UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA- UNEB

DEPARTAMENTAMENTO DE CIÊNCIAS HUMANAS-DCH

CAMPUS-IX BARREIRAS-BA

LICENCIATURA EM MATEMATICA

LAISE DE JESUS SILVA

O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL ATRAVÉS DO SOFTWARE WINGEOM

BARREIRAS-BA

2020

LAISE DE JESUS SILVA

O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL ATRAVÉS DO SOFTWARE WINGEOM

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia-DCH, Campus IX, como requisito parcial de avaliação do componente curricular: Trabalho de Conclusão de Curso III.

Orientadora: Prof. Esp. Simone Barros

BARREIRAS-BA

2020

FICHA CATALOGRÁFICA

Sistema de Bibliotecas da UNEB
Dados fornecidos pelo autor

S586o Silva, Laise de Jesus

O ensino da geometria espacial através do software wingeom / Laise de Jesus Silva.-- Barreiras, 2020.
75 fls : il.

Orientador(a): Simone Barros Hoffmam.
Inclui Referências
TCC (Graduação - Matemática) - Universidade do Estado da Bahia. Departamento de Ciências Humanas.

1.Geometria Espacial. 2.Software Wingeom. 3.Ensino Médio .

CDD: 516

LAISE DE JESUS SILVA

O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL ATRAVÉS DO SOFTWARE WINGEOM

Trabalho de Conclusão do Curso apresentado no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia-DCH, Campus IX, como requisito parcial de avaliação do componente curricular: Trabalho de Conclusão de Curso III.

COMPOSIÇÃO DA BANCA EXAMINADORA

Orientadora: Prof. Esp. Simone Barros

UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA (UNEB)

Prof. Me. Charlâni Batista

UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA (UNEB)

Prof. Esp. Layla Raquel Barbosa Lino

UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA (UNEB)

Barreiras, 23 de dezembro de 2020.

Com gratidão, dedico este trabalho a Deus.

Aos meus pais: Hélio e Maria Eunilde e meus irmãos.

Ao meu esposo Oscar Wilde.

RESUMO

Esta pesquisa apresenta uma temática para o ensino da Geometria Espacial com auxílio do software Wingeom nos estudos de prisma no segundo ano do Ensino Médio. A fim de, oferecer para os alunos do Ensino Médio, uma sequência didática, dinâmica e atrativa que facilite a visualização do sólido prisma em tridimensional no plano. Sendo assim, o questionamento norteador para o desenvolvimento da pesquisa é: Quais as contribuições do software Wingeom para a aprendizagem do conteúdo prisma no Ensino Médio? Para responder esse questionamento, baseamos nas teorias de Van Hiele – um modelo de aprendizagem geométrico hierárquico dividido em cinco níveis de aprendizagem e a Teoria de Registro de Representação Semiótica, destacando a importância das três atividades cognitiva - transformação, tratamento e conversão, para aprendizagem segundo Duval (2004). Como metodologia, foi utilizado a pesquisa de campo com a turma do 2° ano do Ensino Médio em uma escola pública e, através das análises da coleta de dados foi possível observar, quanto a contribuição do software para a aprendizagem e visualização do poliedro prisma, verificamos que os alunos denotaram habilidades em reconhecimento geométrico e que o uso da ferramenta tecnológica em um ambiente educacional é uma opção proveitosa para os docentes e discentes.

Palavra-chave: Geometria Espacial; Software Wengiom; Ensino Médio.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O paradigma do ensino tradicional de uma Matemática pronta e acabada com resultados precisos, vêm sendo desmistificado, dando ênfase a Matemática como uma ciência investigativa com diversas aplicações. Esse é o desafio para os professores de matemática do século XXI, tornar as aulas mais atrativa, dinâmica e apresentar aos alunos a matemática que pode ser aplicada em seu cotidiano e que ajuda os seres humanos a resolver problemas reais. Nesse sentido, esta pesquisa apresenta a temática para o Ensino da Geometria Espacial com auxílio Software Wingeom nos estudos de prisma no segundo ano do Ensino Médio.

Durante a pesquisa, foi possível perceber que os povos antigos mostram interesse por problemas geométrico desde antiguidade, como a medida da altura das pirâmides do Egito realizada por Tales de Miletos, o desenvolvimento do Teorema de Pitágoras e Os elementos de Euclides. Esses conhecimentos foram fundamental para o desenvolvimento do ensino matemático estudado atualmente.

Em 1960, o ensino da geometria estava associado com o Movimento Matemático Moderno com o objetivo de favorecer, a Estrutura algébrica, Campo vetorial e a Teoria dos conjuntos, por esse motivo, Educadores da Matemática como Pavanello (2004) explica que houve um abandono significativo no ensino da geometria.

Atualmente, pesquisa como Ritter (2011), Machado (2010), Pavanello (2004) apresentam em seu trabalho a importância de resgatar o estudo da Geometria no ensino básico e aponta recursos didáticos, por exemplo, o uso das tecnologias como ferramentas educacionais para práticas pedagógicas que os professores de matemática possam utilizar nas aulas. A Base Nacional Comum Curricular – BNCC engloba as habilidades, competências e uso de recursos tecnológicos em sala de aula que pode contribuir com o ensino da geometria.

Também é necessário que o aluno seja criativo, construa autonomia e desenvolva uma linha de raciocínio. Dito isso, uma das ferramentas que permite instigar os alunos a desenvolver e aprimorar suas habilidades no ensino e aprendizagem geométrico é o uso do software, oportunizando uma aula dinâmica. Baseado nessa perspectiva, o problema norteador para o desenvolvimento da pesquisa é: Quais as contribuições do software Wingeom para a aprendizagem do conteúdo prisma no Ensino Médio?

Diante ao questionamento, a pesquisa foi desenvolvida numa turma do 2° ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Barreiras-Ba, no ano de 2019. Utilizou-se do software geométrico Wingeom como ferramenta para o desenvolvimento das habilidades necessárias a visualização espacial, com o objetivo de identificar as possíveis contribuições desse software no ensino e aprendizagem dos prismas.

No ano 2017 participei do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID e em 2019 fiz parte do Programa Partiu Estado do governo estadual da Bahia. Nesse período foi possível observar as dificuldades dos alunos em Geometria plana no qual se complica mais na Geometria Espacial por causa da representação tridimensional e especificamente, os cálculos de área, volume e a relação entre os elementos dos poliedros. Por isso, realizamos a pesquisa com a intenção de mostrar possibilidades para o ensino da Geometria Espacial através de uma visualização do sólido prisma em tridimensional em que os alunos possam visualizar por completo todas as faces, arestas, vértices... de uma forma dinâmica.

A pesquisa é composta por quatro capítulos. O capítulo dois é destinado ao referencial teórico e está organizado em nove seções: A geometria no contexto histórico; O Ensino da Geometria no Brasil; O Ensino da Geometria Espacial no Ensino Médio; Prisma; Modelo de Van Hiele; Teoria dos Registros de Representação Semiótica; Softwares Educativos; O uso de software geométricos em sala de aula e *Software Wingeom.*

Para compreendermos o processo de aprendizagem em geometria realizamos o levantamento teórico nos estudos de Duval (2011), sobre as Teorias dos Registros de Representação Semiótica e também, Van Hiele (apud Nasser 2004), esse apresenta os cinco níveis de características fundamentais para a aprendizagem da Geometria. Em relação ao objeto de matemática – Prisma, baseamos nos trabalhos de Dante (2016) e Paiva (2005), no qual explica as definições e as propriedades do prisma.

No capítulo três é apresentado os aspectos metodológico da pesquisa. Desenvolvemos uma pesquisa de campo de cunho qualitativo e para delinear a pesquisa elaboramos uma sequência didática para a realização dos questionários e oficina com o uso do software. Além disso, descrevemos o campo de pesquisa e os sujeitos da pesquisa que foram: alunos de uma turma do 2° ano do curso Agronegócio do turno matutino no total de 24 participante.

No capítulo quatro realizamos a apresentação e discussão dos resultados. A análise de dados está organizada em quatro etapas: Dados coletados a partir do pré-teste; Revisão da Geometria Espacial; Dados coletados durante a oficina com o uso do *Software Wingeom* e Dados coletados do pós-teste sem auxílio do Software.

O capítulo cinco refere as considerações finais em relação à pesquisa realizada com os alunos. Com reflexões sobre a temática, a abordagem do *software wengiom* contribuiu significativamente no entendimento das construções e reconhecimento do sólido prisma, despertando o interesse maior no conteúdo e contribuindo no desenvolvimento do processo do ensino e aprendizagem.

2 FUNDAMENTAÇÃO TÉORICA

2.1 A GEOMETRIA NO CONTEXTO HISTÓRICO

Historicamente os primeiros conceitos matemáticos surgiram das observações dos povos antigos em executar suas atividades diárias. Segundo Radin; Delmir; Zarth (2016), os povos antigos tinham uma concepção de resolverem os seus problemas através das deduções e observações em suas atividades realizadas empiricamente. Machado (2010) e Mlodinow (2004) aponta que a sociedade do Egito Antigo, embora, não existissem nenhum conhecimento matemático teórico, foram responsáveis por desenvolverem grandes construções, como as Pirâmides do Egito.

Outro ponto importante está entrelaçado na economia e moradia fixa da civilização antiga. Segundo Machado (2010), os povos da antiguidade mantiveram sua renda através da agricultura, mas para realizarem suas atividades era necessário a marcação dos territórios e saber qual a melhor época para o plantio e a colheita. Entretanto, nessa época a sociedade não tinha nenhum calendário ou previsão do tempo para os agricultores saberem o período do plantio e colheita. Eles baseavam-se no sol e nas observações diárias para realizarem suas atividades na agricultura.

É possível perceber que o conhecimento matemático foi construído das experiências vivenciadas e a partir da necessidade humana. Segundo Cesar; Tadeu (2003 apud Machado 2010)

> Quando citamos o verdadeiro conhecimento matemático, estamos nos referindo ao conhecimento empírico. Historicamente os pioneiros em conhecimento matemático buscava sua inspiração em situações problemas que de fato existiam, ou seja, situações reais. (CESAR; TADEU, 2003.apud. MACHADO.2010.p,23)

Tais contexto histórico permaneceram entre os povos antigos até ao momento da chegada do filósofo grego - Tales de Mileto, no qual, realizou “a preparação do cenário para as grandes descobertas dos pitagóricos e para Os Elementos de Euclides. Ele buscou explicações teóricas para os fatos descobertos empiricamente pelos egípcios”. Silva (2015.p.17)

Segundo Mlodinow (2004) e Silva (2015), Tales de Mileto possuíam formação em astronomia e matemática. Conhecimentos esses, que foram fundamentais para o desenvolvimento da matemática e o ensino da matemática. Tales foi o primeiro filósofo matemático a demonstrar e provar por meio de conhecimento matemático as construções realizadas pelos egípcios. Além disso, o seu conhecimento influenciou grandes mentes, entre eles, podemos destacar Pitágoras e Euclides.

Segundo Silva (2015,p.18), Pitágoras estudou matemática no egípcio e babilônica, seus conhecimentos foram relevante para o avanço da matemática e principalmente no ramo da geometria. Segundo Mlodinow (2004) e Kahn (2007), Pitágoras desenvolveu uns dos maiores ensino da matemática, no qual possamos destacar o Teorema de Pitágoras – utilizado para relacionar as medidas dos lados de um triângulo retângulo. Aliás, Pitágoras foi o fundador da Escola Pitagóricas, reconhecido pelos seus aprendiz e "na literatura da antiguidade moderna, um gênio único, o pai fundador da matemática, da música, da astronomia e da filosofia" Kahn (2007.p. 15).

Segundo Berlinski (2018) pouco sabemos da vida de Euclides, sabe-se que, ele lecionou matemática e por volta de 300 a.c, fundou a escola em Alexandria, no qual obteve alunos dedicados e brilhantes. O mesmo, abordou um novo olhar para matemática e especialmente para Geometria.

Segundo Silva (2015) a geometria torna-se importante para civilização. Euclides através dos estudos de Tales e Pitágoras desenvolveu os cinco axiomas, descrito na citação a seguir:

> Tornar explícitos os termos; tornar explícitos os conceitos apresentando e finalmente deduzir as consequências logicas do sistema. Toda sua geometria se baseia nos cinco postulados seguintes.
> I Pode-se traçar uma reta ligando quaisquer dois pontos;
> II Qualquer segmentos de reta finito pode ser prolongado indefinidamente para construir uma reta;
> III Pode-se traçar um círculo com qualquer centro e com qualquer raio;
> IV Todos os ângulos retos são iguais entre si;
> V Ângulos anteriores, de um mesmo lado, seja menor que ângulos retos, então as duas outras retas se cruzam, quando suficientemente prolongadas, do lado da primeira reta em que se acham dois ângulos. (SILVA,2015, p. 19)

Foram através desses estudos que Euclides publicou o livro - Os Elementos de Euclides, que ficou conservado na biblioteca de Alexandria. Segundo Mlodinow (2004), a obra de Euclides foram uns dos mais importante para o ensino da geometria.

> A mais importante contribuição de Os *elementos* de Euclides foi o seu método lógico inovador. Em seguida, tornar explícitos os conceitos apresentados de forma clara os axiomas ou postulados. Finalmente, deduzir as consequências lógicas do sistema empregando somente regras de lógica aceitas, aplicadas aos axiomas e aos teoremas previamente demonstrados. (MLODINOW, 2004.p .04)

Para a matemática e o ensino da matemática essas contribuições foram de suma importância para o avanço de novas descobertas e, expiração para os jovens matemáticos. Entre eles podemos destacar, segundo Silva (2015, p.19) - os matemático Erastóstenes de

Cirena a “primeira pessoa a calcular a circunferência da Terra, usando duas varas no chão e o teorema do livro de Euclides.”

O matemático Arquimedes que “descobriu o princípio da alavanca, da flutuação e fez muitas contribuições á física e engenharia”. Silva (2015, p.19)

O “astrônomo notável Apolônio, sua fama se deve principalmente à sua obra Secções Cônicas, graças à qual contemporâneos lhe deram o codinome de O grande Geômetra.” Silva (2015, p.19)

Compreendemos que, o desenvolvimento dos conceitos geométricos percorreu várias etapas constituindo-se da união dos matemáticos para demonstração e representação dos fenômenos da natureza, na construção de um objeto e no comportamento que um objeto ocupa no espaço. Esse contexto, faz-nos percebermos que o processo de aprendizagem dos alunos nos conteúdos matemáticos e principalmente no ramo da geometria é processual, por etapas, assim como outro conhecimento, é importante que o aluno aprenda cada etapa para prosseguir e compreender a Geometria como “parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico- dos volumes, das superfície, das linhas e dos pontos. Passa-se de um mundo sensível ao mundo geométrico’’. (Brasil,1997, apud Morretti e Brandt 2014, p. 114)

2.1.2 O ENSINO DA GEOMETRIA NO BRASIL

Segundo Machado (2010), o ensino da geometria no Brasil iniciou no século XVIII, período que a educação vivenciavam os ensinamentos dos Jesuítas, a Escola Militar e o Ensino Técnico. Para Ritter (2011), Machado (2010), e Lobo e Bayer (2004), fazem necessário frisar que o Ensino dos Jesuítas era voltado para religião do cristianismo, tendo como principal objetivo catequizar os índios e torná-los homens civilizados, segundos os padrões europeus.

Sobre os ensinamentos dos Jesuítas, Maciel e Neto (2004), explica que

> O plano de estudos organizado pelo padre Manuel da Nóbrega consistia em duas fases: na primeira fase, considerada como do ensinamento dos estudos elementares, era constituída pelo aprendizado de português, do ensinamento da doutrina cristã e da alfabetização. Para a segunda fase do processo de aprendizagem idealizado por Manuel da Nóbrega, o aluno teria a opção para escolher entre o ensino profissionalizante e o ensino médio, segundo suas aptidões e dotes intelectuais revelados durante o ensino elementar. (MACIEL; NETO.2004. Pg,176)

Diante do plano de estudo organizado pelo padre Manuel da Nóbrega apresentada por Maciel e Neto (2004), fica claro que no Brasil os jesuítas se dedicaram a pregação da fé católica e as atividades educativas, mas segundo Ritter(2011) não existiam planos pedagógicos direcionado ao ensino da matemática para o ensino elementar.

O modelo Jesuítico permaneceu no Brasil cerca de 210 anos, quando Marques de Pombal expulsou os Jesuítas, esse acontecimento marcou uma nova ruptura na educação brasileira. Para Bello (2018.p.3) pouca coisa restou da pratica educativa, "se existia algo bem estruturado, em termos de educação, o que se viu a seguir foi o mais absoluto caos."

Para corroborar com o descrito acima, Bello (2018) endossa dizendo que

> Os jesuítas foram expulsos das colônias em função de radicais diferenças de objetivos com os dos interesses da Corte. Enquanto os jesuítas preocupavam-se com o proselitismo e o noviciado, Pombal pensava em reerguer Portugal da decadência que se encontrava diante de outras potências europeias da época. Além disso, Lisboa passou por um terremoto que destruiu parte significativa da cidade e precisava ser reerguida. A educação jesuítica não convinha aos interesses comerciais emanados por Pombal. Ou seja, se as escolas da Companhia de Jesus tinham por objetivo servir aos interesses da fé, Pombal pensou em organizar a escola para servir aos interesses do Estado. (BELLO. 2018.p 3)

Valente (1999, apud Ritter,2011. p.12) complementa afirmando que "a primeira forma de prática pedagógica para o Ensino da Geometria registrada no Brasil está atrelada as necessidades de guerra". As escolas Militares ofertavam os estudos de geometria, álgebra, aritmética e trigonometria com o objetivo de formação de artilheiros, engenheiros e mão de obra especializada. Para Pavanello (2004) a educação do ensino geométrico assim, como outras disciplinas eram voltados para necessidade do estado sem nenhuma preocupação com a formação da população, ao contrário, a educação estava voltada para a elite e os militares (soldados).

