticas, onde a principal finalidade do símbolo “=” é sinalizar, ou melhor dizendo indicar que tudo que se encontra do lado direito do “=” é igual ao que está do lado esquerdo, resumindo o que está de um lado é idêntico ou equivalente ao que está do outro lado, como por exemplo $3+5=8$.

Nossa segunda categoria se encontra no contexto algébrico, com a concepção de equivalência em igualdade condicional onde sua finalidade é indicar que a expressão ou o número que está do lado direito do “=” é equivalente a expressão ou número do lado esquerdo, sendo esta a categoria das equações.

E a terceira categoria também se encontra no contexto algébrico no entanto se trata das funções onde tem a concepção funcional, na qual indica basicamente uma relação de dependência entre a variável dependente e a independente.

Mesmo elegendo três concepções para serem analisadas, já sabíamos que outras poderiam aparecer no decorrer da análise, já que a Matemática nos permite olhares e concepções diferentes acerca de um mesmo objeto matemático. Por isso, foi possível observar dois tipos de

concepções diferentes que apareceram durante a análise: operacional e relacional nome-símbolo.

A concepção operacional foi identificada nas respostas dos alunos onde eles caracterizavam o símbolo “=” como símbolo para mostrar a respostas, o resultado, para dar o valor de uma incógnita, ou apenas para resolver um cálculo. O que é pertinente já que a principal finalidade do símbolo “=”, no contexto das operações aritméticas, é indicar um cálculo a ser realizado, ou, o local do resultado.

Já a concepção relacional nome-símbolo foi identificada pelo fato dos alunos não conseguirem caracterizar, não dando ao símbolo características específicas o que mostra que o alunos visualizam e o compreendem apenas pelo nome atribuído ao símbolo.

Desta forma, ampliamos o universo de modo que as respostas dos alunos serão categorizadas em seis categorias de concepções onde temos três definidas a priori e três a posteriori de modo como relatamos acima. Vale ressaltar que as respostas que não forem identificadas e nem encaixadas em nenhuma das categorias acima serão assim, classificadas como inconclusivas.

Reafirmamos que os Instrumentos 01 e 02, tem como finalidade, recolher os dados sobre as concepções dos alunos frente o sinal de igualdade em diferentes contextos. Iremos analisar os itens de ambos os instrumentos, para que possamos verificar se há diferenças na visão e concepções dos alunos mediante suas respostas, sobre o símbolo “=” quando é feita a inversão na estrutura de cada expressão.

Igualdades aritméticas

O símbolo “=” numa igualdade aritmética mediante toda discussão teórica feita até aqui, tem por características indicar que o que está de um lado é igual, idêntico ou equivalente ao que está do outro lado, como afirma Cavalcante (2008), na igualdade aritmética $14 + 8 = 12$, o símbolo “=” representa uma relação de igualdade indicando que o que está no lado direito do “=” é igual, idêntico ou equivalente ao que está no lado esquerdo. Desse modo, entende-se que o significado do símbolo nesta categoria pode ser compreendido como, o que está do lado direito do “=” é igual, ao que está no lado esquerdo e vice-versa.

O processo de análise está organizado em dois momentos. No primeiro momento da análise, faremos uma discussão dos itens em pares, correspondentes a cada contexto, tanto no Instrumento 1 como no Instrumento 2. Para o segundo momento, discutiremos os resultados extraídos em cada Instrumento separadamente e concluiremos com as discussões dos dados

gerais. Vale ressaltar que para ilustrar as concepções dos alunos, apresentaremos figuras com recortes dos protocolos da pesquisa empírica.

4.1. Segunda categoria: A concepção do sinal de “=” como igualdade relacional

Item (a) do Instrumento 01: Expressão “ $14 + 8 = 22$ ”

A tabela abaixo mostra os resultados obtidos com a análise das respostas produzidas nesse instrumento.