Segundo Machado (2010) e Ritter (2011) somente na Primeira República no Brasil que o sistema educacional brasileiro começaram a desenvolver projetos educativos e ofertar a educação pública para a população. Para o ensino brasileiro, esse período foi de inovação, conquista e várias proposta pedagógicas. Sobre a Reforma de Benjamim Constant, Bello (2018) explica que,

> A reforma de Benjamim Constant tinha como princípios orientadores a liberdade e laicidade de ensino, como também a gratuidade da escola primária. Estes princípios seguiam a orientação do que estava estipulado na constituição brasileira. (BELLO. 2018.p .5)

Para Ribeiro (1993) a Reforma de Benjamim Constant propôs mudanças na grade curricular do ensino básico para inserção de disciplinas científicas e trazendo inovação para sistema educacional. No entanto, não foi adiante. Romanelli (1978 apud Ribeiro 1993) complementam dizendo que,

> faltava para sua execução, além de uma infraestrutura institucional que pudesse assegurar-lhe a implantação, o apoio político das elites, que viam nas idéias do reformador uma ameaça perigosa à formação da juventude, cuja educação vinha, até então, sendo pautada nos valores e padrões da velha mentalidade aristocrático-rural (ROMANELLI, 1978, apud. RIBEIRO 1993).

As propostas da Primeira República e de Benjamim Constant foram criticadas pelas elites. A mesma sentia-se ameaçada com a alfabetização dos burgueses (comerciante, agricultores), pois preferiam povos iletrados.

Segundo Machado (2010) no ano 1929, o professor Euclides Roxa publicou o livro Curso Mathemática Elementares, abordando a união das disciplinas de álgebra, aritmética, trigonometria e geometria com propósito de modernizar o ensino no Brasil. A ideia de unirem as disciplinas em um único componente: Matemática, tornou-se insatisfatório para os professores, priorizando a ementa anterior.

De acordo com Ritter (2011), Francisco Campo assume o Ministério da Educação em 1930, após assumir o cargo, uniu-se com Euclides Roxa para realizarem uma nova proposta de currículo escolar, desta vez seus objetivos estavam voltados ao desenvolvimento, amadurecimento da aprendizagem e os conhecimentos dos alunos em correlacionar com as outras disciplinas. Além disso, ambos conseguem agregar as disciplinas – geometria, trigonometria, álgebra e aritmética -, até então, estudadas isoladamente em um único componente curricular: Matemática.

Outro acontecimento importante para o ensino da matemática foi o Movimento de Matemática Moderna no século XX. Segundo algumas referenciais literárias como Machado(2010) e Ritter (2011), esse ponto histórico centrava o ensino da matemática na Teoria de Conjunto e Álgebra Vetorial, ocasionando uma dificuldade para os docentes ministrarem os conteúdos geométricos deixando o seu ensino de lado. Sabe-se que, o Movimento Matemático Moderno foi uns dos principais motivos para até então o abandono do Ensino da Geometria em sala de aula. Pavanello, explica que

> A geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de forma muito formal a partir da Introdução da Matemática Moderna, a qual se dá justamente quando se acirra a luta pela democratização das oportunidades educacionais, concomitante à necessidade de expansão da escolarização a uma parcela mais significativa da população. (PAVANELLO 2004.p.2)

Lobo e Bayer (2004, p.3), parafraseando Pavanello diz que, "o ensino da geometria Euclidiana é modificada, a matemática passa a favorecer a Teoria dos Conjuntos e a álgebra vetorial", ou passa a ser em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal a partir da introdução da Matemática Moderna. Em reunião com a Coordenação de Estudos e Normas Pedagógicas, Pavanello (2004) relata que em 1987, os professores chegaram a propor um ensino de geometria como uma disciplina a parte como um "desenho geométrico" separando a geometria da matemática.

Para Ritter (2011. p.17) "as ideias do MMM tinham como proposta a unificação dos três ramos de matemática através dos elementos da Teoria dos Conjuntos, Estruturas Algébricas e relações para a construção da lógica matemática." Ritter (2011) explica que os professores que participaram das aulas do professor Castrucci, denominaram-se confusos em relação aos conteúdos de geometria. Valente (2008) complementa que, uma entrevista com Castrucci referente a abordagem da álgebra da geometria no MMM.

> Castrucci explica depois de tentar ministrar dois cursos de geometria aos professores de Matemática, um deles com o enfoque dos espaços vetoriais e outro com as transformações geométricas. Segundo ele, nos dois cursos, o resultado foi péssimo, os professores não compreenderam, não fizeram boas provas. Castrucci diz que chegou inclusive a pensar que havia se tornando um mau professor. (VALENTE, 2008, p. 71)

Diante das explicações de Castrucci, um dos motivo que levaram o fracasso do Movimento Matemático Moderno foi a Geometria. Os professores não compreenderam e não desenvolveram planejamentos das aulas unindo os três campos matemáticos, ocasionando o abandono da geometria em sala de aula. Menesses (2007) apud Machado (2010) complementa que,

> Esse abandono, percebido principalmente durante os anos 1960 a 1990, também se refletiu nos cursos de graduação de professores e nos cursos de magistérios, pois esses cursos não tinham preocupação e nem um currículo voltado ao ensino de geometria, fato esse que foi responsável pela geração de inúmeros professores órfãos dessa formação e, consequentemente, sem a consciência da importância da aprendizagem desse conteúdo. (MENESSES, 2007.apud. MACHADO, 2010, p. 25)

Pavanello (1993) explica que, com as ampliações de escolas públicas para o 1° e 2° série em 1968, foram necessários formações de professores para o magistério, no qual teve início a implantação dos cursos em licenciatura curta. Além disso, os professores de matemática eram obrigados a ensinar geometria nas escolas particulares e nas academias militares, mesmo que a sua formação fosse negligenciada e não conseguissem ministrar as suas aulas com uma boa qualidade. "A dualidade tradicional do nosso ensino poderia, então, ser reformulado como escola onde ensina geometria – escola da elite X onde não ensina a geometria (escola do povo)". Pavanello (1993, p.9)

O Movimento Matemático Moderno não só provocou significativo abandono da geometria nas escolas fundamentais e Ensino Médio, como também na formação dos professores. Para Pavanello (2004), muitos professores inseguros de ensinar geometria, não incluíam nos seus planejamentos de aula, outros simplesmente deixavam como último conteúdo. Em 1970, muitos educadores e pesquisadores como Pavanello (1993) começaram a rever situações provocada pelo MMM, “buscando retorno desse campo de conhecimento e de inquestionável importância para a formação dos alunos, diversas experiências começaram a ser divulgada, todas, com objetivo comum de resgatar o ensino de geometria.” (Moretti e Brandt,2014.pa.117). Em sua pesquisa, Barbosa (2004) destaca alguns objetivos:

> Induzir no aluno o entendimento de aspectos espaciais do mundo físico e desenvolver sua intuição e seu raciocínio espaciais;
> • Desenvolver no aluno a capacidade de ler e interpretar argumentos matemáticos, utilizando a Geometria como meio para representar conceitos e as relações Matemáticas;
> • Proporcionar ao aluno meios de estabelecer o conhecimento necessário para auxiliá-lo no estudo de outros ramos da Matemática e de outras disciplinas, visando uma interdisciplinaridade dinâmica e efetiva;
> • Desenvolver no aluno habilidades que favoreçam a construção do seu pensamento lógico, preparando-o para os estudos mais avançados em outros níveis de escolaridade (BARBOSA. 2004.pg.3)

Constata-se, “o ensino da geometria surge e se avoluma à medida que as escolas de nível médio passam a atender um número crescente de alunos das classes menos favorecidas. (PAVANELLO,1993. p.9).

2.1.3 O ENSINO DA GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO

Para BNCC (2018, p. 271) a “geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas de conhecimento”. Lorenzato (1995, apud Moretti e Brandt 2014, p.116) afirma que, “sem conhecer a Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e, a visão da Matemática torna-se distorcida.” Essa maneira de descrever a geometria encontra-se, em parte, nos estudos de Moretti e Brandt (2014) no qual apresentam a Geometria como uma ferramenta que interagem e descreve o mundo.

> A geometria está presente em nossa vida sem que tenhamos muita consciência disso: nos logotipos das empresas, nas plantas de casas e terrenos, nos diferentes tipos de artesanatos, nas coreografia de um balé, nas linhas demarcatórias da quadra de futebol, entre outros contextos. A geometria é a parte da matemática que contempla o estudo das formas, mas também as noções relativas à posições, localização de figuras e deslocamento no plano e sistemas de coordenadas. (Moretti e Brandt, 2014.p. 114).

Diante a afirmação de Moretti e Brandt (2014) o ensino da geometria proporciona ao aluno a desenvolver um raciocínio lógico interagindo-se com o espaço. É, "um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representa de forma organizada o mundo em que vive. (BRASIL apud. Moretti e Brandt.2014.p.114).

Segundo Ritter (2011) existem várias atividades educacionais atrativas que desperta a curiosidade dos alunos, por exemplo, jogos matemáticos, aplicativos matemático dinâmicos, softwares geométricos..., esses recursos metodológico implicam no desenvolvimento da aprendizagem dos alunos no pensamento lógico geométrico.

> Esses pensamentos é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas sobretudo as simetrias. (BRASIL.2018, p.271)

Na apresentação dos recursos didático utilizados para trabalhar o conteúdo geométrico, em sala de aula, deve ter como objetivo - despertar a curiosidade dos alunos, desenvolver ideias dedutivas e a abstração dos objetos matemático -. Para Pavanello (2004, p.3) "a geometria apresenta-se um campo grande profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível".

É importante frisar que, o professor passa a ser um mediador de conhecimento para o aluno, afim que esses desenvolvam seus métodos resolutivos. Pavanello (1995) apud Machado (2010) complementa que,

> Não se pode negar que a geometria oferece um maior número de situações quais o aluno pode exercitar sua criatividade ao interagir com as propriedades dos objetos, ao manipular e construir figuras, ao observar suas características, compará-las, associa-las de diferentes modos, ao conceber maneiras de representa-las. (PAVANELLO,1995, apud MACHADO. 2010, p.27)

Segundo Machado (2010) não podemos exercitar um ensino mecânico baseado em resolução de fórmulas, os alunos precisam despertar a sua criatividade para abstrair os conceitos e elementos da geometria, compreendendo que existem várias alternativas para as soluções. Assim, a álgebra e a geometria deve estar em equilíbrio. O aluno precisa visualizar esses dois caminhos, desenvolver a parte visual e compreender a sequência algébrica. Para Atiyah "salienta mesmo que há necessidade de cultivar e de desenvolver tanto o pensamento visual, dominante na geometria, quanto o sequencial, preponderante na álgebra, pois ambos são essenciais à educação matemática". (Atiyah 1982, apud Pavanello 2004 p. 3). Moretti e Brandt (2014) confirma que

> a geometria é um campo de conhecimento reconhecido e de inquestionável importância para formação para os alunos, pois além de desenvolvimento de um raciocínio geométrico, permite o desenvolvimento de outros tipos de raciocínio e habilidade, em especial a capacidade de discriminação de formas e a manipulação destas. (MORETTI e BRANDT 2014, p.117)

O aluno do Ensino Médio precisa ter essa flexibilidade, pressupomos que durante o Ensino Fundamental ele teve suportes necessários para desenvolver o seu pensamento hipotético-dedutivo.

Machado (2010) pressupõem que os alunos tenham conhecimentos prévios em relação à Geometria Plana e Geometria Espacial. Espera-se que, eles saibam classificarem triângulos, quadriláteros, diferenciarem faces, arestas, vértices e resolverem questões que demande, por exemplo, operações de comprimento, perímetro, volume de uma superfície ..., estes conteúdos geométricos, segundo a BNCC (2018) são ofertados durante o Ensino Fundamental e o Ensino Médio de acordo com as habilidades e as competências do conteúdo para determinada série, progredindo para os anos seguintes.

Pavanello (2004, p.4) explicam que o ensino da geometria "delineia-se, um caminho que, partindo de um pensamento sobre o objeto, leva a um pensamento sobre relações, as quais se tornam, progressivamente, mais e mais abstratas". Existem uma sequência necessária para fazer essa abstração e pressupõem que o aluno não pule nenhuma etapa. Pavanello (2004) complementa explicando os níveis fundamentais para o aluno desenvolver a aprendizagem geométrica.

> Partindo de um nível inferior, no qual reconhece as figuras geométricas, embora percebendo-as como todos indivisíveis, o aluno passa, no nível posterior, a distinguir as propriedades dessas figuras; estabelece, num terceiro momento, relações entre as figuras e suas propriedades, para organizar, no nível seguinte, sequências parciais de afirmações, deduzindo cada afirmação de uma outra, até que, finalmente, atinge um nível de abstração tal que lhe permite desconsiderar a natureza concreta dos objetos e do significado concreto das relações existentes entre eles (PAVANELLO,2004, p. 4)

Para Machado (2010) e Ritter (2011), referem as dificuldades presentes nos alunos do Ensino Médio um fato preocupante, pois, inicialmente eles entram em confronto quando se depara com questões mais complexas e que envolvem um raciocínio maior, outro ponto importante é a apresentação da Geometria Espacial usando apenas a parte Algébrica. Para Pavanello (2004) é necessário que restabeleçam entre esses dois campos matemático (álgebra e geometria), um equilíbrio, pois o ensinamento geométrico não se resumi em apenas o desenvolvimento da percepção visual.

Machado(2010) e Ritter (2011) ressaltam que, parte das dificuldades existentes nos alunos em abstrair conteúdos geométricos são responsabilidades dos professores, esses por não terem formação acessível à Geometria, não praticar desenhos geométricos ou por não dá tanta importância nas formas bidimensionais ou tridimensionais em sala de aula. Além disso, Ritter (2011) complementa afirmando que, embora existam diversidades de jogos e aplicativos matemáticos para trabalhar com as figuras tridimensionais em sala de aula, no entanto, dispomos de professores presos no pincel e lousa, impossibilitando o pensamento visual do aluno e construindo somente uma forma mecânica de resolver os cálculos (ou expressões algébricas).

Segundo Costa, Bermejo, Morais (apud Machado 2010), as salas de aulas ainda não retratam novos tempos no que tange o ensino da Geometria Espacial:

> (...) ao nos deparamos com a realidade em sala de aula, no ensino da geometria espacial, observamos que os discentes estão presos a formulas, e sua maioria não conseguem relacionar os conceitos, identificar os elementos sólidos, ou ainda estabelecer relações entre dois sólidos, isto se deve, muitas vezes a deficiência de conceitos básicos da Geometria Plana e mesmo da Geometria Espacial (COSTA; BERMEJO; MORAIS, apud MACHADO 2010.p.29.)

Essa citação implica na fala de Vidalette (2009, apud Machado 2010. p. 29), no qual os alunos passam no Ensino Médio sem ter base do conhecimento, “a escolha em trabalhar com Geometria Espacial advém da constatação de que os alunos não aprendem esse conteúdo de forma que deveriam, chegando ao final do Ensino Médio sem ter tido a oportunidade de construir o seu conhecimento.”

No entanto, o uso de softwares em sala de aula para o ensino da Geometria Espacial pode ser uma alternativa para o desenvolvimento do pensamento visual dos sólidos geométricos. Borba e Penteado (2001), Machado (2010) e Ritter (2011) identificaram nos seus estudos, softwares matemáticos como ferramenta que contribuem com o ensino geométrico, pois estes, realizam as construção dos sólidos e figuras planas de forma dinâmica, podendo o aluno a fazer manipulação dos objetos matemáticos em tridimensionais e bidimensionais, estimulando a criatividade e imaginação do aluno.

Segundo a BNCC (2018. p.540) “da área de Matemática e as suas Tecnologias propõem a consolidação, ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental.” A proposta do Ensino Médio, segundo a BNCC (2018) é levar em considerações todos os conteúdos trabalhados nas séries anteriores afins que os alunos construam uma visão mais ampla da matemática. Para que ocorram essa integração nos estudos, a BNCC disponibilizam competências e habilidades que os alunos precisam compreender em determinado conteúdo e, orientações para o professor planejar os conteúdos com recursos tecnológicos. Entre as competências e habilidades propostas pela BNCC (2018), podemos destacar algumas habilidade e competência para aprendizagem geométrica:

> COMPETÊNCIA ESPECÍFICA 5 Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.
> (EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.
> (EM13MAT505) Resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar a respeito dos tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.
> EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas. (BRASIL,2018. p.540)

O incremento dessa competência específica pressupõem a indução decorrente de investigação de materiais concretos das atividades matemáticas. A proposta da BNCC indica que os alunos precisam compreender, utilizar tecnologias de forma crítica, significativa e reflexiva, construindo “um conjunto de habilidades voltadas ás capacidades de investigação e de formulação de explicações e argumentos, que pode emergir de experiências empíricas”. Brasil (2018. p. 540) .

No entanto, para que ocorram de modo sistemático o que prevê na BNCC (2018), os estudantes deverão desenvolverem habilidades para as construções e resoluções de problemas, desenvolvendo o âmbito investigante e competência de raciocinar, representar, comunicar-se e argumentar, “com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados” Brasil (2018, p. 529). Para que os docentes compreendam melhor essas competências que o aluno precisa alcançar, a BNCC apresenta de forma objetiva e clara o desenvolvimento de cada competência, no qual podemos citar:

> Raciocinar: é necessário que os estudantes possam, em interação com seus colegas e professores, investigar, explicar e justificar os problemas resolvidos, com ênfase nos processos de argumentação matemática.
> Representar: pressupõem a elaboração de registros para evocar um objeto matemático [...] o uso de registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessário para a compreensão, resolução e comunicação de resolução de uma atividade. Por sua vez, o transito entre diversos registros de representação pode favorecer que aros estudantes tenham maior flexibilidade e fluidez na área e, ainda promover o desenvolvimento do raciocínio

> Comunicar-se: nas comunicações, os estudantes devem ser capazes de justificar suas conclusões não apenas pelos símbolos matemáticos e conectivos lógicos, mas também por meio da língua nativa, realizando apresentações orais dos resultados e elaborando relatórios, entre outros registros.
> Argumentar-se: seu desenvolvimento pressupõem também a formulação e a testagem de conjecturas, com a apresentação de justificativa, além dos aspectos já citados anteriormente em relação ás competências de raciocinar e representar. (BRASIL,2018, p. 529)

No ensino da Geometria Espacial, destaca-se o estudo dos sólidos geométricos: Poliedros e corpos redondos, sendo que, a representação desses sólidos é tridimensional, pois ela ocupa três dimensões (largura, altura e profundidade), compreendendo o volume de uma superfície em determinado espaço e todos elementos básicos (ponto, reta, plano) dos sólidos.

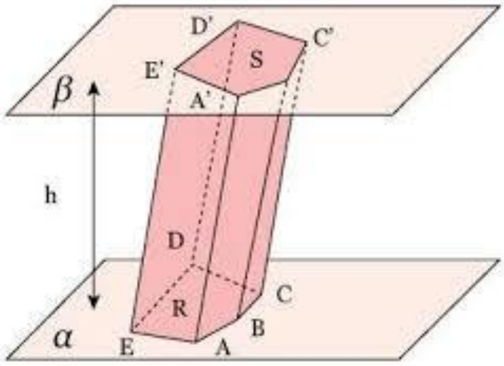
Entre a classificação dos sólidos geométricos estudados na Geometria Espacial, o objetivo dessa pesquisa é compreender o ensino e aprendizagem do estudo do poliedro Prisma, descrito na próxima seção.

2.1.4 PRISMA

Para compreender a definição do poliedro prisma, utilizamos o livro de didático de Matemática do 2° do Ensino Médio, autoria Dante. Segundo Dante (2016) consideramos um polígono convexo ABCDE, contido num plano α. Escolha um ponto A´ qualquer, não pertencente ao plano α. Em seguida traçamos um plano β pelo ponto A´ paralelo ao plano α e uma reta h secante aos planos. Pelos demais pontos BCDE traçamos retas paralelas a AA´ cortando o plano β nos pontos B´ C´ D´ E´, sendo todas retas paralelas entre si. A união de todas as retas paralelas forma o Prisma. Dante (2016.p.175) “a região do espaço ocupada por um prisma é formada pelos pontos dos segmentos de reta nos quais cada extremidade está em uma das bases.” As arestas AA´, BB´, CC´,DD´, e EE´ são classificadas como arestas laterais, sendo todas elas paralelas e de mesmo comprimento. Dante (2016, p.175) “as arestas laterais consecutivas determinam paralelogramos e são chamadas faces laterais do prisma”. Já as bases ABCDE e A´B´C´D´E´ são congruentes e sua altura é a distância das bases.

A figura a seguir representa o poliedro prisma:

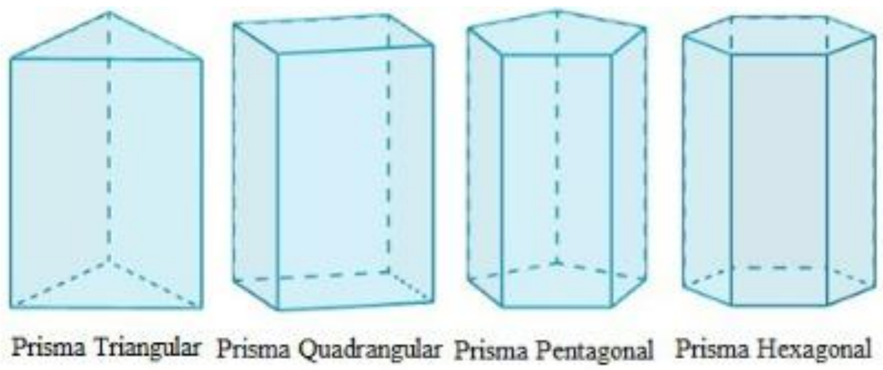
Figura 1 - Prisma



Fonte: Educa Mais Brasil

De acordo com Dante (2016. p.175), o prisma é classificado reto, quando "as arestas laterais são perpendiculares ás bases, e é oblíquo quando não são." Identificamos um prisma oblíquo quando o seguimento de reta paralelo formam ângulos diferentes de 90° em relação a base. Além disso, ele pode ser classificado de acordo com a face de sua base, formado por um polígono convexo.

Figura 2 - Classificação do Prisma



Fonte: Educa Mais Brasil

Analisando a figura 2, podemos identificar os prismas regulares, note que todos eles tem faces laterais retangulares e congruentes entre si, ou seja ele é reto. Além disso, o polígono convexo da face superior é igual o polígono convexo da face inferior, sendo paralelas entre si, através dessas características classificamos os tipos de prisma. Outro ponto importante que podemos destacar é os prisma paralelogramo, segundo Dante (2016, p.175) é um prisma particular.

> Quando a base é um paralelogramo, temos um prisma particular chamado paralelepípedo. Os paralelepípedos são prismas cuja particularidade é que qualquer de suas faces pode ser tomada como base, pois duas faces opostas

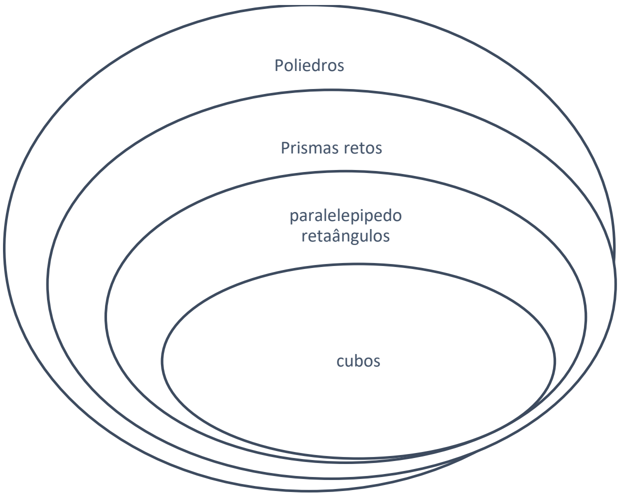
> quaisquer estão situadas em plano e são ligadas por arestas paralelas entre si. Dante (2016, p.175)

Sobre o poliedro prisma Gutierrez (1998) apud Ritter (2011) complementa afirmando que

> Prisma é um poliedro com duas faces congruentes paralelas ligadas por faces laterais formadas por paralelogramo. O prisma pode ser reto e oblíquo;
> Em qualquer prisma, em todas as faces, os lados paralelas são congruentes. Em um prisma reto, todas as faces são retangulares e perpendiculares ás bases. Em um prisma oblíquo nenhum das faces é perpendiculares ás bases.
> Uma diagonal é um segmento que une dois vértices não consecutivos de um poliedro, podendo ser diagonais de face ou diagonais espaciais.
> Um prisma de base com n-lados tem n+2 faces, 2.n vértices, 3.n arestas, 2n. (n-2) diagonais, sendo n. (n.1) diagonais nas faces e n. (n-3) diagonais espaciais. (GUITIERREZ. 1998, apud RITTER 2011, p.28)

Silva (2019.p18) "quando a base do prisma é um paralelogramo ele também pode ser chamado de paralelepípedo. São exemplos de paralelepípedo os sólidos: cubo, prisma retangular reto, prisma retangular oblíquo." O diagrama a seguir mostra a classificação do poliedro prisma.

Figura 3: Diagrama - Classificação do prisma

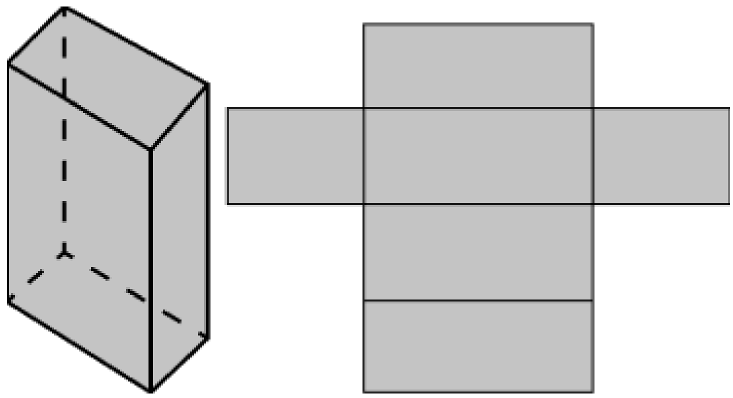


Fonte: Dante (2016. P. 176)

As representações de prisma no nosso cotidiano é muito diversificado, podemos encontrar as suas formas nas embalagens de produtos que compramos no supermercado, por exemplo, caixas de leite, caixa de sabão em pó, caixa de chocolate, caixa de pizzas, entre outros. Segundo Silva (2019) todas essas embalagens têm um formato de prisma e, podemos calcular a quantidade do papelão (desconsiderando as abas da embalagem) que são gastos para construir sua forma, obtendo a área total do prisma.

Para Silva (2019) ao realizar este cálculo, deve ser pensado: qual tipo de prisma representam a embalagem? Por exemplo, a caixa de leite, tem um formato de um paralelepípedo retangular. Após o reconhecimento do prisma fazemos sua planificação, assim, saímos do plano tridimensional para bidimensional o que permitem a visualização de todas as faces que constituem esse sólido.

Figura 4- Planificação de um paralelepípedo de base retangular



Fonte: https://matematicabasica.net/paralelepipedo

Segundo Dante (2016.p.176) "todo paralelepípedo retângulo é formado por seis faces: dois retângulos de medidas a e b; dois retângulos de medidas a e c; dois retângulos de medidas b e c." Assim, basta calcularmos a área desses retângulos e depois somemos. Daí temos:

$$\text{Área total: } At = 2ab + 2ac + 2bc$$

Dessa maneira, podemos calcular a área total de um prisma fazendo as planificações do mesmo.

Para Paiva (2005) o volume de um paralelepípedo retangular é determinando por três medidas: comprimento (a), largura (b) e altura (c). Indicaremos o volume desse paralelepípedo por V (a, b, c) e o volume do valor unitário por

$$V\,(1, 1, 1) \;=\; V = 1u.m^3(unidade\ de\ medidas)$$

Para Dante (2016. p. 181) "o volume do bloco retangular é proporcional a cada uma de suas dimensões, ou seja, se mantivermos constantes duas das dimensões e multiplicarmos a terceira dimensão por um número natural qualquer, o volume também será multiplicado pelo mesmo número natural." Mantidas constante duas dimensões do paralelepípedo retangular, seu volume é proporcional a terceira dimensão.

$$V(a,b,c) = a.V(1,b,c) = ab.V(1,1,c) = abc.V(1,1,1) = abc.1 = abc$$

Logo, o volume de um paralelepípedo retangular de duas dimensões $a, b, e\ c$ é o produto das três dimensões.

$$V(a,b,c) = abc$$

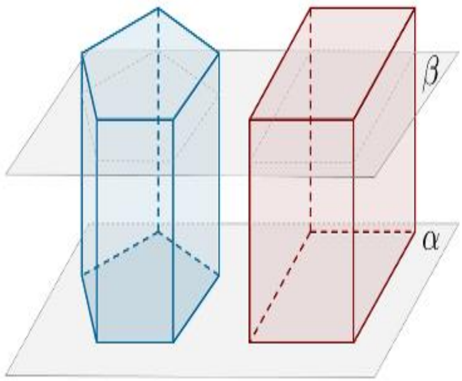
Observamos que para calcular o volume de um prisma retangular, utilizamos o princípio intuitivo do valor unitário, $1u.m^3$. Mas, será que podemos utilizar esse mesmo princípio para calcular o volume do prisma pentagonal? Considerando-se que não temos condições de ocupar todo espaço de um prisma pentagonal com cubos unitários, Paiva (2005) explica que precisamos utilizar *O Princípio de Cavaliere* para calcular o volume do prisma:

Pela definição do princípio de Cavaliere, Paiva (2005, p.394) “sejam dois sólidos P_1 e P_2 e um plano α. Se qualquer plano β, paralelo a α, que intercepta um dos sólidos também intercepta o outro e determinam nesse sólido secções de áreas iguais, então os sólidos P_1 e P_2 têm volumes iguais”

Considerando num plano α, um paralelepípedo retangular e um prisma pentagonal de uma mesma altura *h* cujas suas bases estão contida no plano α e que estas bases contém a mesma área B. Imaginamos agora ambos sólidos são cortados por um plano β, interceptando os dois prismas, Paiva (2005, p.394) “como qualquer secção transversal de um prisma é congruente ás suas bases, qualquer plano β, nas condições anteriores, determinam nesses prismas secções de mesma área”. Assim, o princípio de Cavaliere nos garante, que obedecida essas condições, os prismas tem volumes iguais.

A figura a seguir representa o modelo do *Princípio de Cavaliere*, para o cálculo do volume de prisma.

Figura 5 - Volume de um prisma.



Fonte: Educa mais Brasil

Segundo Paiva (2005, p.394) “se as arestas da base do paralelepípedo medem m e n, então o seu volume é $V = mnH$. Como $mn = B(\text{ área da base})$, o volume da paralelepípedo é o produto da área da base pela altura, ou seja, $V = BH$, que também é o volume de outro prisma.”. Logo, o volume de um prisma qualquer é igual ao produto da área de sua base por sua altura.

Para compreendermos o processo de aprendizagem geométrico do aluno, foram necessário realizar uma revisão teórica do modelo de aprendizagem do casal Van Hiele e, a teoria de Duval – Representação semiótica -. Estes serão descritos na próxima seções.

2.2 O MODELO DE VAN HIELE

Segundo Nasser (2004) modelo de aprendizagem do casal Pierre Van Hielle e Dina Van Hiele, foi desenvolvido através da observação do casal em sala de aula ao perceberem as dificuldades dos alunos nas aulas de geometria. Diante as observações, o casal sugeriu os cinco níveis de aprendizagem no sentido que, o aluno só alcança determinado nível de aprendizagem após dominar os níveis anteriores, com base em um ensino geométrico processual.

Para Nasser (2004, p.4) o modelo sugere que “os alunos progridem segundo uma sequência de níveis de compreensão de conceitos, enquanto eles aprendem geometria”. Santos e Sant´Anna (2015) descrevem os cinco níveis de Van Hiele, apresentado no quadro a seguir:

Quadro 1 – Teoria de Van Hiele

Classificação de Van Nível	Característica
Nível 1- Reconhecimento	Os alunos identificam as figuras visualmente por sua aparência global. Reconhecem, descrevem, comparam e classificam os polígonos através de suas formas, mas não identificam as propriedades existentes.
Nível 2- Análise	Os alunos começam a analisar as propriedades das figuras através de comparação e apreendem a simbologia adequada para descrevê-las, mas não conseguem correlacionar figuras ou propriedades das mesmas. Raciocinam através de uma análise informal a partir da observação e experiência.
Nível 3- Ordenação	Os alunos estabelecem uma ordenação lógica das propriedades de figuras por meio de curtas sequencias de dedução e compreendem as correlações entre as figuras. O aluno neste nível

	não compreendem o significado de uma dedução ou dos axiomas
Nível 4 – Dedução	Os alunos começam a desenvolver sequencias mais longas de enunciados e a entender a significância da dedução, o papel dos axiomas, teoremas e provas. A realização de conjecturas e esforços iniciados é espontânea. Um aluno neste nível pode construir provas, não apenas, memorizá-las
Nível 5 – Rigor	Os alunos apresentam a capacidade de compreender demonstrações formais. São capazes de entender axiomas, mesmo na ausência de modelos concretos. Os alunos conseguem compreender demonstrações e entender axiomas mesmo sem os matérias concretos

(Santos e Sant´Anna 2015, p.2)

Sabe-se que o modelo de Van Hiele defendem um ensino geométrico hierárquico, para cada conhecimento especifico existem um nível baseado em conhecimento sequencial, linguagem, localidade e continuidade. “A principal característica da teoria é a distinção de cinco diferentes níveis de pensamentos com relação ao desenvolvimento da compreensão dos alunos acerca da geometria” Villers (2010 apud, Silva 2018.p16).

Para fundamentar com o descrito acima, Silva (2014 apud Silva e Candido 2018), destaca quatro elementos fundamentais do modelo de Van Hiele para a aprendizagem, no qual podemos citar:

Sequencial

- para cada conteúdo determinado nos níveis de aprendizagem, é necessário que os alunos compreendam os conteúdos abordados para que eles possam avançar para o próximo nível;

Linguagem

- a linguagem tem uma grande importância para o ensino da matemática, especialmente em geometria, para que o aluno desenvolva seu raciocínio dedutivo precisa compreender a simbologia da geometria;

Localidade

- Um aluno pode estar em níveis diferentes com relação a temas distintos de geometria, ou seja, o nível de pensamento depende também do assunto que está sendo estudado.

Continuidade

- Van Hiele assegura que o estudante passa de um nível para outro sem interrupções.

(Silva e Candido 2018, p.17.)

Este modelo, pode ser usado pelo docente para a realização de uma sequência didática, identificando os níveis de aprendizagem do aluno. Esse é o principal objetivo, garantir que não ocorram falha no currículo da geometria. Villiers (2010) apud Silva(2018) complementa afirmando que

> Existia uma falha no currículo de geometria tradicional, e o principal motivo dessa falha era o fato de ele ser ministrado em um nível superior àquele em que o indivíduo se encontrava. Por isso, o aluno não compreendia os conteúdos ensinados pelo professor nem muito menos o professor sabia o porquê disso. Portanto, levar me consideração o nível de pensamento dos estudantes é de fundamental importância, porque, se o docente transmitir determinado conteúdo em um nível mais elevado, acima do nível de pensamento do aluno, este não será capaz de compreender o que se pretende ensiná-lo.
> (VILLIERS,2010 apud SILVA; CANDIDO.2018, p. 16)

Moretti e Brandt (2014,p.116) reconhece a relevância da geometria para criatividade do aluno e suas possibilidades de construção de maior números de situações nos quais “se pode exercitar a criatividade do aluno, que interage com as propriedades dos objetos, manipula e constrói figuras, observa suas características, compara-as, as associa de diferentes modos e, ainda, concebe maneiras de representá-las.” O modelo do casal, aborda essa dimensão de um conhecimento pleno da geometria, respeitando a ordem do processo aprendizagem do aluno.

Para Santos; Sant´Anna (2015) e Silva e Candido (2018) elucidam o modelo de Van Hiele, no seguinte contexto - pensando no ensino e aprendizagem do aluno, imaginamos uma atividade que contém conteúdo que correspondem ao nível 2 e a mesma aplicada para um aluno que já passou pelo nível 1, sua aprendizagem será mais significativo, pois ele possuem conhecimentos prévios necessários para responder. Agora imaginamos outra atividade com conteúdo que correspondem ao nível 4 e apliquem essa mesma atividade em uma aluno que estejam no nível 2, seu desenvolvimento não será significativo, pois ele não possuem conhecimentos prévios necessário para desenvolver. O aluno não poderá avançar para um nível superior, sem antes de compreender e internalizar o nível anterior.