Quadro 05- Resposta do Instrumento 1- item a

Concepções	Igualdade aritmética $14 + 8 = 22$
Operacional	03
Relacional nome- símbolo	02
Igualdade relacional	01
Não respondeu	00
Total	06

Fonte: dados da pesquisa

A eleição das categorias foi orientada pelas respostas produzidas pelos sujeitos investigados conforme tabela a seguir:

Quadro 06 – Resposta do Instrumento 1- item (a) por Categorias

Categorias de análise			
Categoria	Estudante	Como você explica essa expressão ?	Qual o significado do símbolo “=” nessa expressão?
Operacional	U2	<i>“Quatorze unidades somadas a oito unidades é igual a vinte e duas unidades”</i>	<i>“Igualdade, a soma de dois termos, nesse caso, corresponde ao do outro lado da igualdade”</i>
	U3	<i>Uma equação válida, pois ao somarmos os termos teremos uma igualdade.</i>	<i>De que os termos de ambos os lados são iguais.</i>
	U5	<i>Eu possuo quatorze unidades e somo mais oito unidades e obtenho vinte e duas.</i>	<i>É o resultado da soma</i>
Relacional nome-símbolo	U1	<i>Podemos ver que a expressão acima é uma soma de dois termos 14 e 8 a soma de ambas é 22 então $14+8=22$</i>	<i>De igualdade</i>
	U6	<i>Igualdade temos que $14 + 8 = 22$? uma soma de $14 + 8$.</i>	<i>Igualdade.</i>
Igualdade relacional	U4	<i>Que podemos reconfigurar um número que o seu valor somado será o mesmo</i>	<i>Que tudo que está a esquerda equivale com tudo que está a direita.</i>

Fonte: Dados da pesquisa

Com base nas respostas dadas pelos estudantes, nos saberes revelados na revisão de literatura e o referencial teórico, identificamos que algumas das respostas se encaixam na concepção igualdade operacional. Mesmo diante à ausência de indicadores como “resultado de”, “mostrar que”, a forma de se expressar se aproxima da finalidade desta categoria.

No entanto podemos destacar que a resposta dada pelo estudante U2 também se encaixa na concepção operacional, pois quando ele usa a palavra “*corresponde*”, não se refere a correspondência de uma concepção funcional, mas sim a correspondência de ter um resultado depois da igualdade, fazendo assim referência a igualdade no sentido de “a soma de dois termos”, implicando que depois do símbolo “=” haverá uma resposta.

Para U3, neste caso o que me leva a constatar é possível reconhecer que este estudante compreende a expressão como igualdade operacional, pelo fato de reconhecer a expressão como uma operação a ser realizada. Nesse caso, será a soma onde terá um resultado, portanto quando eles dizem que o significado do símbolo *é que os termos de ambos os lados são iguais*, ele não está falando de uma identidade ou equivalência mas sim de que um lado será igual ao outro após o cálculo realizado. Já o estudante U5, mostra em sua resposta a concepção operacional claramente, quando ele diz “é o resultado da soma” ou seja dando a entender que haverá um espaço para o resultado após o símbolo.

Seguindo as categorias do nosso quadro vemos a concepção Relacional nome- símbolo quando ambos os estudantes U1 e U6, tem visões parecidas em suas respostas, quando reconhecem a expressão apenas voltando os olhares para o símbolo operatório, que neste caso é a soma, não olhando a expressão como um todo.

Já, com relação ao símbolo “=” respondem apenas que seu significado é “*igualdade*”, logo podemos concluir que para o aluno a expressão está em razão da soma (+) e não do símbolo de igualdade. Então o símbolo “=” para os estudantes neste caso, não tem nem uma característica a não ser a do nome que ele recebe, “símbolo de igual” ou “símbolo de igualdade”.

Por fim, a última categoria que aparece é a Igualdade Relacional. Nela o aluno tem uma concepção coerente sobre o símbolo na expressão dada, já que para ele o que está de um lado “*equivale*” ao que está do outro. E esta percepção de equivalência está correta, pois ele não enxerga a soma dada como uma operação, mas como um número reescrito de outra forma. Quando ele diz sobre “*reconfigurar*” um número somando, significa que ele pode reescrever um número usando uma operação, e mesmo assim, continuará o mesmo, justificada pela afirmação de que seu valor será imutável.

Item (a) do Instrumento 02: Expressão “ $22 = 14 + 8$ ”

A expressão que representa o instrumento 2 no item “a” faz referência à segunda categoria, ou seja, concepção de igualdade relacional. A tabela abaixo mostra os resultados obtidos com a análise das respostas produzidas nesse instrumento.

Quadro 7- Resposta do Instrumento 2- item a

Concepções	Igualdade aritmética $22 = 14 + 8$
Operacional	02
Relacional nome- símbolo	02
Igualdade relacional	02
Não respondeu	00
Total	06

Fonte: dados da pesquisa

Neste instrumento, 02 estudantes revelam em sua resposta uma concepção operacional, 02 estudantes a concepção relacional nome-símbolo e agora 02 a concepção de igualdade relacional. Portanto, continuam identificadas três concepções acerca do sinal de igualdade no contexto das Igualdades Aritméticas, mesmo com a mudança de instrumento.

A eleição das categorias neste instrumento foi orientada da mesma maneira que no instrumento anterior:

Quadro 8 – Resposta do Instrumento 2- item (a) por Categorias

Categorias de análise			
Categoria	Estudante	Como você explica essa expressão?	Qual o significado do símbolo “=” nessa expressão?
Operacional	U2	<i>“Vinte e dois é igual a soma de quatorze e oito”</i>	<i>“Igualdade, outra forma de escrita dos algarismos vinte e dois.”</i>
	U3	<i>“Explicaria como a questão 01. A diferença é que os termos da igualdade mudaram de lado”</i>	<i>Que um termo é igual ao outro.</i>
Relacional nome-símbolo	U1	<i>“A expressão acima é uma soma de dos termos, $14 + 8$ que vai dar 22”</i>	<i>Igualdade</i>
	U6	<i>“$22 = 14 + 8$, $14 + 8 = 22$. Portanto $22 = 14 + 8$ a soma de $14 + 8 = 22$”</i>	<i>Igualdade.</i>
Igualdade relacional	U4	<i>“Que o número 22 é igual a reconfiguração desse número em 14 e 8 ou de outras formas”.</i>	<i>Que um número é igual a esse número reconfigurado.</i>
	U5	<i>“Eu tenho vinte e dois e posso reescrevê-lo dizendo que a soma de quatorze mais oito”.</i>	<i>A forma variada de reescrever o número vinte e dois.</i>

Fonte: dados da pesquisa

Na tabela do instrumento 2, podemos notar algumas mudanças no que diz respeito a quantidade por categoria e na mudança das respostas de alguns estudantes que veremos a seguir.

Seguindo a mesma ordem, começaremos analisando a concepção operacional. A resposta do estudante U2 se aproxima da concepção de Igualdade relacional no momento que faz referência a equivalência quando escreve “*outra forma de escrita do algarismo*”, como se ele entendesse que o 22 pode ser escrito de outra forma. No entanto, analisando o contexto da expressão, na resposta dada fica claro que a “*forma de escrita*” diz respeito a mudança de lado dos termos e não em relação a reescrever o número como uma operação.

O estudante U3 mantém a sua postura quanto a sua resposta, mesmo mudando o instrumento ele continua na mesma concepção operacional. Para a concepção Relacional nome-símbolo, também não houve mudança.

Para a concepção de igualdade relacional, o aluno U4 permanece com o mesmo entendimento só que deixando ainda mais clara a sua compreensão quando ele diz “*ou de outras formas*”, fazendo menção a que o número 22 pode ser reescrito não só pela soma mas também por outras operações, logo este aluno não tem uma visão condicionada ele consegue perceber a pluralidade em que o símbolo “=” neste contexto, atribui aos elementos que o acompanham.

O estudante U5 chama atenção por tamanha mudança em sua concepção do Instrumento 1 para o Instrumento 2, ou seja, ele sai da concepção operacional e passa para Igualdade Relacional, quando se refere a igualdade como uma forma de “*reescrever*”, ou seja, ele consegue ver que o número é igual ao outro só que está escrito em forma de soma.

4.1.1. Síntese dos resultados: igualdades aritméticas

O que vamos apresentar nesse tópico é uma síntese dos dados obtidos nos instrumentos 1 e 2, em relação ao contexto das igualdades aritméticas. Nossa questão aqui é analisar os resultados no que diz respeito ao contexto das igualdades aritméticas.

Concepções	%
Operacional	41,6%
Relacional nome-símbolo	33,6%
Igualdade relacional	25%
Não respondeu	0
Total	100%

Tabela 01 - concepções no contexto das igualdades aritméticas

No contexto das igualdades aritméticas foram identificadas três concepções: a operacional, a relacional nome-símbolo, a igualdade relacional e a símbolo separador. Os maiores percentuais, corresponderam às concepções operacional e relacional nome-símbolo, muito embora a diferença não representou um distanciamento expressivo.

De acordo com a discussão levantadas em nosso quadro teórico, o significado do símbolo “=” em uma igualdade aritmética corresponde a uma relação de igualdade, sugerindo uma comparação entre os dois membros de uma igualdade, de maneira que o que está no lado direito do “=” é igual, idêntico ou equivalente ao que está no lado esquerdo. Nesse sentido, uma concepção adequada em relação ao significado do símbolo “=” nas igualdades aritméticas, seria a concepção que denominamos de igualdade relacional. No entanto, apenas um quarto dos alunos interpretou este significado do símbolo “=”, demonstrando assim, a concepção igualdade relacional.