Ao aplicarmos o modelo de Van Hiele com os alunos do Ensino Médio, esperamos que eles tenham passado pelo Nível 1 e 2, visto que, no Ensino Fundamental segundo a BNCC (2018) os alunos precisam ter competências e habilidades nas seguintes atividades:

> Em relação às formas, espera-se que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem

> e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos. (BRASIL.2018, p.272)

Analisando a trajetória do ensino baseado na BNCC, acreditamos que os alunos tenham conhecimentos prévios para estudar os sólidos geométricos de maneira mais conceituada. Para Silva e Candido (2018) o modelo de Van Hiele pode ser usado como plano pedagógico para avaliar o processo de aprendizagem individualmente da turma, assim o professor compreendera os níveis de conhecimento geométrico dos alunos podendo intervir nas principais dificuldades.

2.2.1 TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Para compreendermos as dificuldades presentes no ensino e aprendizagem dos alunos na aula de geometria, realizamos uma revisão teórica na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Segundo Raymond Duval (2013 apud Denardi, 2016. p. 5) “a principal dificuldade na aprendizagem da Matemática decorre do fato que os objetos matemáticos não possuem existência física e, sendo assim, o acesso a esses objetos só é possível com a utilização de um sistema semiótico”, um sistema que desempenha a função de comunicação uma vez que é capaz de produzir e transmitir informações. (Moretti e Brandt 2014, p.117), afirma que é “uma alternativa para a efetivação da aprendizagem dos alunos em matemática advém do modelo de funcionamento cognitivo de pensamento, relacionando a registros de representação”

Segundo o autor representamos os objetos matemáticos porque “não possuem existência física”, sendo assim, é essencial abstrair os objetos para superar as dificuldades no processo de aprendizagem dos alunos, assim, isto posto “em matemática as representações semióticas são necessária ao desenvolvimento da atividade matemática e da conceitualização.” (Duval 2004, apud Moretti e Brandt 2014, p.117).

Sobre a representação do objeto matemático, Henriques e Almouloud (2016) complementa afirmando que

> Uma escrita, uma notação, um símbolo, representam um objeto matemático: um conjunto, uma função, um vetor [...] o que significa dizer que os objetos matemáticos não devem ser confundidos com suas representações. Toda confusão implicará uma perda de compreensão e, consequentemente, os conhecimentos adquiridos tornam inutilizáveis no seu contexto de aprendizagem. (HENRIQUES; ALMOULOUD.2016. p. 467).

Compreendemos que na atividade matemática, na associação dos objetos, só ocorre a aceitação através das representações, que entendemos como conjunto de signos (siglas, algarismo, letras ...) com regras bem definidas. Quando o aluno realiza a representação do objeto matemática, ele interiorizar o conteúdo e desenvolvem seu processo de aprendizagem. Para Moretti; Brandt (2014) as representações semióticas são fundamental para atividade cognitiva do pensamento.

> As representações semióticas parecem apenas ser o meio que o indivíduo dispõem para exteriorizar suas representações suas representações mentais para fins de comunicação, ou seja, tornarem visíveis ou acessíveis ao outro. Mais que isso, no entanto, as representações semióticas são essenciais para atividade cognitiva do pensamento. (MORETTI e BRANDET,2014.p 117)

A BNCC (2018) direcionam algumas habilidades e competências que o aluno deve apresentar no momento de resolverem as atividades de matemática, considerando a importância de representar a construção de registros para lembrar do objeto matemático.

> [...] na matemática, o uso dos registros de representação e das diferentes linguagens é, muitas vezes, necessária para compreensão, resolução e comunicação de resultados de uma atividade. Por sua vez, o transito entre os diversos registros de representação pode favorecer que os estudantes tenham maior flexibilidade e fluidez na área e, ainda promover o desenvolvimento do raciocínio. (BRASIL,2018, p.519)

Acreditamos que, para aprender os conteúdos da matemática precisamos internalizar o objeto matemático, notoriamente é necessário a abstração do objeto. O desenvolvimento cognitivo da aprendizagem matemática, ocorrem quando representamos os objetos de maneira "concreta". Segundo Duval (2004 apud Moretti e Brandt, 2014, p.118) afirma que "a compreensão do objeto matemático está diretamente ligada à capacidade de coordenação de ao menos, dois registros de representação, e essa coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade de atividade cognitiva de conversão."

Para que a representação semiótica não seja confundida com o objeto matemático, devemos entendê-la como a representação que dará acesso ao objeto representado. Segundo Moretti e Brandt (2014, p.118), "o sistema semiótico possa ser um registro de representação, ele deve permitir as três atividade cognitivas fundamental: a formação, o tratamento e a conversão."

Sobre as atividades cognitivas fundamentais ligadas aos registros de representação Duval (1995 apud Henriques; Almouloud 2016) distingue

Formação

- A formação de uma representação semiótica é baseada na aplicação de regras de conformidade e na seleção de certas características do conteúdo envolvido.

Tratamento

- O tratamento de uma representação é a transformação desta em outra representação no mesmo registro no qual foi formada . O tratamento é portanto, uma transformação interna num registro.

Conversão

- A conversão de uma representação é a transformação desta representação em uma representação de outro registro.

(DUVAL 1995 apud HENRIQUES; ALMOULOUD 2016. p. 469)

Ainda segundo o autor, realizar vários registros de representação não indica que o aluno compreendeu o conteúdo, para ele uma segunda condição faz necessário – a coordenação de representação -, segundo Duval (1995 apud Henriques; Almouloud, 2016. p. 470) " a coordenação é a manifestação da capacidade do indivíduo em reconhecer a representação de um mesmo objeto, em dois ou mais registros distintos."

A fim de mostrar as diferentes forma de registro de representação semiótica, apresento o quadro a seguir, um exemplo de formação, tratamento e conversão.

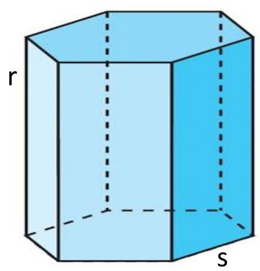
Quadro: 2. Exemplo de Tratamento e conversão

Dante (2016) Em um prisma hexagonal regular, a aresta da base mede 3 cm e a aresta da face lateral mede 6 cm. Calcule a área total.

Representação da língua materna

CONVERSÃO

Representação no registro Geométrico



CONVERSÃO

Representação no registro algébrico

Na figura, temos:

r: medida da aresta lateral = 6 cm

s: medida da aresta da base = 3 cm

$$Al = 6(r.s) = 6(6.3) = 6\,.\,18 = 108$$

$$Al = 108\ cm^2$$

$$Ab = 6\,.\,\frac{s^2\sqrt{3}}{4} = 6.\frac{3^2\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

$$2Ab = 2.\frac{27\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}\ \ cm^2$$

$At = (108 + 27\,\sqrt{3}\,)$ = 153,9 At = 153,9 cm^2

Fonte: Autora

Percebe-se que “o que é matematicamente essencial em uma representação semiótica são as transformações que se podem fazer, e não a própria representação. Para analisar essas transformações, é preciso levar em conta a diversidade de tipos de representação semióticas.’’ Duval (2011, p. 69). Ainda, segundo o autor o tratamento de informação é muito mais utilizado nas atividades matemática, mas salienta a importância de realizar as conversões de representação para aprendizagem de matemática.

2.3 SOFTWARES EDUCATIVOS

Segundo Borba e Penteado (2007), no final da década de 1970 iniciavam as primeiras discussões sobre o uso de computadores em sala de aula, para os educadores a abordagem de inserir a tecnologia em sala de aula, eram assustador. “Imaginava-se que uma das implicações de sua inserção nas escolas seria o desemprego”, pois acreditavam que seriam substituídos pelas máquinas, a “máquina de ensinar”. “Esse medo relacionava-se ao fenômeno do desemprego em diversos setores da sociedade devido o avanço do uso de tecnologia e informática” Borba e Penteado (2007 p.55). Mas, com o passar do tempo atuais pesquisas abordavam um novo contexto.

Ainda segundo os autores, eles reafirmam que novas pesquisas abordavam um contexto diferente para inserção da tecnologia em sala de aula, o uso de computadores educacionais não era visto como um fenômeno de substituição dos professores. Mas, como professores em ambiente educacional em destaque. No entanto, os professores que não possuíam conhecimentos de informática sentia-se desconfortável, pois precisavam lidar com as novas mudanças.

> [...]ou seja, começa-se a perceber que a pratica docente, como tradicionalmente vinha sendo desenvolvida, não deveria ficar imune à presença da tecnologia informática [...] As inovações educacionais, em sua grande maioria, pressupõem mudança na prática docente, não sendo uma exigência exclusiva daqueles que envolvem o uso de tecnologia informática. A docência, independentemente do uso de TI, é uma profissão complexa. Nela estão envolvidas as propostas pedagógicas, os recursos técnicos, as peculiaridades da disciplinas que se ensina, as leis que estruturam o funcionamento da escola, os alunos, seus pais, a direção, a supervisão, os educadores de professores, os colegas professores, os pesquisadores, entre outros. (BORBA E PENTEADO,2007, p 56)

Segundo os autores a prática docente permitem aos professores autonomia de desenvolverem atividades e planejamentos de aula. Assim, cabe ao professor decidir sair da "zona de conforto" e irem buscar novas ferramentas educativas, desafiando a se mesmo.

Entretanto, sabemos que não é somente uma "zona de conforto" dos docentes que impede o uso de tecnologia em sala, mais a falta de políticas educacionais para implantar realmente o acesso à tecnologia nas escolas.

Machado(2010) explica que

> Se por um lado as tecnologias estão cada vez mais presentes, por outro, os sistemas educacionais brasileiros ainda não conseguem atender a demanda. São inúmeras escolas de Ensino Fundamental e Ensino Médio que não podem contar com os recursos da informática. Em algumas falta conexão com a internet; noutras o problema está na instalação de softwares, enquanto que muitos delas o grande problema é a falta de computadores. (MACHADO,2010, p.36)

Ainda segundo o autor, muitos professores da rede pública vivenciam tais dificuldades para planejarem as aulas com os recursos das ferramentas tecnológicas, devido a estrutura escolar que não fornecem esses meios para trabalhar com os alunos em sala de aula, e até mesmo a falta de políticas públicas voltada para educação.

No entanto, vivenciamos no mundo conectado e nossos alunos precisa aprender a manusear tais ferramentas, seja para o meio educativo ou para o mercado de trabalho.

As maquinas estão ocupando boa parte do nosso cotidiano abordando a ideia de "facilitador". O uso da internet está acessível, podendo ser manuseado a qualquer momento e lugar. Por torna-se prático de manusear, acessível para todos, os alunos estão conectados, seja em, jogos, series, filmes, *no Google*, aulas no *You Tube*, redes sociais..., a maior parte do tempo eles estão com o celular teclando. Contudo, Borba e Penteado (2007) afirma que, existem informações que os computadores apenas fornecem, por isso, é importante a presença do professor para mediar os alunos a compreender as informações dadas pelo computador.

Usar *softwares* em sala é pensar nas contribuições de ensino de forma dinâmica e visual que pode facilitar ao aluno a

> Explorar as possibilidades tecnológicas, no âmbito do contexto ensino/aprendizagem deveria constituir necessariamente uma obrigação para a política educacional, um desafio para os professores e, por conseguinte, um incentivo para os alunos descobrirem, senão todo o universo que permeia a Educação, pelo menos o necessário, nesse processo, para sua formação básica, como ser integrante de uma sociedade que se transforma a cada dia. (MISKULIN. Apud FERREIRA 2013, p.9)

Para Machado (2010) o uso de computadores em sala de aula tornam-se poderosas ferramentas para potencializar a compreensão dos discentes e tornar o ambiente desafiador. Além disso, abre-se espaço para alunos criativos e investigador e professores pesquisadores.

Segundo Borba e Penteado (2007) quando o professor propõem o uso de *softwares* em sala de aula, ele também deve estar preparado por situações inesperadas. “Por mais que o professor seja experiente é sempre possível que uma nova combinação de apertar de teclas e comandos leva a uma situação nova, por vezes, requer um tempo mais longo para análise e compreensão” Borba e Penteado (2007, p.57). O fato que todo professor que está inserido no ambiente tecnológico, deve compreender que o planejamento da aula poderá sair do controle, seja por uma pergunta inesperada ou pelo mal funcionamento dos *softwares*. Borba e Penteado (2007) complementa que,

> Quando decidimos que a tecnologia informática vai ser incorporada em nossa prática, temos que, necessariamente, rever a relevância da utilização de tudo o mais que se encontra disponível. Certamente, ao fazermos nossas opções, corremos o risco de deixar de lado certas coisas que julgávamos importante. Mas, aqui, novamente, é preciso considerar qual o objetivo da atividade que queremos realizar e saber se ela não pode ser desenvolvida com maior qualidade pelo uso, por exemplo, de um softwares específico. (BORBA E PENTEADO, 2007, p. 64)

Ainda segundo os autores, os professores precisam estar sempre atualizados quanto ao avanço tecnológico e suas linguagens, para que seja possível trabalhar em sala de aula utilizando a tecnologia a seu favor para lecionar, visto que, os alunos também faz parte do mundo tecnológico tendo acesso à internet, aplicativos, *softwares.*

2.3.1 O USO DE SOFTWARES GEOMÉTRICOS EM SALA DE AULA

O uso de tecnologia educacional refere ao auxílio no processo de ensino e aprendizagem, contribuindo com uma aula dinâmica e favorecendo interação e colaboração entre professor e aluno. Borba e Penteado (2007, p.46) explica que “tal prática está também em harmonia com uma visão de construção de conhecimento que privilegia o processo e não o produto em sala de aula’’. No entanto, o seu bom uso decorre do planejamento de uma metodologia e a escolha do *software* para articular os conteúdos.

A BNCC (2018) aborda de forma sistematizada o pensamento computacional para o ensino básico nas aulas de matemática e, quais competências esperadas ao usar o computador. Segundo a BNCC (Brasil. 2018, p.474) o uso de computador nas aulas “envolve as capacidade de compreender, analisar, definir, modelar, resolver, comparar e automatizar problemas e suas soluções de forma metódica e sistemática, por meio do desenvolvimento de algoritmos”. Ao usar s*oftwares* matemáticos, os professores deverão traçar objetivos específicos para uso da ferramenta em sala de aula, no qual, seus objetivos devem estar relacionadas nas contribuições que o *software* possibilita para aprendizagem, analisando a competência e habilidade que o aluno precisa para tais conteúdos abordados em sala.

Sobre o uso de computadores no campo educativo Silveira e Bisognin (2008) apud Machado (2010) complementam que

> A utilização de computador e dos softwares educacionais como recursos pedagógicos auxiliam os professores a tornar as aulas mais atraentes e resgatar o interesse do aluno pelo estudo da matemática [...] A interface dinâmica a interatividade que esse programa propiciam e os recursos de manipulação e movimento das figuras geométricas que se apresentam na tela do computador contribuem no desenvolvimento de habilidades em perceber diferentes representações de uma mesma figura.(SILVEIRA e BISOGNIN 2008, apud MACHADO, 2010,p.30).

Segundo Machado (2010) os usos de computadores em sala, principalmente os softwares nas aulas de geometria contribui com o processo de ensino e aprendizagem do aluno. Isso podem ocorrer devido a visualização dos sólidos nas formas tridimensionais e bidimensionais possibilitando os estudantes verificar as propriedades e elementos dos poliedros e polígonos. Essa alternativa de ferramenta em sala de aula, está sendo um caminho para a contribuição do ensino geométrico, afim que os alunos possam manipular por meio de animação os poliedros, abstraindo, internalizando o objeto matemático.

Dentre vários software disponível para trabalhar em sala de aula, esta pesquisa têm como objetivo verificar quais contribuições que o Software Wingeom pode favorecer no ensino e aprendizagem da Geometria Espacial. Desse modo, a próxima seção iremos descrever algumas funções do software Wingeom.

2.3.2 SOFTWARE WINGEOM

Segundo Santa (2011); Locci (2011); Santos (2006) o Wingeom é um software gratuito, traduzido em português e em várias outras línguas, usado como ferramenta para construção geométricas em suas dimensões bidimensional e tridimensional, proporcionando através de seus menus, animação e verificação das propriedades geométricas.

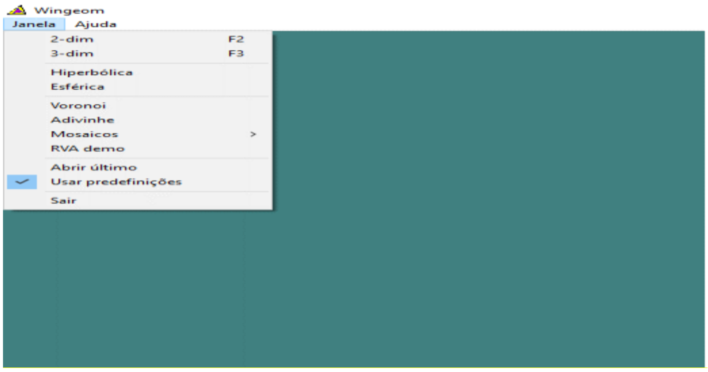
Desenvolvido por Professor Richard Parris da Fhilips Exiter Academy, “o wingeom é software que visa favorecer os processos educacionais em matemática, pois algumas de suas aplicações motivam o ensino e aprendizagem de geometria.” (Santa, 2011, p.4). Além disso, este pode ser aplicado com intuito de desenvolver uma atividade dinâmica e interativa para os alunos e uma metodologia que os professores possam está desempenhando, como podemos observar na explicação de Shimidt e Piovesan apud Menezes et al (2014)

> O software de geometria dinâmica é um ambiente que permite simular construções geométricas de maneiras dinâmica e interativa, tornando-o um excelente laboratório de aprendizagem. Como o computador é uma ferramenta que costuma despertar interesse e motivação por partes dos alunos, acredita-se que a utilização desse software em especial o Wingeom, possa ser uma metodologia eficiente para o ensino de conteúdo matemático. (SHIMIDT e PIOVESAN apud MENEZES; PEREIRA; RIBEIRO.2014. p.2)

Segundo Santa (2011) ao iniciar o softwares Wingeom teremos dois menus principais: O primeiro menu é descrito como JANELA, subdividido em onze menus, ao selecionar o menu janela o software disponibilizam a opção para escolher a dimensão que desejamos trabalhar podendo ser bidimensional (2– dim) ou tridimensional (3-dim).