Considerando que a concepção operacional é baseada, principalmente, em aspectos referentes à utilização assimétrica do símbolo “=” no contexto das operações aritméticas, esta concepção não seria adequada no contexto das igualdades aritméticas, por que não falta nenhum lado para ser encontrado.

4.2. Terceira categoria: A concepção do sinal de “=” como equivalência em igualdade condicional

Item (b) do Instrumento 01: Expressão “ $15+9=x$ ”

A tabela abaixo mostra os resultados obtidos com a análise das respostas produzidas nesse instrumento.

Quadro 9- Resposta do Instrumento 1- item b

Concepções	Equação $15 + 9 = x$
Operacional	03
Relacional nome- símbolo	01
Equivalência em Igualdade condicional	02
Não respondeu	00
Total	06

Fonte: dados da pesquisa

A eleição das categorias foi orientada pelas respostas produzidas pelos sujeitos investigados conforme tabela a seguir:

Quadro 10– Resposta do Instrumento 1- item (b) por Categorias

Categorias de análise			
Categoria	Estudante	Como você explica essa expressão?	Qual o significado do símbolo “=” nessa expressão?
Operacional	U2	“X é igual a 15 mais nove”	“Igualdade, correspondência.”
	U5	“X é igual a 15 + 9 -> quinze mais nove”	“O valor de x na igualdade”.
	U6	“Temos que, o x é um valor a ser encontrado. Poderia ser? 15+9=? => 15+9= 24, logo?= 24 ?=x x=24. Portanto 15 +9= 24”.	“Igualdade”
Relacional nome-símbolo	U1	“A expressão acima é a soma de dois termos 15 e 9, a a, letra x vai ser o resultado dessa expressão logo x= 24”.	“De igualdade”
Equivalência em Igualdade condicional	U3	“Também uma equação, onde a incógnita x vai admitir um valor”.	“Que x será igual ao valor da soma do termo antes da igualdade”
	U4	“Que a soma de dois números equivale a uma letra que simboliza a incógnita”.	“Que x equivale a soma de 15+9 nessa questão”.

Fonte: dados da pesquisa

No contexto das equações podemos observar que a concepção de Igualdade relacional ela desaparece nesse momento e surge a concepção de Equivalência em Igualdade Condicional.

Vejamos, a nossa primeira categoria na tabela acima é a operacional, mesmo estando agora em um contexto algébrico o estudante U2 por exemplo, não consegue se desprender dessa concepção, ele até reescreve de uma forma bem interessante, dando o significado ao símbolo “=” como “*igualdade, correspondência*”, no entanto essa correspondência se refere ao resultado. Do mesmo modo, os estudantes U5 e U6 usam os termos para responder como, “*valor de x*” e “*valor a ser encontrado*”.

O estudante U1 ele não muda sua concepção mesmo não estando mais no mesmo contexto. Já os estudantes U3 e U4 destacam-se pelo fato de que ambos mudam de contexto e as suas também concepções mudam coerentemente. O estudante U3 por exemplo em suas respostas deixa a entender, para que a equação seja resolvida corretamente, o “x” tem que admitir um valor específico se encaixando corretamente no que tange a ideia de uma igualdade condicional. Já o U4 ele usa bem as palavras quando se refere que um lado equivale ao outro lado.

Item (b) do Instrumento 02: Expressão “ $15 = x + 9$ ”

A tabela abaixo mostra os resultados obtidos com a análise das respostas produzidas nesse instrumento.

Quadro 11- Resposta do Instrumento 2- item **b**

Concepções	Equação
	$15 + 9 = x$
Operacional	01
Relacional nome- símbolo	01
Equivalência em Igualdade condicional	03
Inconclusivo	01
Não respondeu	00
Total	06

Fonte: dados da pesquisa

No item **b** do instrumento 2, aconteceu algo que até o momento no três itens analisados acima não havíamos encontrado, a resposta de um estudante que não foi possível estabelecer uma categoria, por isso denominamos essa resposta de inconclusiva. Nas demais respostas categorizamos : 01 operacional, 01 relacional nome – símbolo e 03 equivalência em igualdade condicional.