A figura a seguir mostra a representação da abertura do software Wingeom e opções dos conteúdos que pode ser trabalhado com o software.

Figura 6 – Software Wingeom – Representação/Janela de abertura



Fonte:autora

Para a realização da construção do poliedro em tridimensional o software disponibilizam, “treze menus principais, os quais são dividido em submenus (e seus respectivos “atalhos”) que indicam ações que podem ser realizadas na tela do wingeom” Santos (2006, p. 58). O quadro a seguir mostra as funções de cada submenus:

Quadro 03: Função dos submenus do Software Wingeom

Arquivo:	Possibilita, em geral, criar e abrir novos arquivos, salvar, imprimir e copiar;
Ponto:	Utilizando seus submenus é possível determinar coordenadas absoluta, relativas, marcar intersecção entre reta e plano e intersecção entre reta e superfície curva e também colar
Linear:	Cria segmento ou plano, mostra altitudes (às retas e aos planos) e constrói plano de corte
Curvo:	Insere esfera, cone, tronco, cilindro, disco e marca intersecções;
Unidades:	Insere poliedros regulares, semirregulares e outros. Também possibilita inserir superfícies (esfera, cone, cilindro, etc.).
Transf:	Realiza transformações geométricas (translação, rotação, translação perpendicular, etc.)
Editar:	Refaz e desfaz ações, edita elementos lineares, curvos, coordenadas, apaga pontos, textos e faces, faz cabeçalho, formata o número de casas decimais, edita funções e torna aleatório;
Medidas:	Medidas: possibilita efetuar medidas como área, volume, medida de segmento, entre outros e permite inserir fórmulas matemáticas para realizar cálculos;
Botões:	Possibilita formatar os botões direito e esquerdo do mouse de acordo com algumas opções do usuário;

Ver	Permite ao usuário escolher se deseja mostrar, tracejar ou esconder as retas (ou segmentos) escondidas dos sólidos, altera o zoom, rotaciona, restaura, formata as legendas, mostra os eixos e muda a aparência do objeto (espessura, cor, etc.)
Anim:	Possibilita movimentar as construções geométricas a partir de parâmetros pré-estabelecidos na construção
Outros	No seu submenu “listas” apresenta a quantidade de pontos, faces, superfícies e um histórico da construção. Além disso, possibilita adicionar cores, determina o volume e utiliza a relação de Euler
Ajuda:	Apesar de cada menu ter seu próprio arquivo de ajuda, neste menu, em particular, encontram-se observações gerais de ajuda ao usuário

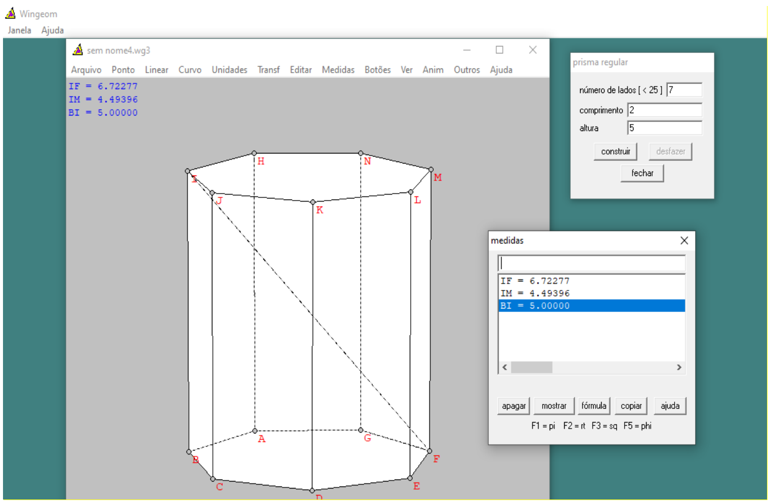
Fonte: Santos(2006.p56)

Além disso, Oliveira e Soares (2018) descrevem alguns recursos que o *software* disponibilizam para serem trabalhados na aula de matemática com o conteúdo de geometria, assim, temos:

> Construções geométricas e analíticas (pontos, reta, ângulo, circunferência, elipse...) - Construções (divisão de segmentos, divisão de ângulos, paralelas, pontos notáveis, num triângulo, circunferências inscritas e circunscritas...) - Unidades (triângulos, polígonos, cônicas...) - Transformações (translação, rotação, dilatação, contração, reflexão...) - Edições (legenda, realce, coordenada, cor, espessura, estilo...) - Medidas (comprimento, perímetro, ângulo, área...) - Animações (individual, simultânea, traços...) - Movimentos (aproxima, afasta, gira...). (OLIVEIRA; SOARES. 2018,p.4)

Ainda segundo o autor, o software wingeom proporcionam a construção dos sólidos geométricos com animação, no qual os alunos é capaz de observar as propriedades e elementos do sólido geométrico. A figura a seguir mostra a construção do poliedro prisma de base heptagonal.

Figura:7 Software wingeom – Construção do Prisma heptágono



Fonte: autora

Para Santa (2011) o software wingeom pode ser usado como instrumento didático no desenvolvimentos das aulas de matemática, em especial nos conteúdos de Geometria. O seu manuseio é muito fácil, os alunos podem realizar a construção das figuras, fazer rotação e principalmente planificação dos sólidos que permite uma visualização completa do mesmo. Assim, o aluno desenvolvem seu lado criativo, investigador, seu raciocínio logico e, principalmente pode representar e internalizar o objeto matemático.

3.0 METODOLOGIA

Nesta seção será relatado o campo de pesquisa, os alunos envolvidos e os instrumentos de coleta de dados, sendo que a ideia do tema da pesquisa surgiu quando participei do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID, período no qual foi possível observar as dificuldades dos alunos com os conteúdos de Geometria. Assim, esta pesquisa apresenta a temática para o Ensino da Geometria Espacial com auxílio Software Wingeom nos estudos de prisma no segundo ano do Ensino Médio.

Segundo Gil (1991.p.19), “pode se definir pesquisa um procedimento racional e sistemático, com o objetivo de proporcionar respostas aos problemas que são propostos.” A mesma, não deve ser feita de forma aleatória, mas sistematizada realizada por métodos técnicos e específicos, a fim do público alvo compreenderem as informações e os conhecimentos a serem compartilhados. Rúdio (2008) identifica a pesquisa como um conjunto de atividades para a busca de determinado conhecimento, este deve ser compartilhado para obter êxito.

3.1. CAMPO DE PESQUISA E ALUNOS ENVOLVIDOS

Com objetivo de compreender o ensino e aprendizagem da Geometria Espacial relacionado ao estudo dos poliedros em específico dos prismas, ministrado no 2° ano do Ensino Médio, optamos em desenvolver uma pesquisa de campo, que segundo Gil (2002, p.53) a mesma “procura aprofundar nas questões propostas, tendo um planejamento com mais flexibilidade, estudando-se um único grupo ou uma comunidade”. Gonçalves (2001) apud Piana (2009) complementa que:

> A pesquisa de campo é o tipo de pesquisa que pretende buscar informação diretamente com a população pesquisada. Ela exige do pesquisador um encontro mais direto. Nesse caso, o pesquisador precisa ir ao espaço onde o fenômeno ocorre, ou ocorreu e reuniu um conjunto de informações a serem documentados [...] (GONÇALVES;2001 apud PIANA, 2009, p.169)

Esta pesquisa foi realizada em uma turma do 2° ano do curso integrado de Agronegócio, durante a terceira unidade do ano letivo de 2019, em turno matutino do colégio estadual situada no município de Barreiras-Ba. É um colégio que visa o desenvolvimento profissional e um ensino de excelência para os alunos, pois, a instituição de ensino oferece curso integrado no turno matutino e vespertino e, no turno noturno abrange o curso subsequente. Além disso, o colégio promove feiras cientificas, em que os alunos desenvolvem projetos e apresentam para eventos em outras instituições.

Em relação a estrutura física da escola, o colégio possui uma construção adequada e ampla, contendo 16 salas de aula funcionando nos três turnos, 2 laboratórios de informática, 1 laboratório de enfermagem, 1 sala de prática obstétrica, 1 oficina de informática, 1 quadra poliesportiva não coberta, 1 biblioteca. Contém ainda, 1 sala de direção, 1 secretaria escolar, 1 sala de informação,1 sala de professores e 1 cantina.

Quanto ao quadro de docente, o colégio possuem um corpo docente composto por 68 professores, sendo que 35 REDA, 33 efetivos e 02 coordenadoras pedagógicas.

A turma do 2° ano é composta por vinte e quatros alunos, esses com uma faixa etária de 16 anos. A turma foi escolhida aleatória pelo docente regente do componente curricular: Matemática, da instituição. O mesmo afirmou que a turma não estudou Geometria Espacial, entretanto o conteúdo faz parte do curso, mas devido o tempo não conseguiu ministrar os conteúdos referentes.

Enquanto a escolha da instituição, baseou-se nas minhas observações como estagiária do Programa Partiu Estágio do governo estadual. Durante o período de estágio, realizei oficinas com os alunos do 1° e 3° ano do turno matutino e acompanhamento com os alunos do 1° e 2° ano em sala de aula em turno vespertino, com o objetivo de auxiliar os alunos em atividades e conteúdos matemáticos ministrados em sala. Esse foi um período primordial para conhecer o funcionamento da escola e principalmente o desenvolvimento dos alunos nas aulas de matemática.

Em relação a aceitação da pesquisa no colégio não houve nenhuma contrariedade entre a direção, coordenação pedagógica e o professor regente da turma. Ao contrário tivemos total apoio para a realização da pesquisa, principalmente para a instalação do software nos computadores disponibilizados na instituição.

3.2. INSTRUMENTOS PARA COLETA DE DADOS

Para Piana (2009) não existem pesquisa sem fundamentação teórica, instrumentos adequados e metodologia que possam a vim aproximar o objeto da pesquisa. Os três procedimento é essencial para obter os dados da pesquisa. Além disso, os resultados da análise de dados deve ser obtido mediante ao referencial teórico, havendo um diálogo entre eles. Sendo assim, para o desenvolvimento da pesquisa, realizamos por meio de integração dos estudos bibliográfico apresentado no capítulo anterior, no qual tivemos acesso ao referencial teórico sobre o Ensino da Geometria Espacial por meio de software, o Modelo de Aprendizagem do casal Van Hiele e os Registros de Representações Semióticas de Duval.

A presente pesquisa aborda o ensino da Geometria Espacial através do software Wingeom. No qual, visa identificar as possíveis contribuições do software no ensino e aprendizagem sobre o estudo de prismas. Assim, está pesquisa é qualitativa, Chizzotti (1995) apud Piana (2009) complementa que,

> A abordagem qualitativa parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto e a subjetividade do sujeito. O conhecimento não reduz a um rol de dados isolados, conectados por uma teoria explicativa, o sujeito-observados é a parte integrante do processo de conhecimento e interpreta os fenômenos, atribuindo-lhe um significado. O objetivo não é um dado inerte e neutro, está possuído de significados e relações que sujeitos criam em suas ações. (CHIZZOTTI 1995, apud, PIANA, 2009, p.169)

Ainda segundo a autora, a pesquisa tem como procedimento fundamental "buscar, levantar dados que possam ser utilizados em análise qualitativos, selecionando-se os aspectos mais relevante de um problema de pesquisa" Piana (2009, p. 179).

A pesquisa transcorreu nos dias 22 e 29 de novembro de 2019, com duração de 10h, divididas em quatro etapas:

Na primeira etapa, utilizamos como instrumento o questionário para o pré-teste, composto de 8 atividades. As questões foram baseadas na revista: Instituto de Matemática Projeto Fundão, coordenação - Nasser (2004). Os conteúdos abordados nessa etapa, foram: Conceito da Geometria Plana e Geometria Espacial; quadriláteros; simetria; construção e congruência de triângulos; sólidos geométricos.

Cada participante recebeu uma cópia do questionário para responder individualmente, com duração de 2h.

Na segunda etapa, realizamos uma revisão dos conteúdos básicos da Geometria Espacial, com duração de 3h. Para esse momento, desenvolvemos uma sequência didática baseado no livro didático DANTE: Luiz Roberto-Matemática Contexto & Aplicações, do 2° ano do Ensino Médio, este é o livro adotado pela instituição e o professor regente da turma. Além disso, realizamos construção de sólidos geométricos, polígonos e representação de planos com cartolina. Os conteúdos abordados na revisão foram: definição de Geometria Plana e Espacial; conceitos básicos de reta, segmento de reta, ponto, plano, posição relativas: ponto e reta; ponto e plano, posições relativas de pontos no espaço; retas distintas no espaço; planos distintos no espaço; paralelismo; poliedros.

Na terceira etapa realizamos a oficina com o uso do *Software* Wingeom. Para esse momento foi solicitado a reserva do laboratório de informática para o dia 29/11/19 com duração de 3h aula. O técnico de informática conseguiu instalar o software em sete maquinas, segundo ele os demais computadores presente em sala estavam quebrados ou com algum defeito que impossibilitavam o uso. Devido isso, os alunos foram organizados em grupos.

Com o objetivo de mediar os alunos a manusear o software Wingeom, elaboramos um sequência didática baseada no livro didático Dante (2016) sobre prisma.

A última etapa, realizamos o pós-teste por meio de questionário, composto de 6 atividades. Cada participante receberam uma cópia, para responder individualmente sem nenhum auxílio de qualquer ferramenta tecnológica. Para essa etapa, foram cobrados aos alunos, os conteúdos: Volume do prima; Área da base e área total do prisma; diagonal do cubo; elementos básico do prisma; reconhecimento da representação geométrica.

A realização da atividade de verificação, pós teste, teve duração de duas horas aulas, a fim de verificar as contribuições do software Wingeom do estudos de prisma, segundo a Teoria de Registro de Representação Semiótica.

O próximo capítulo iremos descrever e discutir os dados coletados na pesquisa de acordo com o Modelo de aprendizagem do casal Van Hiele e a Teoria de Registros e Representação Semiótica de Duval.

4.0 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

4.1 DADOS COLETADOS A PARTIR DO PRÉ-TESTE

O primeiro contato com a turma decorreu como planejado, uma breve apresentação para esclarecimento da pesquisa, quais seriam os instrumentos utilizados e a duração do tempo, a fim de manter os discentes informados de todas as etapas. A turma era composta por vinte e quatro alunos e no momento todos concordaram em participar da pesquisa, vale salientar que os alunos poderiam desistir em qualquer momento.

Iniciamos os registros dos resultados da pesquisa por meio de um pré-teste, com duração de 2h aula. O questionário utilizado nessa etapa constituía por oito questões, com o objetivo de identificar os conhecimentos pré-existentes dos alunos, segundo a teoria de Van Hiele. Assim, as questões contidas no questionário foram adaptáveis segundo apostilha realizada pela Instituição de Matemática, Projeto Fundão - Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele (2004). A figura a seguir mostra a aplicação do pré-teste.

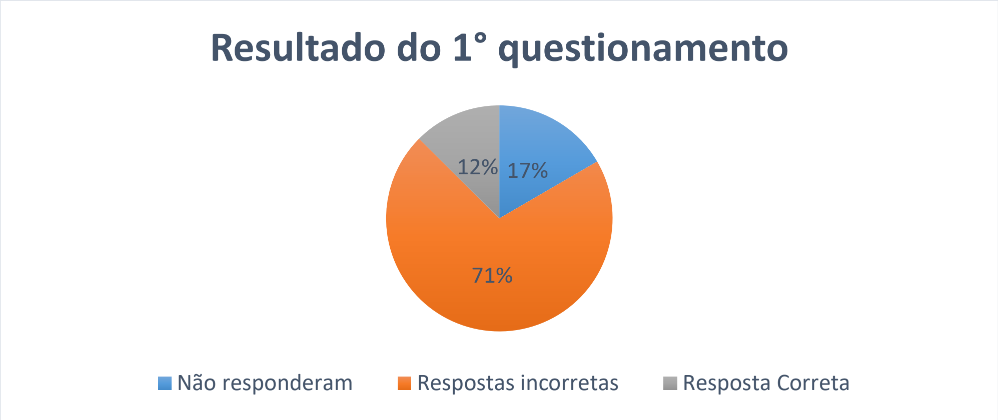
Figura 8: Aplicação do pré-teste

Fonte: autora

Em relação ao desenvolvimento dos alunos no pré-teste, podemos observar que:

Ao serem questionados sobre o seu entendimento em Geometria plana e Geometria Espacial, obtemos os seguintes resultados:

Gráfico.1 – Apresentação dos resultados.



Fonte: Autora

Os alunos apresentaram dificuldades em argumentar ou fechar uma linha de raciocínio em relação a diferenciar a Geometria Plana da Geometria Espacial. Alguns afirmaram que não lembravam e que todos objetos são figuras geométricas, sendo assim não tinham motivo de separa-las. Entretanto, vale salientar que a BNCC (2018) apresenta um currículo escolar brasileiro, no qual, estes conteúdos são abordados desde o Ensino Fundamental prosseguindo para o Ensino Médio. Assim, pressupomos que os alunos que estão concluindo o Ensino Médio possuem uma bagagem de conhecimento do conteúdo geométrico. Para Van Hiele (2004) os alunos que estão finalizando essa etapa precisam estar no nível 3, de abstração "percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra" Nasser (2004, p.5).

Ao solicitarmos os alunos a classificarem os polígonos em relação ao número de lados e traçar as diagonais do mesmo, chegamos aos seguintes resultados:

Dezesseis alunos não responderam; sete alunos classificaram os polígonos, mas, não traçaram as diagonais e um aluno traçou as diagonais em cada polígono, mas, não classificou. Assim, compreendemos que os alunos não conseguiram associar os números de lados do polígono para poderem classificarem. Segundo a BNCC (2018) as habilidades referente ao objeto de conhecimento: Polígono – são referentes a "(EFO5MAI18) reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos[...]". Em relação as diagonais os alunos realizaram um segmento de reta que liga um vértice a outro, mas não fizeram proporcional ao número de lados do polígono.