Vejamos o quadro de respostas e a eleição das categorias:

Quadro 12 – Resposta do Instrumento 2- item (b) por Categorias

Categorias de análise			
Categoria	Estudante	Como você explica essa expressão?	Qual o significado do símbolo “=” nessa expressão?
Inconclusiva	U6	<i>“15 = x + 9”, por ser uma igualdade temos que 15 - 9 = x + 9 - 9, 6 = x + 0, x = 6 se a = b e b = a.</i>	<i>“Igualdade ou seja, existe uma relação de igualdade”</i>
Relacional nome-símbolo	U1	<i>“A expressão acima podemos ver que é a soma de dois termos x e 9, e essa soma da 15, então x terá que ser um número somado com 9, para dar 15”.</i>	<i>“De igualdade”</i>
Equivalência em Igualdade condicional	U3	<i>“Justificaria como na questão 3. onde x vai admitir um valor de acordo com a relação dos termos”.</i>	<i>“De igualdade. Onde x tem que ser igual a 15-9”.</i>
	U4	<i>“Que podemos subtrair um número nos dois lados para sobrar apenas a incógnita a direita”.</i>	<i>“Que os dois possuem o mesmo valor”.</i>
	U5	<i>“Eu tenho quinze e quero saber qual número representado por x e soma com nove é igual a quinze”.</i>	<i>“Igualdade ou seja, existe uma relação de igualdade”.</i>

Fonte: dados da pesquisa

Neste quadro categorizamos por inconclusivo a resposta que não se encaixa em

nenhuma das concepções estudadas e selecionadas para a pesquisa. Nota-se que o aluno U1 permanece em todos os itens com a mesma concepção, mesmo mudando de contexto. Já na equivalência em igualdade condicional a única diferença é o estudante U5 que sai de operacional, ao mudar o instrumento.

4.2.1. Síntese dos resultados: Equivalência em igualdade condicional

Apresentaremos nesse momento, uma síntese correspondente aos resultados gerais obtidos referentes ao contexto da equivalência em igualdade condicional tanto no instrumento 1 quanto no instrumento 2. Os dados categorizados na tabela abaixo demonstram que foram identificadas, no contexto das equações, seis concepções sobre o significado do sinal de igualdade.

Concepções	%
Operacional	33,3
Relacional nome-símbolo	16,7
Equivalência em igualdade condicional	41,7
Inconclusivo	8,3
Não respondeu	00
Total	100%

Tabela 02- concepções no contexto das equações

É possível observar que houve uma mudança nas concepções reveladas na categoria anterior. No contexto algébrico das equações, percebemos que surgiram outras concepções, que não haviam sido identificadas nos contextos aritméticos das igualdades. Estamos falando da concepção equivalência em igualdade condicional e a inconclusiva.

Além disso, também verificamos que a concepção que obteve maior percentual não foi a operacional, tal como havia acontecido no contexto aritméticos. O maior percentual foi o da concepção equivalência em igualdade condicional, com 41,7%, conforme esperado na análise a priori, seguido do percentual de 33,3%, respectivo à concepção operacional.

4.3. Quarta categoria: A concepção do sinal de “=” como funcional

Item (a) do Instrumento 01: Expressão “ $2x+8 = y$ ”

A tabela abaixo mostra os resultados obtidos com a análise das respostas produzidas nesse instrumento.

Quadro 13- Resposta do Instrumento 1- item c

Concepções	Função $2x + 8 = y$
Operacional	02
Relacional nome- símbolo	01
Funcional	02
Inconclusivo	01
Não respondeu	00
Total	06

Fonte: dados da pesquisa

Neste contexto das funções houve uma resposta que se encaixa como inconclusiva as demais se caracterizam como: 02 operacional, 01 relacional nome- símbolo, 02 funcional.

Vejamos o quadro de respostas e a eleição das categorias:

Quadro 14 – Resposta do Instrumento 1- item (c) por Categorias

Categorias de análise			
Categoria	Estudante	Como você explica essa expressão?	Qual o significado do símbolo “=” nessa expressão?
Operacional	U4	“Que duas vezes o x mais oito equivale a y ou y equivale a duas vezes mais oito”	“Que a soma $2x + 8 = y$ ”
	U5	“Duas vezes x mais oito é igual a y”	“A soma de dois x mais 8 é igual a y”
Relacional nome-símbolo	U1	“Que $2x + 8 = y$ na expressão é uma soma de dois termos que vai dar um valor”	“De igualdade”
Funcional	U2	“Y é igual a dois x mais 8. 2x é igual a y menos 8.”	“Igualdade, correspondência”
	U6	“Temos que $2x + 8 = y$, temos que $y = 2x + 8$ logo, para cada valor x substituindo terá um valor para y”	“Igualdade”
Inconclusivo	U3	“Uma equação com duas incógnitas, onde uma delas está em função da outra. Também pode ser considerada função do 1º grau”.	“Que os termos são iguais”

Fonte: dados da pesquisa

Observando as respostas dadas pelos estudantes, U4 e U5 visam a concepção operacional mesmo em um contexto de funções e podemos afirmar isso pelo fato de que eles voltam-se apenas para o resultado da soma e quanto a expressão apenas reescreve por extenso, logo o que ambos passam para nós, é que o resultado da soma tem papel principal motivo para o símbolo “=” igualdade na expressão.

Quanto ao estudante U1, este permanece submerso na concepção da igualdade relacional nome- símbolo . Já os estudantes U2 e U6 revelam em suas respostas a concepção funcional sendo coerente com o contexto que a expressão se encontra. Esta afirmação se apresenta por meio das respostas como “*correspondência*” e “*para cada valor de x substituído terá um valor para y*”, ambos se referem a relação causal entre x e y, declaram por meio de suas respostas a concepção funcional.

Por fim temos o aluno U3, no qual caracterizamos como inconclusivo, este deixa claro por meio da sua fala que não há concepções formalizadas em relação ao símbolo “=” na sua mente, e também podemos ver que ele ainda não tem conceitos básicos como diferenciar uma equação de uma função.

Item (c) do Instrumento 02: Expressão “ $y = 2x + 8$ ”

A tabela abaixo mostra os resultados obtidos com a análise das respostas produzidas nesse instrumento.

Quadro 15- Resposta do Instrumento 2- item c

Concepções	Função $Y = 2x + 8$
Operacional	02
Funcional	02
Inconclusivo	02
Não respondeu	00
Total	06

Fonte –dados da pesquisa

Neste instrumento temos duas resposta que se caracterizam como inconclusiva e as demais como : 02 operacional e 02 Funcional. Vejamos o quadro de respostas e a eleição das categorias:

Quadro 16 – Resposta do Instrumento 2- item (c) por Categorias

Categorias de análise			
Categoria	Estudante	Como você explica essa expressão?	Qual significado do símbolo “=” nessa expressão?
Operacional	U1	<i>“A expressão acima é a soma de dois termos tal que dará um resultado”.</i>	<i>“Igualdade”</i>
	U4	<i>“Que y vai possuir o valor que será igual a $2x + 8$”.</i>	<i>“Que y possui o seu valor igual a $2x + 8$”.</i>
Funcional	U2	<i>“Y é igual a $2x$ mais oito. $2x$ mais oito é igual a y”.</i>	<i>“Correspondência”</i>
	U6	<i>“Temos que $y = 2x + 8$, logo para cada valor de x que substituído na função”.</i>	<i>“Igualdade”</i>
Inconclusivo	U3	<i>“Mesma explicação da questão 05”.</i>	<i>“Igualdade de termos”</i>
	U5	<i>“Essa expressão confunde o aluno porque pode pensar que isso seja uma relação de função por substituir o $F(x)$ por y, y é igual a duas vezes x mais 8”.</i>	<i>“Y equivale a duas vezes x mais oito”</i>

Fonte: dados da pesquisa

Nos itens analisados foram categorizados em três concepções, onde os estudantes U1 e U4 revelam a concepção operacional pois ambos se referem ao “resultado”, e “valor que será”, sendo estes pensamentos referentes a uma ação para encontrar um resultado.

Para a concepção funcional não há muita diferença pois são os mesmos alunos U2 e U6 do instrumento 1, que responderam no instrumento 2.

Para fecharmos esse item temos os alunos U3 e U5 que com suas respostas chegamos a conclusão de que não há concepções que se encaixem em seus pensamentos pois ambos não compreendem que a expressão dada se trata de uma função, e confundem função de equação sendo estes conhecimentos adquiridos durante a Educação Básica. Portanto também não conseguem caracterizar ou melhor dar significado ao símbolo “=”.

4.3.1 Síntese dos resultados: Funcional

Apresentaremos nesse momento, uma síntese correspondente aos resultados gerais

obtidos referentes ao contexto da concepção funcional tanto no instrumento 1 quanto no instrumento 2. Os dados categorizados na tabela abaixo demonstram que foram identificadas, no contexto das funções, seis concepções sobre o significado do sinal de igualdade.