A terceira questão foi adaptada da atividade de quadriláteros de Van Hiele (2004, p. 9), na qual "o aluno deverá diferenciar figura geométrica plana de sólido geométrico e observar as semelhanças e diferenças entre os pares de figuras e de sólidos". Em relação a essa questão, obtemos os resultados: Vinte e um alunos não responderam; um aluno diferenciou o par da figura em: "uma é espacial e o outro é plano"; dois alunos limitou suas respostas em classificarem em quadrado, retângulo, linhas opostas, ângulos de 90° e lados diferentes.

Em relação as respostas dos alunos, observamos que eles reconhecem a figura, mas possuem uma linguagem básica o que impossibilitam de analisar as propriedades ou relacionar a uma classe. Assim, segundo o modelo de Van Hiele (2004), os alunos apresentaram está no nível de "reconhecimento, comparação e nomenclatura das figuras geométricas por aparência global". Nasser (2004, p.5).

Na quarta questão, os alunos deveriam analisar os polígonos e diferenciar os quadriláteros e triângulos de acordo com os números de lados, ângulos internos, lados opostos e lados paralelos. Mas, 92% dos alunos não responderam e somente 8% fizeram "análise das figuras em termos de seus componentes, reconhecimento de suas propriedades... e, percepção da necessidade de uma definição precisa, e de que uma propriedade pode decorrer de outra". Nasser (2004, p.5).

Na quinta e sexta questão, solicitamos que os alunos realizassem o eixo de simetria das figuras planas, com o objetivo de conceituar o eixo de simetria e, analisar a quantidade de eixos que um polígono pode ter. Mas, os alunos não conseguiram desenvolver as questões.

Na oitava questão, abordamos pares de triângulos congruentes. Segundo Nasser (2004, p. 53), "a congruência de triângulos é abordada através de construções geométricas, levando o aluno a concluir quais as condições suficientes para que um triangulo fique bem determinado". No qual, o aluno compreendesse sua importância e sua utilidade verificando os pares de triângulos (formas e tamanho), para determinar se é congruente.

Para essa questão, afirmamos que os pares de triângulos são congruentes e solicitamos para determinar o valor de *x* e, construir dois triângulos com os lados homólogos proporcionais, mas que não sejam semelhantes. Tivemos os resultados:

Dezenove alunos não responderam. Quatro determinaram o valor de x, mas não construíram os pares de triângulo. Um aluno determinou o valor de x e construiu um triângulo e uma pirâmide, fazendo a seguinte conclusão "mesmo números de lados com simetria diferentes".

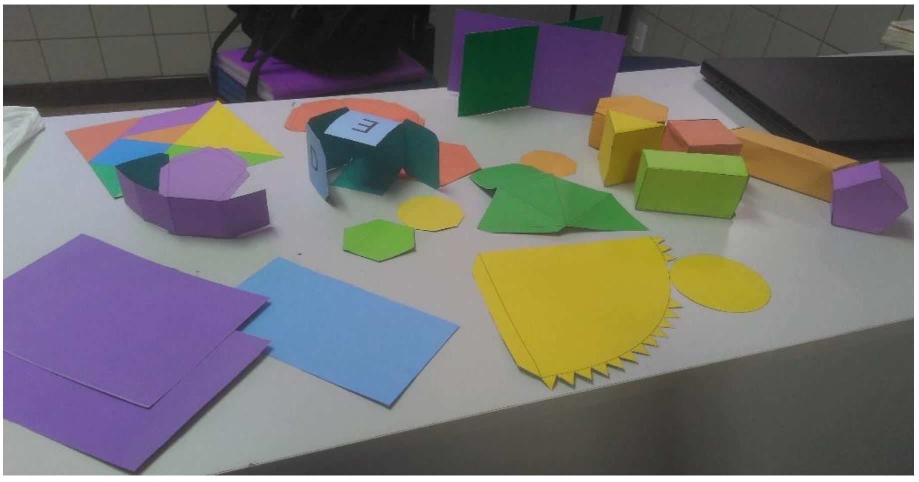
4.2 REVISÃO DA GEOMETRIA ESPACIAL

Durante o pré-teste foi possível observar que os alunos apresentaram dificuldades em desenvolver uma linha de raciocínio lógico em relação aos conceitos, elementos dos polígonos, triângulo, quadriláteros e poliedros e seus elementos. Além disso, relataram que não lembravam e não sabiam responder.

Devido as dificuldades apresentadas pelos alunos, realizamos uma revisão dos conteúdos básicos da Geometria Espacial, com duração de 3h, com o objetivo dos alunos relembrarem o que anteriormente havia estudado no decorrer do Ensino Fundamental e, que eles compreendessem tais conteúdos para explorar o software na construção do poliedro prisma, assim como, a visualização dos elementos básicos do prisma (faces, arestas, vértices, diagonal, planificação, volume) para depois realizar os cálculos e as medidas do prisma.

O planejamento da revisão foi baseado no livro didático DANTE: Luiz Roberto- Matemática Contexto & Aplicações do 2° ano do Ensino Médio, este é o livro adotado pela instituição e pelo professor regente da turma. Além disso, realizamos a construção de sólidos geométricos, polígonos e representação de planos com cartolina. Esses materiais construídos foram levados para sala, no qual os alunos manusearam no momento da explicação e fizeram relação com os objetos do cotidiano.

Figura 9: Material utilizado para revisão do conteúdo.



Fonte: autora.

4.3 DADOS COLETADOS DURANTE A OFICINA COM USO DO SOFTWARE WINGEOM

Nessa etapa, temos os dados obtidos por meio da oficina desenvolvida na sala de informática com o uso do *software Wengiom*. O primeiro contato dos alunos com o software wingeom foi para conhecer e compreender como manusear o software. Nesse momento, foi possível observar que os alunos se encontravam empolgados, um deles comentou "não usamos o computador para estudar matemática, esse aplicativo é muito fácil de manusear". As figuras a seguir mostram aplicação da oficina com uso do software.

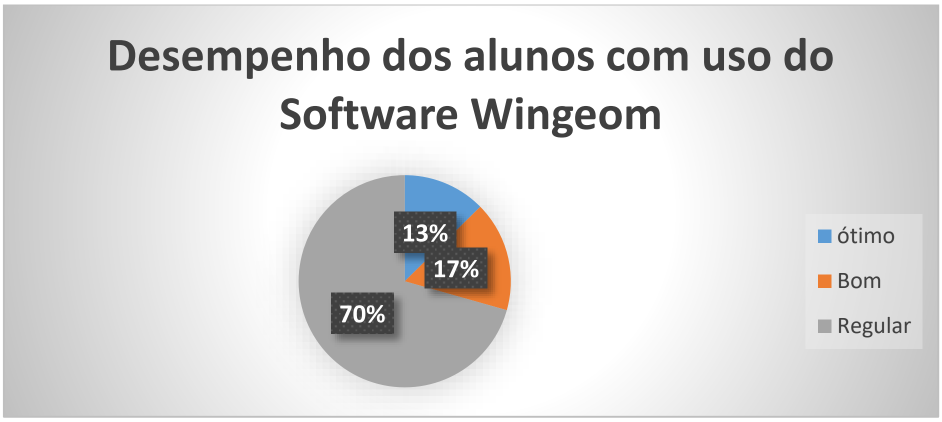
Figura :10 – Uso do Software Wingeom com os

Fonte: Autora

No momento das construções dos poliedros, os alunos observavam os planos de intersecção, os planos paralelos, os pontos que determinavam um plano, retas paralelas, retas reversas, retas perpendiculares, retas que intersectam o plano, distanciam de um ponto, diagonal da face, diagonal do cubo, face da base e face lateral do prisma, vértices e arestas. Compreenderam os elementos do poliedro para depois determinar as medidas, além disso a planificação do cubo foi de suma importância para eles entenderem o cálculo do volume e a área total.

Para o desenvolvimento das atividades, realizamos uma sequência didática, a fim que os alunos conseguissem a manipular e realizassem a construção de sólidos observando as formas em bidimensional e tridimensional. Para Brandt e Kluppel (2012, p.5) "a geometria exige um modo de processamento cognitivo, autônomo, com característica específica, em relação a qualquer outra forma de funcionamento do raciocínio". O ensino da geometria necessita de utilização de registros de figuras para compreensão de suas propriedades e que haja uma linguagem natural para os alunos aprenderem. O gráfico abaixo nos mostra o desempenho dos alunos nessa etapa.

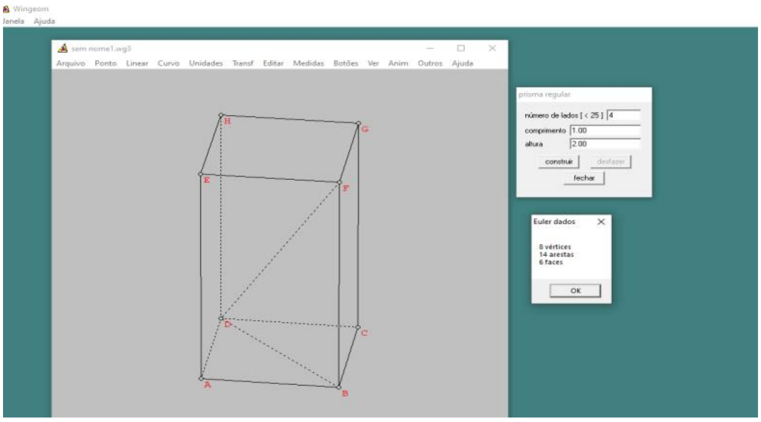
Gráfico.2 – Apresentação do desempenho dos alunos com o software



Fonte: Autora

Na primeira atividade os alunos realizaram a construção de um *Prisma quadrangular*, observando todos os elementos do poliedro, assim como, reta, retas paralelas e concorrentes, planos e diagonal. A imagem a seguir mostra a construção do prisma realizado por um grupo de alunos.

Figura 11: Construção do Prisma de base quadrangular



Fonte: Estudantes do 2° ano

Na primeira atividade, trabalhamos com visualização do prisma de base quadrangular focando nos elementos básicos da geometria. Brandt e Kluppel (2012), complementa que

> A necessidade de coordenação entre o tratamento em dois registros (figuras e discursivo) contrariam o que se pratica espontaneamente. E ainda, exige uma

> aprendizagem separada das operações demandadas em cada um destes registros, constituindo desta forma, as condições necessárias para aprendizagem da Geometria. (BRANDT; KLUPPEL,2012. p.5)

Na segunda atividade, solicitamos aos alunos a construção de um prisma regular de quatro lados. Após a construção, questionamos sua classificação e quantas diagonais possíveis podemos traçar no prisma e qual a distância entre os pontos A e B; F e H; e F e D. Referente a esse questionamento, 25% responderam as alternativas corretamente. Ainda nessa atividade, os alunos fizeram a planificação do cubo. Sendo que, nove alunos afirmaram que a planificação do prisma permite "visualizar todas as faces" e, quatro alunos apresentaram a planificação do cubo como facilitador para "visualização das faces, arestas, vértices e para entender as medidas". Segundo Duval (2011)

> A solução de um problema de geometria no espaço exige outro olhar, aquele que permite ver a forma 2D obtida pela intersecção de um sólido com um plano qualquer no espaço. E isso requer todo um trabalho para passar de um objeto 3D/3D a suas múltiplas representações em 3D/2D. (DUVAL, 2011.p. 93)

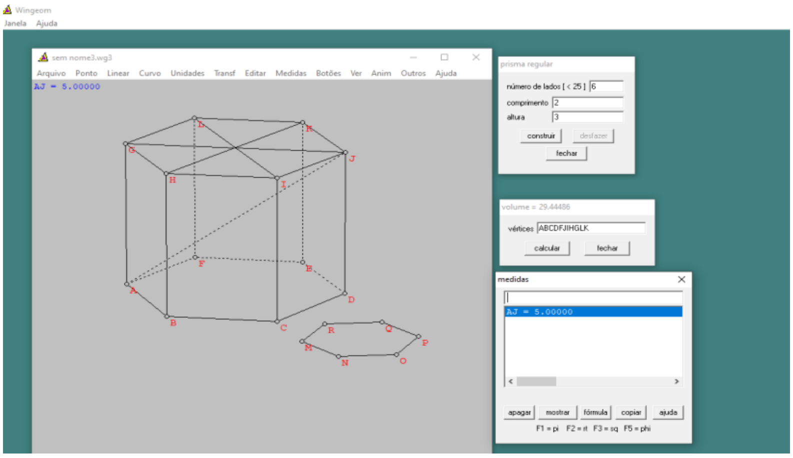
Ainda segundo o autor

> O relacionamento entre uma figura real com sua representação está na complexidade que existe entre a coordenação dos registros de representação presente na atividade de leitura e interpretação destas figuras. Essa relação exige um tratamento que vai ao encontro da articulação entre as dimensões bidimensionais, ou seja, entre a articulação da figura no espaço e sua representação. (DUVAL 1995, apud FERRAZ,2010, p. 4)

Na terceira atividade, solicitamos aos alunos para a construção do prisma de base hexagonal e que traçassem as diagonais nos pontos L e I; G e J; H e K. Nessa etapa, paramos para discutir em relação a decomposição de triângulos equiláteros no polígono, e sua importância para determinar a área da base.

Em seguida, solicitamos aos alunos para calcular a área da base, área lateral, área total e o volume do prisma. Em relação aos cálculos, obtemos os resultados: Oito alunos desenvolveram os cálculos para determinar a área da base, área lateral e área total; seis alunos lembraram das fórmulas para realizar os cálculos, mas não conseguiram manusear e não obteve resultados exatos. A imagem a seguir mostra a construção do sólido geométrico, realizado por um grupo de estudantes.

Figura 12- Construção do Prisma de base hexagonal



Fonte: Estudantes do 2° ano

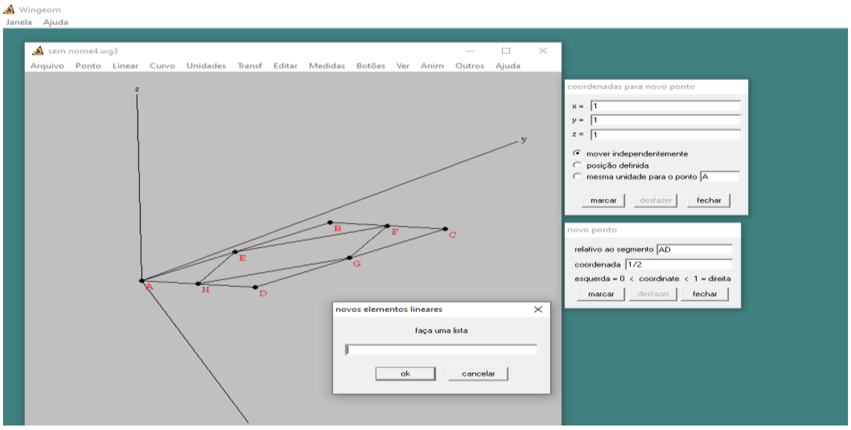
Os alunos apresentaram conceitos da geometria, mas não conseguiram construir um raciocínio matemático para desenvolverem os cálculos. Alguns alunos se prenderam em fórmulas mas não tinha entendimento para poder manuseá-la. Segundo Duval (2011, p.89) “a operação relativa ás figuras geométricas não é, portanto, construí-las, mas desconstruir dimensionalmente todas aquelas que são construídas instrumentalmente ou com o software”.

Na quarta atividade, solicitamos a construção do paralelepípedo retângulo e um cubo, após observassem as medidas de cada poliedro e depois calculassem a medida do volume. Ao realizarem os cálculos, questionamos os alunos se a fórmula de calcular o volume do paralelepípedo é igual para o cálculo do volume do cubo? Em relação a esse questionamento, os alunos responderam:

Três alunos responderam “no cubo, como os valores são iguais basta multiplicar. No paralelepípedo, precisamos calcular a área do retângulo (base X altura), depois multiplica pela altura do paralelepípedo”. Esperávamos que os alunos percebessem que o cubo e o paralelepípedo, diferenciassem pelas suas faces (paralelepípedo faces retangular X cubo faces quadrada), chegando na conclusão que ambos usam a mesma fórmula para solução.

Na quinta atividade, questionamos: Dados quatro pontos quaisquer A, B, C, D do espaço e sejam E, H, F e G os pontos médios dos segmentos AB, BC, CD e DA respectivamente. Podemos então verificar que EHFG é um paralelogramo? A imagem a seguir mostra a construção do paralelogramo realizada por um grupo de aluno.

Figura. 13- Software Wengiom/Paralelogramo



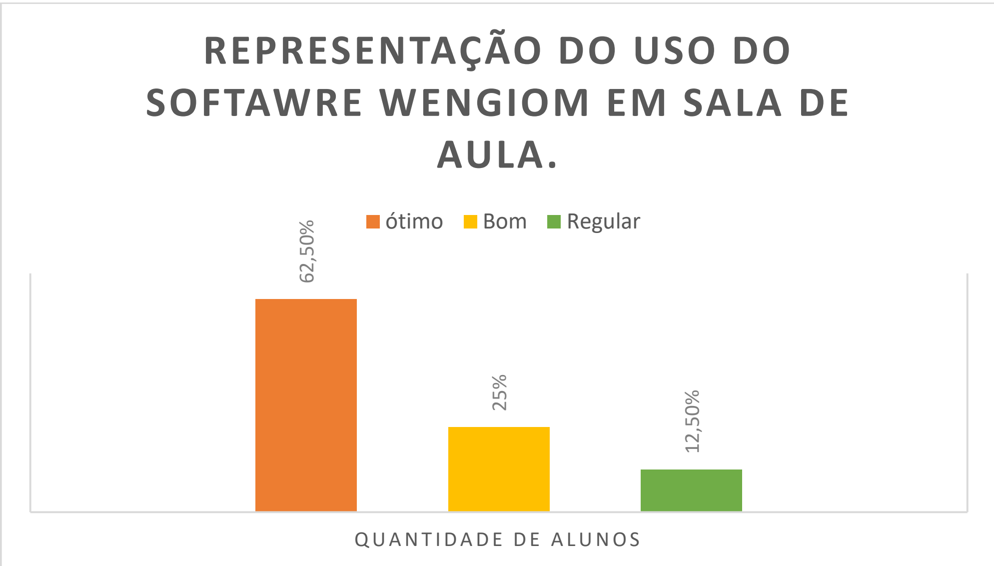
Fonte: Estudantes do 2° Ano

Sobre o questionamento a cima, somente cinco alunos afirmaram que sim, aplicando a definição do paralelogramo.