Concepções	%
Operacional	33,3%
Relacional nome-símbolo	8,3%
Funcional	33,3%
Inconclusivo	25%
Não respondeu	00
Total	100%

Tabela 03- concepções no contexto das funções

CAPÍTULO V

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabemos que a Aritmética e a Álgebra são contextos da Matemática bastante plurais, onde a natureza de elementos que os acompanham podem trazer significados variados para um mesmo objeto matemático. A passagem da Aritmética para Álgebra é tão importante quanto a aprendizagem no início da escolaridade, pois é nessa transição que pode nascer os obstáculos na compreensão de conteúdos. Pensando nisso é que foi escolhido o símbolo de igualdade “=”, trabalhado em ambos os contextos para nossa pesquisa pelos motivos mais detalhados já descritos no decorrer da escrita.

Sabendo que o objetivo da pesquisa é investigar as concepções de estudantes da Licenciatura em Matemática sobre o significado do símbolo “=” em contextos aritméticos e algébricos. Para, Artigue (1990) , colocar em evidência a pluralidade dos pontos de vista possíveis acerca de um mesmo objeto matemático, diferenciar as representações e modos de tratamento que lhe são associados ou destacar a sua adaptação mais ou menos adequada à resolução de classe de problemas; (p.265), foi justamente o que fizemos em todo processo de análise tomando como base as respostas dadas no questionário.

Além disso, fizemos uma análise cuidadosa e sustentada pelo aporte teórico utilizado nesse trabalho. Para tanto, foram selecionadas seis questões, entregues a seis estudantes as quais, estavam baseadas apenas em três concepções escolhidas por nós, que foram: Igualdade Relacional, Equivalência em Igualdade condicional e Funcional.

No entanto, durante a análise feita surgem novas categorias, que foram assumidas com a justificativa de serem resultados de ideias que não foram entendidas durante a vida escolar , dúvidas que não foram sanadas que se tornam verdades para si, e são assim reproduzidas. Desse modo nos aproximamos do entendimento de Ponte ao esclarecer que as concepções são

formadas em um processo individual, como resultado da elaboração sobre experiências pessoais. As novas categorias ficaram assim definidas: Operacional, Relacional nome- símbolo e Inconclusivo.

Considerando o contexto geral, as concepções ficaram assim identificadas tendo como base a frequência com que foram reveladas: Conceção operacional(13/36), Relacional nome símbolo 7/36), Equivalência em igualdade condicional(5/36), Funcional e inconclusivo(4/36), Igualdade relacional(3/36).

Em síntese podemos inferir que:

1. O processo de análise revela um desencontro entre as concepções dos alunos e o significado do símbolo “=”. (Cavalcante(2008),

2- As concepções dos estudantes da Licenciatura em Matemática está diretamente relacionada com seu entendimento sobre a igualdade, aqui revelado como concepção operacional. Nele o estudante realiza uma leitura unidirecional, ou seja, depois da igualdade haverá apenas um resultado (BOOTH (1995), SCARLASSARI (2007)

3- Os entendimentos revelados pelos estudantes para a concepção funcional não corresponde a uma relação dinâmica que implica na ideia de dependência causal entre as variáveis dependente e independente(MOLINA, 2006)

4- Considerando a diversidade de concepções, no entanto, poucas coerentes com o contexto atribuído, concluímos que para a maioria dos estudantes, além de não ter muito domínio sobre os significados do símbolo “=”, quando é feita transição do aritmético para o algébrico o entendimento continua aritmético o que pode ser este um dos motivos das dificuldades em resolução de questões de álgebra na educação básica. Logo a forma com que o símbolo é tratado influencia na forma com que ele é compreendido.

Saliento o quanto este trabalho foi de suma importância para minha vida já que antes de começar as pesquisas, de fato, não tinha conhecimento da importância do símbolo “=” e de sua pluralidade. Nesse contexto acrescento o quanto estou encantada por este tema pois não foi somente a construção de um trabalho, mas sim a desconstrução de um pensamento sobre algo que me acompanha desde a Educação Básica e me acompanhará quando falar em Matemática.

Espero assim, que este trabalho tenha uma contribuição significativa, para todos aqueles que tenham o contato com ele, dentro e fora da comunidade acadêmica e que assim como eu, possa despertar o interesse por novas investigações.