Na sexta atividade, questionamos os alunos em relação ao uso de softwares na aula de geometria, como instrumento para facilitar a aprendizagem.

O gráfico a seguir representam as respostas dos alunos em relação ao uso do software em aula.

Gráfico 3. Representação do uso do software wengiom em sala de aula



Fonte: Autora

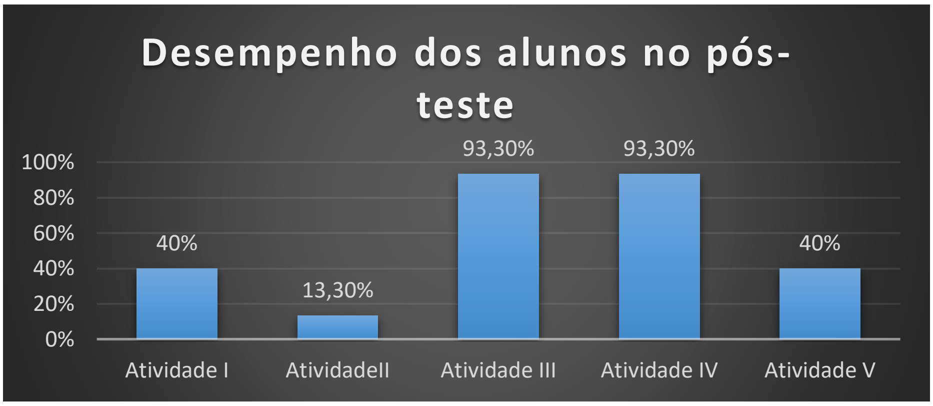
Entre as respostas apresentadas, um aluno afirmou que “achei importante pois descomplica quando trabalhamos com medidas de prismas. Em geral, para estudar geometria seria um bom método para aprendizagem e me ajudaria de muitas formas”.

4.3 DADOS COLETADOS DO PÓS-TESTE SEM O AUXÍLIO DO SOFTWARE

O pós-teste foi a última atividade realizada com a turma, e também, sem auxílio de software ou qualquer outro material didático, essa atividade tem como objetivo verificar se o software contribuiu com conteúdo de Geometria Espacial com ênfase no conteúdo do poliedro prisma.

Para o desenvolvimento da atividade, solicitamos que os alunos realizassem o tratamento e conversão apresentado na teoria de Duval (2011). Assim, dado o anunciado – representação da língua materna - os discentes realizaram as representações de registros. Solicitamos as representações, porque segundo Duval (2011) enfatiza que atividade de conversão, transformação e tratamento é relevante para a aprendizagem matemática, "e por isso, necessita ser levada em consideração nas atividades de ensino". Assim, analisando as relações de respostas referente a atividade, o gráfico a seguir mostra a porcentagem de acertos que os alunos obtiveram no pós-teste referente a cada atividade, vale salientar que, para a realização dessa etapa somente quinze alunos participaram.

Gráfico. 4- Desempenho dos alunos no pós - teste



Fonte: Autora

Nas atividades os alunos realizaram a conversão da língua materna (anunciado) para a representação do registro geométrico e em seguida para a representação do registro algébrico, tais representação é uma transformação que ocorre entre registros diferentes "que conserva a referência, mas não conserva as mesmas propriedades do objeto. Por esse motivo, a operação de conversão compreender diferentes aspectos de um mesmo objeto, conduzindo a compreensão" Denardi (2016. pg.7).

Quadro: 4 - Recorte da Atividade/ pós - teste

ATIVIDADE-1 (Inspirado em Margarete 2013)

Um cubo possui diagonal de face com $\sqrt{32}\ cm$, medida igual à da altura de um prisma regular de base triangular com aresta da base medindo 4 cm. Encontre a área total de cada sólido.

ATIVIDADE - 2

Um reservatório tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo e mede 0, 50 m de largura, 1, 20 m de comprimento e 0, 70 m de altura. Estando o reservatório com certa quantidade de água, coloca-se dentro dele uma pedra com formato irregular, que fica totalmente coberta pela água. Observa-se, então, que que o nível da água sobe 1 cm. Determine o volume da pedra.

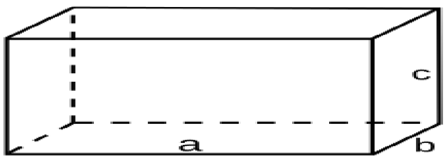
ATIVIDADE – 3 (Adaptado em UFSCar-SP)

Sabendo que a soma das medidas de todas as arestas de um cubo é 60 cm. Calcule o volume desse cubo, em centímetro cúbico.

ATIVIDADE -4 (Adaptado – PUC-RJ)

Considere um paralelepípedo reto retângulo com aresta de 2 cm, 3 cm e 6 cm. Determine a distância máxima entre dois vértices desse paralelepípedo.

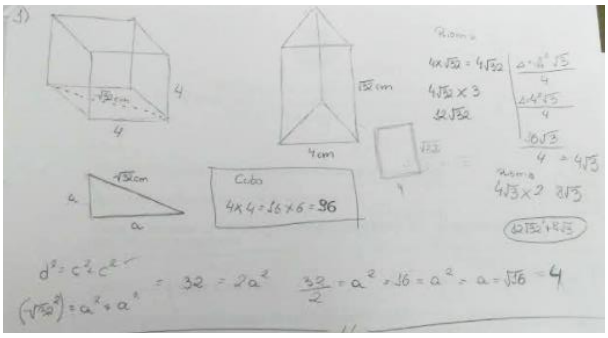
ATIVIDADE – 5



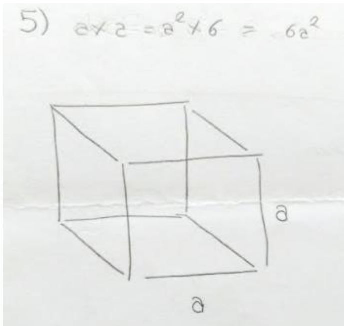
Fonte: Autora

Para os alunos desenvolverem essa atividade, inicialmente precisa realizar a representação geométrica, verificando as propriedades de tais figuras, para em seguida aplicar as definições apresentada no tópico **2.1.4 Prisma.**

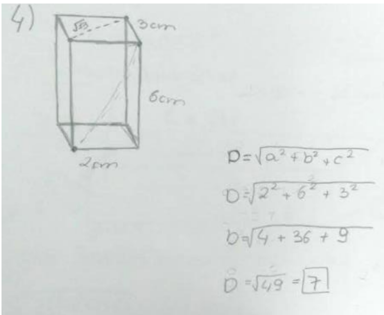
Quadro 5: Recortes da resolução da atividade dos estudantes.



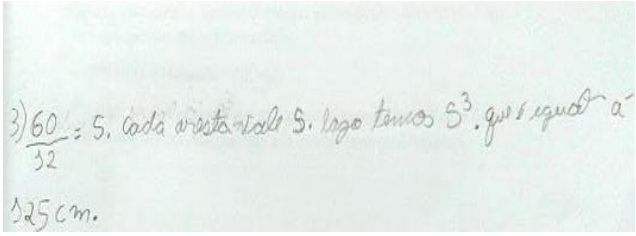
Estudante A



Estudante B



Estudante A



Estudante C

Fonte: alunos do 2° ano Agronegócio

É interessante observar que o aluno realizou um conjunto de signos que permitiu identificar o objeto matemático, tais registros, portanto, progrediu para ele verificar as possibilidades do seu objeto em diferentes aspectos, podendo assim, construir sua linha de raciocínio lógico matemático a fim de resolver o problema. Ferraz (2010, p.9) complementa que “uma apreensão centrada sobre modificações possíveis de uma figura de partida e sua reorganização perceptiva que essas modificações apontam para obter novos elementos que podem nos levar a solução de uma determinada situação”.

Entretanto, metade dos alunos que realizou a conversão de registro de representação geométrico e algébrico apresentou erros nos cálculos na manipulação da expressão algébrica. Mas, conseguiram determinar as medidas do prisma.

Dito isso, o uso do Software Wengiom como ferramenta para o ensino torna-se necessário como recurso de auxiliar a aprendizagem dos discentes. Pois, o software proporciona possibilidades do objeto em diferentes aspectos, representando suas propriedades e elementos, favorecendo a visualização do todo no espaço tridimensional.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto, podemos destacar algumas contribuições do Software Wingeom para aprendizagem do conteúdo de prisma. No relato da análise de dados, em que os alunos passam pelas três etapas, fica evidente que, os discentes se sentiram motivados, desafiados com a abordagem da metodologia. Pois, eles foram participantes do conhecimento ao construir uma linha de raciocínio para desenvolverem as atividades propostas no questionário. Além disso, ao se reunirem em grupos, compartilharam e aprenderam conhecimentos matemáticos, tornando aquele momento construtivo, atrativo e dinâmico para a aula.

É importante salientar que os alunos não tiveram o conteúdo abordado durante o ano letivo, e que, o desenvolvimento da sequência didática sobre prisma, utilizando software wingeom foi importante para que eles pudessem acompanhar e evoluir durante a pesquisar. Compreendemos que, a abordagem do software permitiu alcançar objetivos proveitosos para o ensino da matemática. Pois, observamos que os alunos conseguiram realizar as representações semiótica do objeto de conhecimento matemático prisma, desenvolvendo as três atividades cognitivas: tratamento, formação e conversão.

A abordagem do *software wengiom* contribuiu significativamente no entendimento das construções do poliedro prisma, pois, com a possibilidade dinâmica da movimentação do sólido, os estudantes realizaram a manipulação do objeto em três tipos de registros, podendo assim, reconhecer e internalizar o objeto estudado, afim de produzirem o conhecimento matemático. Tais atividades deve priorizar o raciocínio e estimulando o aluno a ir em busca da solução.

Observamos que após a aplicação da oficina com o uso do software, os estudantes apresentaram concentração, entendimento dos conceitos geométricos, assim como, os elementos do prisma, compreendendo as definições para aplicação de fórmulas para obter as medidas do prisma.

Sendo assim, obtemos um trabalho produtivo, no qual, os estudantes (re) construiu uma linha de raciocínio lógico e autonomia. Assim, foi possível observar que os alunos denotaram habilidades em reconhecimento e análise da figura geométrica, podendo afirmar que houve contribuições para aprendizagem de prisma e, que o uso dessa ferramenta no ambiente educacional é uma opção proveitoso para os docentes e discentes.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, Paula Marcia. **O estudo da Geometria.** IBC: Rio de Janeiro, 2004

BARBOSA, Paula Marcia. O estudo da Geometria. Benjamin Constant, 2003.

BELLO, José Luiz de Paiva. Educação no Brasil: a História das rupturas. **Pedagogia em foco, Rio de Janeiro**, 2018.

BERLINSKI, David. **Os elementos de Euclides: Uma história da geometria e do poder das ideias**. Zahar, 2018.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação Matemática.** 3° ed. Belo Horizonte. autêntica, 2007.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática e Educação matemática.** 2ª. **Ed. Belo Horizonte: Autêntica**, 2001.

BRANDT, C. F; KLUPPEL, G. T. **Reflexões sobre o Ensino da Geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval**. In: IX ANPED Sul Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 2012.

BRANDT, Celia Finck; MORETTI, Méricles Thadeu. **O cenário da pesquisa no campo da educação matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica**. Perspectivas da Educação Matemática, v. 7, n. 13, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. DF. Brasília. 2018

DA SILVA LOBO, Joice; BAYER, Arno. **O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental**. Volume 6-Número 1-jan./jun. 2004, v. 6, n. 1, p. 19, 2004.

DANTE, Luis Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**: ensinomédio/ Luis Roberto Dante. 3 ed. São Paulo: Ática, 2016.

DENARDI, Vânia Bolzan. **Teoria dos Registros de Representação Semiótica**: contribuições para a formação de professores de matemática, 2017.

DE OLIVEIRA, Joel Silva; SOARES, Izidio Silva. **SOFTWARE WINGEOM: USO DA TECNOLOGIA COMO AUXILIO NO ENSINO DE GEOMETRIA PLANA.** 2018

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semiótica/organização** Tânia M.M. Campos; [tradução Marlene Alves Dias] Raymond Duval. 1ed. São Paulo: PROEM,2011.

DUVAL, Raymond. etal**. Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica.** 2° ed. Campinas. Papirus,2005

FERREIRA, Fernanda Pires. **O uso das TIC nas aulas de matemática na perspectiva do professor.** Trabalho de conclusão de curso (Licenciatura - Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2013. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/119042>. Acesso em: 20/05/2018

FERRAZ, Marcelo Cardoso et al. **Prisma e pirâmide: um estudo didático de uma abordagem computacional**. PUC. São Paulo, 2010.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar um projeto de pesquisa**. ed.4. São Paulo: Atlas.2002

Gil, Antonio Carlos. **Como elaborar um projeto de pesquisa**. ed.3. São Paulo: Atlas. 1991.

GRAVINA, Maria Alice. **Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria.** VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Belo Horizonte, MG, Anais do VII SBIE v. 1.1996

GRAVINA, Maria Alice**. Os ambientes dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. Tese (Doutorado em Informática na Educação) UFRGS. Porto Alegre,2001. Disponível em: http://hdl.handle.net/10183/2545. Acesso em: 10/05/2018

HENRIQUES, Afonso; ALMOULOUD, Saddo Ag. **Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do software Mapl**e. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

KAHN, CHARLES H. **Pitágoras e os pitagóricos-Uma breve história**. Edições Loyola, 2007.

LOCCI, Valter. MINICURSO: **Utilização do Software Wingeom no Ensino Fundamental, Médio e Superior. Apostila para o ERMAC. ERMAC–2011.** Disponível em http://wwwp.Fc.unesp.br/~valocci/UtilizandoWingeom.pdf. Acesso em, v. 18.

MACHADO, Ronaldo Azevedo: **Um Projeto de Ensino de Prisma e Cilindros para o. Ensino da Geometria em Ambientes Educacionais Informatizados 2° ano do Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) -Universidade Federal de Ouro Preto,2010. Disponível em:< http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/2434> Acesso em: 15/05/2018.

MACIEL, Lizete Shizue Bomura; NETO, Alexandre Shigunov. **Formação de professores: presente, passado e futuro**. Cortez, 2004.

MLODINOW, Leonard. A janela de Euclides. **A história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço. São Paulo: Geração Editorial**, 2004.

NASSER, Lilian: **Geometria segundo a Teoria de Van Hiele**. 4°ed. Rio de Janeiro: UFRJ/IM, Projeto Fundão,2004.

PAIVA, Manoel. **Matemática**, volume único/ Manoel Paiva. -1.ed.-São Paulo:Moderna,2005.

PIANA, MC**. A construção do perfil do assistente social no cenário educacional** [online]. São Paulo: Editora UNESP; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2009. 233 p. ISBN 978-85-7983-038-9. Available from SciELO Books .< http://books.scielo.org>

PAVANELLO, Regina Maria. **O abandono do ensino da geometria no Brasil: Causa e consequências.** Revista Zetitiké, ano1, vol.1, Campinas: Editora UNICAMP, 1993.

PAVANELLO, Regina Maria. Por que ensinar/aprender geometria. **VII Encontro Paulista de Educação Matemática**, 2004.

RIBEIRO, Nádia Cristina; MENEZES, Taise Araújo de; PEREIRA, Solange Fernandes Maia**. O uso do Software Wingeom nos Estudos dos Prismas Regulares**. **VI Encontro Brasilense da Educação Matemática**, 2014.

RITTER, André Maria. **A visualização no Ensino da Geometria Espacial: Possibilidades com Softwares CALQUE 3D.** Dissertação (Mestrado Profissional) Universidade Federal do Rio Grande. Instituto de Matemática. Programa Pós-Graduação em Ensino de Matemática. 2011.

RUDIO, Franz Victor**. Introdução ao projeto de pesquisa científica**. 35 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2008.

RIBEIRO, Paulo Rennes Marçal. História da educação escolar no Brasil: notas para uma reflexão. 1993. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script

SILVA, Alex Reis. **Uma proposta para o ensino de Geometria Espacial Métrica no Ensino Médio.** 2013.

SILVA, Paulo Henrique da et al. **Geometria espacial e fractal**. 2015.

SILVA, Luciana; CANDIDO, Cláudia Cueva. Modelo de aprendizagem de geometria do casal Van Hiele. **Relatório de Iniciação científica. São Paulo: Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo**, 2018.

SILVA, Gilberlania Pereira Santos. **Ensino da Geometria Espacial**: Uma abordagem investigativa. Dissertação. 2019. Disponível em
< https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/11064/2/GILBERLANIA_PEREIRA_SANTOS_SILVA.pdf>

SANTOS, Marcele da Silva; SANT´ ANNA, Neide da F.P **O Ensino de Geometria e a Teoria de Van Hiele:** Uma abordagem através do laboratório de ensino de Matemática no 8° da educação básica. 2015.
Disponível em: http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/5167/3696

SANTOS, Silvana Claudia. **A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da geometria euclidiana espacial**. 2006.

TEDERKE, Rosa Adriana da; FORTES, Rodrigues Patrícia e SILVEIRA, Renato Sidnei. **Um Estudo de Caso Envolvendo a Aplicação de um Software Educacional de Geometria Espacial**. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação), Universidade Federal de Santa Maria, RS, 2016. Disponível em: < http://repositorio.ufsm.br/handle/1/12841> Acesso em: 10/06/2018.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Livro didático e educação matemática:** uma história inseparável. 2008.
Disponível em: http://ojs.fe.unicamp.br/ged/zetetike/article/viewFile/2518/2277

APÊNDICE

Apêndice1

UNEB – Universidade do Estado da Bahia

Deptº de Ciências Humanas – Campus IX – Barreiras – Ba

TCC III

COLEGIADO DE MATEMÁTICA

Ofício/01 TCC/2019.2

Barreiras, 22 de Novembro de 2019

Prezado (a) Diretor (a),

Solicitamos autorização para que a graduanda do curso de Licenciatura em Matemática Laise de Jesus Silva realize uma pesquisa – Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) – nessa unidade de ensino. A pesquisa tem como temática O Ensino da Geometria Espacial através do Software Wingeom orientada pelo (a) professor (a) Simone Barros Hoffmann. Desta maneira, para a realização da pesquisa, a graduanda necessita de autorização para coletar dados através da observação em sala de aula, acessar documentos, aplicar questionários, entrevistas, atividades e/ou oficinas com os alunos ou com os membros da comunidade escolar.

Conscientes do papel da pesquisa para a melhoria do processo educativo e, sobretudo da relevância da inserção da Universidade na comunidade escolar, esperamos sermos atendidos em nossa solicitação. Assim sendo, contamos com a contribuição dessa unidade de ensino.

Desde já, nos colocamos à disposição para maiores esclarecimentos.

Atenciosamente,

Charlâni Batista
Professora de TCC III – Colegiado de Matemática

Simone Barros Hoffmann

Simone Barros Hoffmann
Orientadora

Apêndice 2

UNEB – Universidade do Estado da Bahia

Deptº de Ciências Humanas – Campus IX – Barreiras – Ba

TCC III

COLEGIADO DE MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Declaro, por meio deste termo, que concordei em ser entrevistado(a) e/ou participar na pesquisa de campo referente à pesquisa intitulada O ensino da Geometria Espacial através do Software Wingeom desenvolvida por Laise de Jesus Silva. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é orientada pelo (a) professor (a) Simone Barros Hoffman, a quem poderei contatar / consultar a qualquer momento que julgar necessário através do e-mail silvalaise515@gmail.com.

Afirmo que aceitei participar por minha própria vontade, sem receber qualquer incentivo financeiro ou ter qualquer ônus e com a finalidade exclusiva de colaborar para o sucesso da pesquisa. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais é pesquisa para o TCC.

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações por mim oferecidas estão submetidas às normas éticas destinadas à pesquisa envolvendo seres humanos.

Minha colaboração se fará de forma anônima, utilizando nomes fictícios no interior do texto.

Fui ainda informado(a) de que posso me retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem prejuízo para meu acompanhamento ou sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Atesto recebimento de uma cópia assinada deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, conforme recomendações da Comissão Nacional de Ética em Pesquisa.

Barreiras, 22 de novembro de 2019

Assinatura do(a) participante:

Assinatura do(a) pesquisador(a): Laise de Jesus Silva

Apêndice 3

UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA
CAMPUS IX - DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS HUMANAS
CURSO: Licenciatura em Matemática

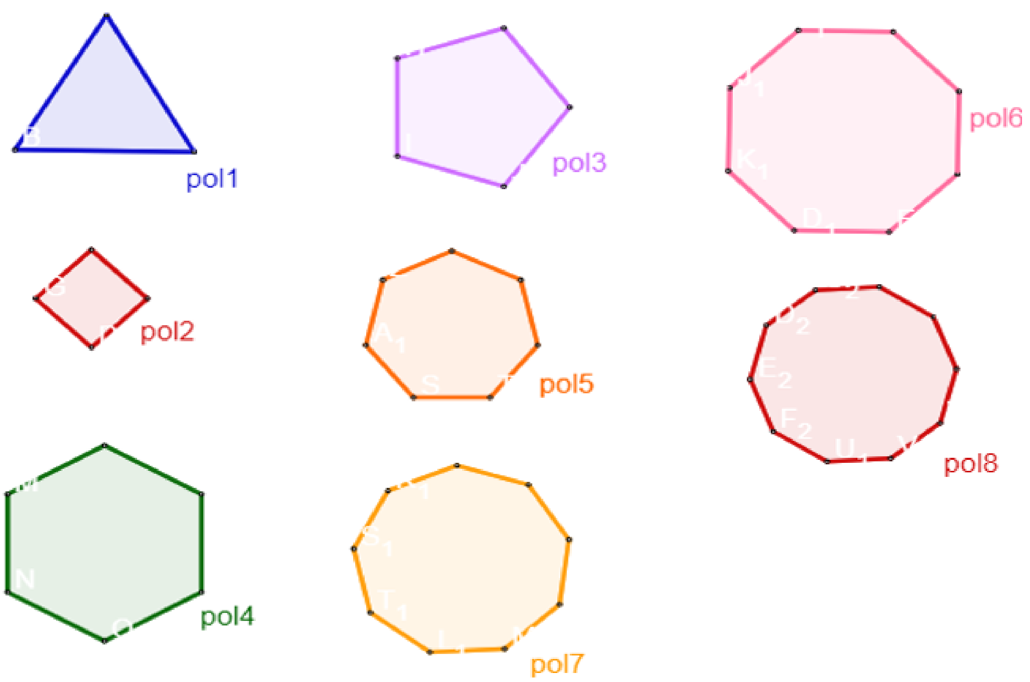
Questionário – Coleta de dados para pesquisa em andamento.

Nome do Pesquisador (a) :Laise de Jesus Silva

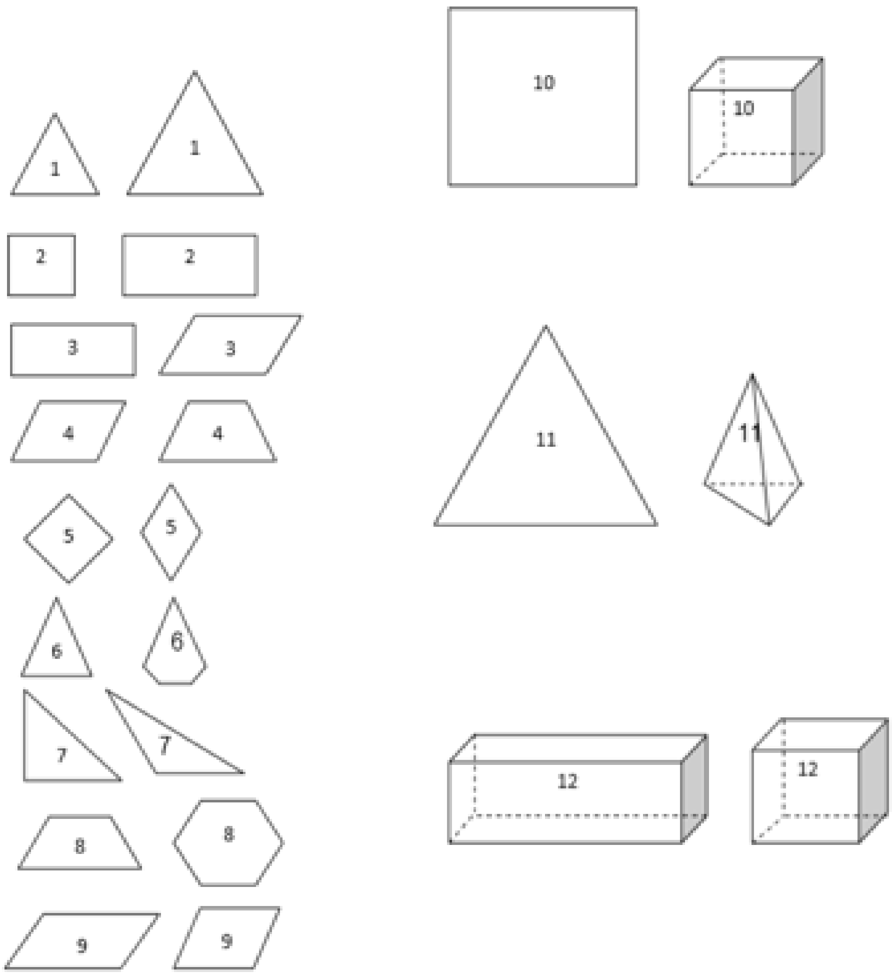
Título da pesquisa: O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL ATRAVES DO SOFTWARE WINGEOM

Atividade 1.
Na sua opinião o que são polígonos? Diferenciem Geometria Plana da Geometria Espacial.

Atividade .2
Classifique os polígonos em relação ao número de lados. Em seguida, trace as diagonais de cada polígono se possível.



Atividade 2 (Inspirado em Nasser 2004)



.

Pares de Figuras	Elementos em Commum	Diferenças
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

(NASSER,2004, p.10)

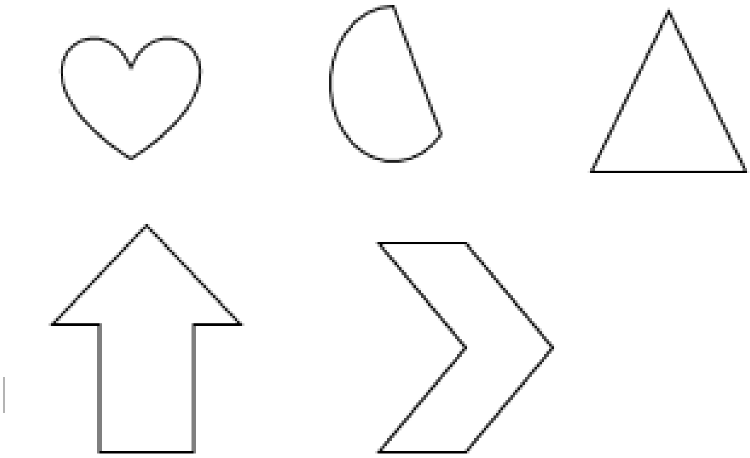
Atividade. 3

Pela segunda atividade, analise os polígonos e diferenciem os quadriláteros e triângulos de acordo com os números de lados, ângulos internos, lados opostos, lados paralelos. (Adaptado, Nasser 2004)

Quadrado	Retângulo	Losango	Paralelogramo
Trapézio	Triangulo equilátero	Triangulo isósceles	Triangulo escaleno
Triangulo Retângulo	Triangulo acutângulo	Triangulo obtusângulo	

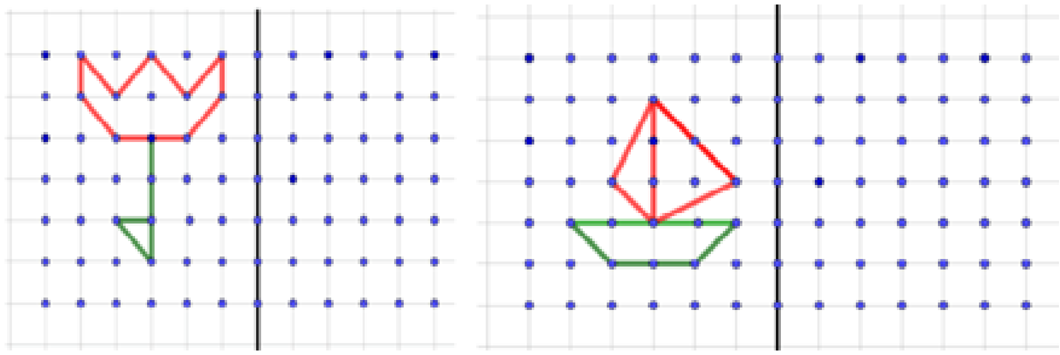
Atividade.4 (Inspirado, Nasser,2004)

Trace os eixos de simetria de cada figura, se houver.



Atividade 5

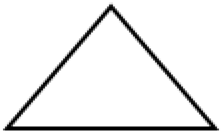
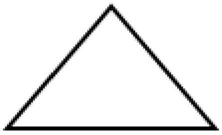
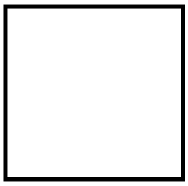
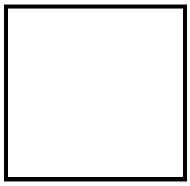
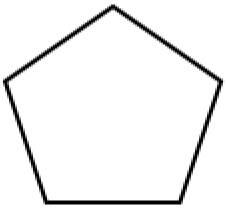
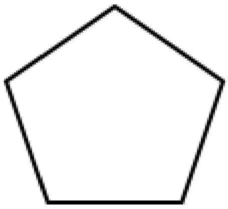
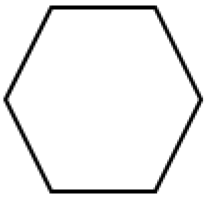
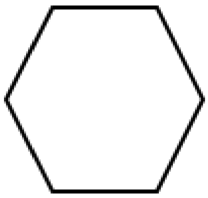
Obtenha a simétrica das figuras em relação ao eixo.



Fonte: Nova Escola

Atividade 6. (Inspirado em Clubes de Matemática da Obmep)

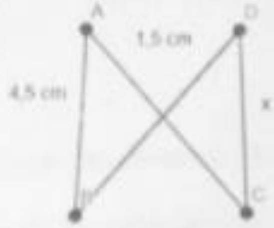
Dados os polígonos regulares (triângulo equiláteros, quadrado, pentágono e hexágono). Análise o número de eixos de simetria de reflexão e o número de simetria de rotação em relação ao centro da figura.

Polígono Regulares	N° de eixos de simetria de reflexão	N° de simetria de rotação em relação ao centro da figura.
Triângulo equilátero		
Quadrado		
Pentágono		
Hexágono		

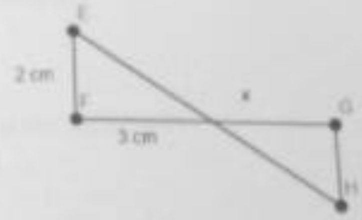
Atividade 8. Nasser (2004)

Os pares de triângulos abaixo são congruentes. Determine o valor de x em cada caso:

a)



b)



Tente construir dois triângulos com os lados homólogos proporcionais, mas que não sejam semelhantes. O que você pode concluir?

Apêndice 4

UNIVERSIDADE DO ESTADO DA BAHIA
CAMPUS IX - DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS HUMANAS
CURSO: Licenciatura em Matemática
DISCENTE: Laise de Jesus Silva
ORIENTADORA: Simone Barros

Título da pesquisa: O ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL ATRAVES DO SOFTWARE WINGEOM

Oficina de Matemática: Geometria Espacial com auxílio do software Wingeom

1 ATIVIDADE (Inspirado em Dante 2016)

Construa um poliedro de lado 4, comprimento 7 cm e altura 2 cm, em seguida retire a cor branco do poliedro e coloca os traços pontilhado. Para executar essa atividade cliquem

- ✓ Janela-unidade-poliedro-prisma.
- ✓ Ver-aparência- pintada-pontilhada-pontilhar retas escondidas.

Trace os segmentos de retas AB; BE; BG; FD

- ✓ Linear- segmento ou face
- ✓ Rotacione o poliedro para visualização ampla do poliedro.

Após construção do poliedro responda:

a) Em cada plano há infinitas retas?

b) No espaço há infinitos planos?

c) No espaço há infinitas retas?

d) Quantas arestas, faces e vértices possuem o paralelepípedo? Nomeia as arestas, faces e vértices.

e) A reta AD; reta FG; reta CD e a reta GH são retas paralelas. Justifique?

f) As retas CH e GD são retas concorrentes? Justifique.

g) As retas BC e EF; AD e GH são retas reversas? Justifique.

h) Os planos determinados pelas faces CDGF e EFGH são secante? Em caso afirmativo, qual a reta intersecção.

i) Verifique a alternativa d no software. Clique no submenu outros-Relação de Euler

ATIVIDADE. 2.

Construa um prisma regular de 4 lados, comprimento 3cm, altura 2 cm. Em seguida faça sua planificação.

Para a planificação do poliedro, clique no submenu transf- rotacionar, em seguida selecione as vértices de cada face, ângulo e segmento que irá rotacionar em volta do eixo, selecione dois vértices do vetor.

Selecione o submenu editar- elementos lineares- selecionar vértices e opção transparentes.

a) Como é classificado o prisma que construiu-o?
b) Quantas diagonais possíveis podemos traçar neste prisma? Qual a distância entre os pontos A e B? E os pontos F e H?
c) Na sua opinião, a planificação dos sólidos geométricos é importante para verificação dos seus elementos e compressão de suas dimensões.

ATIVIDADE.3

Construa um prisma de base hexagonal, comprimento 2cm e altura 3cm. Selecione o submenu-ver- clique em Aparência -pintada pontilhada em seguida pontilhar retas escondidas. Rotacione o poliedro para visualização de suas faces, arestas e vértices.

- Trace as diagonais nos pontos LI; GJ; HK, para isso, selecione o submenu Linear-segmentos ou faces. Ao traçar as diagonais na face da base o que podemos notar em relação a hexágono regular?
- Selecione o submenu unidade, clique em polígono regular e construa a face lateral e a face da base do prisma hexagonal. Qual a área da base? E a área total?
- Selecione submenu Ver- aparência- pintada pontilhada-pontilhar retas escondidas-eixos (x, y, z)- cor- modifica a cor do eixos e os pontos.
- Selecione o submenu Medida-calcule a medida dos segmentos AB, JB. Em seguida verifique o ângulo <ABH. Podemos afirmar que este prisma é reto? Justifique. Desenvolva o cálculo da distância dos pontos A e J em seguida verifique no software.
- Selecione o submenu Outros e Calcule o volume- Relação de Euler. (Desenvolva o cálculo do volume)

ATIVIDADE 4

Construa um paralelepípedo retângulo e um cubo (caso particular de paralelepípedo retângulo). Em seguida retirem a cor branca e coloquem os traços pontilhado. Observem as medidas (comprimento, largura e altura) dos poliedros e depois calcule a medida do volume de cada poliedro. A formula que você usou para encontrar o volume do paralelepípedo é igual o volume do cubo? Justifique.

ATIVIDADE.5 (Inspirado Silva, 2011)

Dados quatro pontos quaisquer A, B, C e D do espaço (não necessariamente coplanares) e sejam E, H, F e G os pontos médios dos segmentos AB, BC, CD e DA respectivamente. Podemos então verificar que EHFG é um paralelogramo.
Construção:
Marque os pontos A, B, C, e D;
Construa o plano formado pelos A, B, C, e D;
Marque os pontos médios dos segmentos AB, BC, CD e DA;
Construa o plano formado pelos pontos médios.

- ✓ Para a construção, selecione o submenu ver-eixos; em seguida o submenu Ponto-coordenadas absoluta- coordenadas para um novo ponto:

Ponto A (0,0,0,), B (1,2,3), C (2,3,4), D (1,1,1). Em seguida clique no submenu – Linear-segmentos de retas e trace para os pontos AB; BC; CD; AD

- ✓ Para selecionar os pontos médios:
  Ponto - coordenada relativa- relativo ao segmento AB; BC; CD; AD
  Linear-segmentos de retas em relação a EF; FG; GH; HF. Em seguida faça a rotação para verificação.

ATIVIDADE 6

Na sua opinião o uso de software na aula de Geometria, facilitaria o seu desenvolvimento na aprendizagem nos conteúdos geométricos? Justifique.