Para tanto, aponto algumas propostas reveladas nos estudos produzidos nesta pesquisa e que podem produzir novos trabalhos:

✓ “É preciso que seja trabalhado no aluno atividades que acentue o valor bidirecional da igualdade, uma vez que na álgebra o sinal de igual indica realização de uma transformação conceitual, portanto é bidimensional” (BOOTH, 1995)

✓ “ o sinal de igualdade deve apresentar uma característica bidirecional e simétrica; ao invés de apresentar uma utilização operacional, precisa ser utilizado como uma relação de equivalência”(CARVALHO,2008)

✓ “o entendimento de equivalência é muito importante para resolver as equações, compreendendo o verdadeiro significado das técnicas para resolvê-las” (TINOCO,2011)

REFERÊNCIAS

- ARTIGUE, M. (1990). **Épistémologie et didactique**. In: *Recherche en didactique des mathématiques*, Vol. 10, n° 2.3. (p. 241-286).
- BOOTH, L. (1995). **Dificuldades das crianças que se iniciam em Álgebra**. In: COXFORD, A. & SHULTE, A (orgs.). *As Idéias da Álgebra*. São Paulo, SP: Atual Editora, p. 23-37.
- BOUSSEAU, G. (1997). **La théorie des situations didactiques. Cours donné lors de l'attribution à Guy Brousseau du titre de Docteur Honoris Causa de l'Université de Montréal**. A paraître dans “*Interactions didactiques*” (Genève).
- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. 1
- CAVALCANTI, J. D. B., e CÂMARA DOS SANTOS, M. (2007a). **Noção Operacional E Equivalência: Um Estudo Sobre a Compreensão do Sinal De Igualdade**. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007. *Anais do IX ENEM*. Belo Horizonte.
- CAVALCANTI, J. D. B., **Concepções de Alunos do 3º ano do Ensino Médio sobre o Significado de Símbolo “=” em Contextos Aritméticos e Algébricos**. Dissertação-Mestrado em Ensino das Ciências. Universidades Federal Rural De Pernanbuco- UFRP
- FREUDENTHAL, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Mathematics education Library. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland.
- GATTEGNO, C. (1974). **The Common Sense of Teaching Mathematics**. Educational Solutions, New York.
- GODINO, J. D., e FONT, V. (2003). **Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros**. Matemáticas y su didáctica para maestros. *Manual para el estudiante*: Edición Febrero, 2003. disponível em <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros/>
- HAFSTROM, J. E. (1961). *Basic concepts in modern mathematics*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
- KIERAN, C. (1979). **Children's operational thinking within the context of bracketing and the order of operations**. In: Tall, D. (ed.), *Proceedings of the Third International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Mathematics Education Research Centre, Warwick University, Coventry, England.
- LINS, R. & GIMENEZ, J. (1997). **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas, SP: Papirus.
- MEIRA, L. (1997). **Aprendizagem e ensino de funções**. In: SCHLIEMANN, A. D. *Estudos em Psicologia da Educação Matemática (2ª ed.)*. Ed. UFPE, Recife.

MOLINA, M. (2006). *Desarrollo del pensamiento relacional y comprensión del signo igual por alumnos de tercero de educación primaria*. Tesis doctoral. Universidad de Granada.

MOLINA, M., CASTRO, E., e AMBROSE, R. (2006). **Trabajo com igualdades numéricas para promover pensamento relacional**. *PNA, Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 1(1), 31-46.

MOREUX, T. (1923). *Pour comprendre l'algèbre*. Librairie Octave Doin, Paris. NCMR,

PONTE, J. P. da. (1992). **Concepções dos professores de matemática e processos de formação**. In: PONTE, J.P. et al. *Educação matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. (p.187-239).

_____, J. P. (2006). **Números e álgebra no currículo escolar**. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro (Eds.), *Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores*. (pp. 5-27). Lisboa: SEM- SPCE.

ROJANO, T. (2002). Mathematics learning in the junior secondary school: Students' access to significant mathematical ideas. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (Vol. 1, pp. 143-163). Mahwah, NY: Lawrence Erlbaum Associates.

TAYLOR, J. M. (1910). **The axioms of equals not applicable to equations**. *The Mathematics Teacher*, nº 4, v. II, 135-146. Syracuse, N. Y.

USISKIN, Z. (1995). **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis**. Em: COXFORD, A. & SHULTE, A (orgs.) (1995). *As Idéias da Álgebra*. São Paulo, SP: Atual Editora, 1995. p. 9-22.).

VERGNAUD, G. (1994). **L'enfant, la mathématique et la réalité**. Collection Exploration - cours et contributions pour les sciences de l'éducation. Peter Lang.